

“Modelado numérico de vibraciones en rotores de turbinas de generación”

Palmieri, Fernando^a; Klempnow, Andreas^b; Violante, Dario^a

^a Universidad Tecnológica Nacional, Facultad Regional San Nicolás

^b Universidad Tecnológica Nacional, Facultad Regional Delta

fpalmieri@frsn.utn.edu.ar

Resumen

Los problemas de las máquinas rotantes de alta potencia son extensamente estudiados en la actualidad. El interés en esta área deriva, principalmente, en que las turbinas tienen potencias elevadas en dimensiones cada vez más pequeñas y esto hace que experimenten grandes sollicitaciones mecánicas. La disponibilidad y confiabilidad de las mismas, es central para el abastecimiento de energía eléctrica.

Para estudiar su comportamiento se emplean habitualmente métodos numéricos, dichos métodos se pueden separar en aquellos que se basan en elementos finitos y los que se basan en la matriz de transferencia. Si bien, los primeros son ampliamente desarrollados, requieren mucha capacidad de cálculo y el conocimiento preciso de la geometría del sistema. El método de la matriz de transferencia, en cambio, se basa íntegramente en ecuaciones de la mecánica clásica y permite obtener resultados empleando, relativamente, poca capacidad de cálculo.

Es por ello, que en este trabajo se emplea el método de la matriz de transferencia para generar algoritmos de simple implementación para analizar velocidades críticas, formas modales, respuesta a desbalance y orbitas de rotores, a partir de datos sencillos obtenidos de un plano general del mismo. Los algoritmos desarrollados se probaron con datos de banco de prueba. Los resultados obtenidos permiten apreciar la utilidad de los mismos y la escasa influencia del error de determinación a los efectos del análisis de equipos reales.

Abstract

The high-power rotating machines troubles are currently extensively studied. The interest in this area mainly comes from the fact that turbines have an increasingly high powers with smaller dimensions and this produce higher mechanical sollicitations. Due to this, its availability and reliability are central to the supply of electrical energy.

Numerical methods are usually used in order to study their behavior, these methods can be separated into those based on finite elements and those based on the transfer matrix. The first ones are widely developed but require a lot of computation capacity and accurate geometries knowledge for the system. The transfer matrix method, on the other hand, is entirely based on equations of classical mechanics and allows get results using relatively little computing power.

Taking account, the last arguments, in this work the transfer matrix method is used to generate simple implementation algorithms in order to get critical speeds, modal shapes, unbalance response and rotor orbits using only simple data obtained from a general drawing of the machine.

The developed algorithms were tested with test rotor data. The results obtained allow us to appreciate their utility and the low influence of the calculation error for the purposes of the analysis of a real equipment.

Palabras clave: Vibraciones, Turbogenerador, Modelado numérico, Matriz de transferencia.

INTRODUCCIÓN

El estudio de la dinámica de los rotores y la determinación de las velocidades críticas es un tema de constante desarrollo en la mecánica. El mismo cobra fundamental importancia en las modernas turbomáquinas, ya sea, a la hora de realizar un adecuado diseño, o al momento de realizar el análisis de su

respuesta en funcionamiento, es decir, sus vibraciones y órbitas.

Como disciplina tiene más de 150 años de historia, donde gran parte del desarrollo teórico viene impulsado por las experiencias prácticas que los ingenieros fueron adquiriendo desde la construcción de las primeras máquinas a vapor. Rankine [1] fue quien realizó el

primer análisis teórico de un eje giratorio y con este desarrollo fue capaz de demostrar que más allá de una cierta velocidad de giro "el eje está considerablemente doblado y gira alrededor de esta forma doblada". Definió esta velocidad particular como whirling speed (velocidad de batido del eje, o velocidad de precesión, dependiendo de la interpretación del traductor, la traducción literal hace referencia al movimiento de la soga de saltar, el whirling es la rotación de la forma deformada del eje en torno a la forma recta original). Para este estudio empleó un modelo que reemplaza al rotor por una masa giratoria concentrada, sujeta a un resorte, de la rigidez equivalente a la del eje original.

El modelo que uso Rankine permite concluir que más allá de una determinada velocidad de rotación, la desviación radial aumenta sin límite, lo que no es cierto en la realidad. Esta velocidad de rotación es la denominada velocidad crítica, y ocurre cuando la frecuencia de excitación (en este caso la de rotación) coincide con una frecuencia natural, y en la práctica puede conducir a amplitudes de vibración excesivas.

A pesar de las conclusiones del modelo de Rankine, las turbinas construidas por Parsons en 1884 y De Laval en 1893 tuvieron éxito en funcionar por encima de la velocidad crítica. Este último fue quien teorizó que, por encima de la velocidad crítica, existía un efecto de auto centrado y trabajo con un modelo de rotor de un solo disco, montado sobre un eje flexible, que hoy se conoce como rotor de Jeffcott, en referencia al creador de la primera teoría fundamental registrada de la dinámica rotores, que se puede encontrar en un artículo clásico de dicho autor [2] en 1919.

Jeffcott confirmó la predicción de Föppl de que existía una solución supercrítica estable y extendió el análisis, incluyendo amortiguamiento externo, y mostró que la fase del punto pesado varía continuamente a medida que la velocidad de rotación pasa a través de la velocidad crítica y que en lugar de incrementarse indefinidamente la distancia del punto pesado al eje de giro geométrico real, este se acercaba luego de pasar la crítica porque esta pasaba a estar girando del lado interno de la deflexión.

De allí en más, muchas de las conclusiones de la dinámica de rotores se pueden alcanzar a partir de modelos matemáticos con distinto grado de simplificación o complejidad. Estos modelos en muchas ocasiones tienen la particularidad de llegar a resultados que, en principio, contradicen los razonamientos simples basados en la intuición, tal como ocurre en el hecho descrito en párrafo anterior vinculado con que el punto pesado deja de estar del lado de afuera de la deflexión en la rotación del eje.

Actualmente, en la literatura específica [3], se pueden encontrar métodos analíticos para determinar

velocidades críticas y la respuesta del rotor a fenómenos como desbalance o cambios en las propiedades de los cojinetes, entre otros; pero dichos métodos casi siempre se aplican a modelos relativamente simples como el rotor de Jeffcot y los resultados de los mismos permiten comprender conceptualmente los fenómenos antes descritos.

Para el modelado de rotores reales el método de los elementos finitos (MEF) y el Método de la Matriz de Transferencia (MMT.) son los dos caminos numéricos más usuales. La aplicación de modelos de elementos finitos en dinámica de rotores ha sido exitosamente verificada [4]. Sin embargo, el principal inconveniente de este camino es que emplea una gran capacidad de cálculo, la programación es compleja y, en general, requiere un conocimiento preciso de la geometría del rotor.

El Método de la Matriz de Transferencia, en cambio, resuelve el problema dinámico utilizando un procedimiento de aproximación que consiste en partir de un extremo del rotor, donde las condiciones de contorno son conocidas, y luego, usando expresiones clásicas obtenidas de la Mecánica de Newton, de la Resistencia de Materiales y de la teoría de la Elasticidad, se determina la deflexión lateral, el ángulo de giro y los esfuerzos del eje en determinados puntos característicos a lo largo del eje (cambios de sección, apoyos intermedios, rodetes de álabes, etc.), avanzando en forma progresiva hasta llegar al otro extremo. La satisfacción de las condiciones de contorno en los extremos y en todos los puntos intermedios permite plantear un sistema de ecuaciones lineales para determinar las velocidades críticas. Luego para cada velocidad se puede obtener el estado del rotor en esos puntos característicos intermedios, a través de las mismas ecuaciones, y de esa manera se obtienen las formas modales.

Este método tiene como principal ventaja que no requiere almacenar o manipular grandes matrices, se puede trabajar con datos concretos, como son los diámetros del rotor y las masas de los componentes y resulta más rápido para obtener resultados cuando la capacidad de cálculo es reducida.

La idea fundamental del método de las matrices de transferencias fue propuesta por Holtzer para sistemas sometidos a vibraciones en torsión, luego Myklestad lo generalizó para sistemas sometidos a la flexión [5]. Desde entonces, distintas publicaciones fueron ofreciendo variantes del método para distintos sistemas rotor-cojinete. Como sugiere Murphy [6], en algunos casos, puede presentar errores en la determinación de alguna de las velocidades críticas, pero existen técnicas para asegurar la precisión y mejorar los resultados.

Existen muchos trabajos realizados con el propósito de determinar las velocidades críticas, frecuencias de precesión o batido y formas modales que incorporan distintos efectos y detalles, como la influencia de los soportes y cojinetes [7], [8], [9], la inercia rotacional de los rodets [10] o la distribución de masa e inercia rotacional del eje [11]. También se han desarrollado trabajos que usan este método para estudiar la respuesta del rotor a fenómenos como el desbalance, la desalineación [12], [13] o la presencia de una fisura del eje [14].

En trabajos previos [15], [16], [17] se han desarrollado variantes del método que se han aplicado a rotores de laboratorio y rotores industriales y se desarrollaron considerando una dirección de movimiento y distintas formas de modelado de los tramos de eje. En este trabajo se presenta una variante del método en dos direcciones que permite analizar rotores con cojinetes anisotrópicos y trazar órbitas.

DESARROLLO

Presentación del método.

El MMT es un método aproximado que trata al sistema continuo como un sistema de n-grados de libertad, donde n es un número finito. Se plantean ecuaciones de equilibrio que se resuelven asumiendo una solución que tiene generalmente la forma de series de funciones conocidas. Este procedimiento conduce a un problema de autovalores, similar en estructura, al problema de un sistema discreto de n-grados de libertad.

Su solución es un conjunto de “n” autovalores distintos, que proveen las aproximaciones para las primeras “n” frecuencias naturales o velocidades críticas del sistema, dependiendo de los datos y las simplificaciones realizadas. Estos autovalores se corresponden con los “n” autovectores, que se calculan por el mismo método y son usados para construir las “n” formas modales del sistema original.

Para tal fin, se aproxima la geometría del rotor a un número de discos rígidos conectados por tramos de eje (figura 1). Los discos son considerados como cuerpos rígidos y son llamados estaciones. Los tramos de eje son llamados campos. También, se consideran estaciones en los extremos, en los apoyos y los cambios de sección.

Para cada estación y campo se plantea un sistema de ecuaciones que relaciona la deflexión lateral δ , el ángulo de giro ψ , el esfuerzo de corte Q , y el momento flector M_f a ambos lados de dicho elemento. Ese sistema se presenta como una matriz de coeficientes o matriz de transferencia.

$$\begin{Bmatrix} \delta_i^R \\ \psi_i^R \\ M_i^R \\ Q_i^R \end{Bmatrix} = [T_{f/s}]_i \begin{Bmatrix} \delta_i^R \\ \psi_i^R \\ M_i^R \\ Q_i^R \end{Bmatrix} \quad (1)$$

Por último, considerando todos los campos y estaciones se llega al sistema de ecuaciones que rige el comportamiento del rotor y se puede expresar de la forma siguiente.

$$\begin{Bmatrix} \delta_{n+1}^R \\ \psi_{n+1}^R \\ M_{n+1}^R \\ Q_{n+1}^R \end{Bmatrix} = [T_s]_{n+1} [T_f]_n \dots [T_f]_2 [T_s]_2 [T_f]_1 [T_s]_1 \begin{Bmatrix} \delta_1^L \\ \psi_1^L \\ M_1^L \\ Q_1^L \end{Bmatrix} \quad (2)$$

Una vez resulta la ecuación (2) para una determinada condición de contorno, se puede calcular los desplazamientos de cada disco, incluyendo, por ejemplo, el de un disco desequilibrado, y de esta manera determinar la respuesta en desbalance.

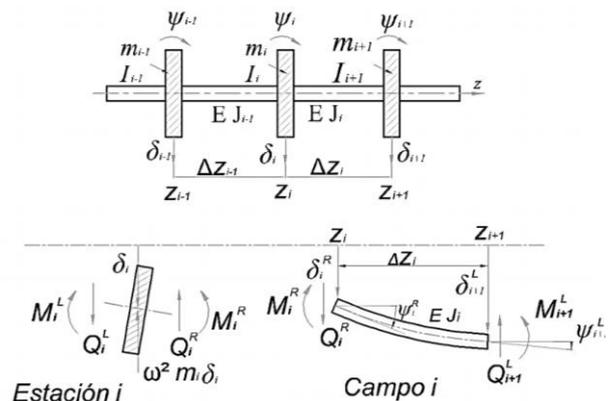


Figura 1: descomposición de un rotor en campos y estaciones.

Parámetros de estación.

Para analizar el movimiento y poder representar las órbitas los desplazamientos lineales δ y angulares ψ de cada estación, se descomponen en dos direcciones x e y , para la deflexión, y φ_x e φ_y , para el giro de la sección, en los planos x - z e y - z . De igual modo los esfuerzos de corte Q y momento M se descomponen según las direcciones x e y .

Cada uno de estos parámetros, a su vez, se expresa como un número complejo, a los efectos de considerar su variación temporal, como se indica a continuación para las componentes de la deflexión.

$$\begin{aligned} x &= X e^{i(\omega t)} \\ y &= Y e^{i(\omega t)} \end{aligned} \quad (3)$$

Luego cuando se resuelve el sistema armado con el método de la matriz de transferencia y se obtienen los valores X e Y para la deflexión, los valores Φ_x y Φ_y para el giro, los valores de, Q_x y Q_y para el esfuerzo de corte y M_x y M_y para el momento, los mismos resultan ser reales para sistemas sin amortiguamiento, pero se convierten en números complejos al considerar los efectos de amortiguamiento y los efectos giroscópicos.

Matriz de transferencia de campo.

Si se considera cada tramo de eje como una viga ideal de masa despreciable, las relaciones entre deformación y esfuerzos entre ambos extremos del campo, se pueden encontrar planteando los coeficientes de influencia que relacionan esfuerzos y deformaciones entre extremos de una viga, partiendo de las expresiones tradicionales de la resistencia de materiales, esto permite armar un sistema de ecuaciones presentado matricialmente a continuación.

$$\begin{aligned}
 [T_f]_i &= \begin{bmatrix} [T^*_f]_i & [0]_{4 \times 4} & 0 \\ [0]_{4 \times 4} & [T^*_f]_i & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\
 [T^*_f]_i &= \begin{bmatrix} 1 & \Delta z_i & \Delta z_i^2/2EI_i & -\Delta z_i^2/6EI_i \\ 0 & 1 & \Delta z_i/EI_i & -\Delta z_i/2EI_i \\ 0 & 0 & 1 & -\Delta z_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4)
 \end{aligned}$$

Donde Δz_i es la diferencia de ordenadas de los extremos del campo a lo largo del eje, E es el módulo de elasticidad del material e I es el momento de inercia de la sección respecto a un eje transversal a la misma.

Matriz de transferencia de estación.

Para obtener las matrices de transferencia de cada disco o estación, algunos autores plantean la energía cinética del disco y usan el principio de Hamilton [12], otros, en cambio, plantean las ecuaciones clásicas de movimiento de un cuerpo rígido, expresando el momento cinético en un sistema solidario al disco [7]. Utilizando esta última aproximación, considerando el efecto giroscópico, se llega a un sistema de ecuaciones que permite obtener una matriz de transferencia simple para el disco considerando dos direcciones de movimiento [8].

$$[T_s]_i = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -I_p \omega^2 & 1 & 0 & 0 & i I_t \Omega \omega & 0 & 0 \\ -m_d \omega^2 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & m_d exc \omega^2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & i I_t \Omega \omega & 0 & 0 & 0 & -I_p \omega^2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -m_d \omega^2 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

Donde ω es velocidad de batido, Ω es velocidad de rotación, m_d es la masa del disco, I_p es el momento de inercia del disco respecto a un eje perpendicular al de giro, I_t es el momento de inercia del disco respecto al eje de rotación, y exc es la excentricidad de masa del disco desbalanceado.

Matriz de transferencia de los cojinetes.

Por último, las matrices de transferencia de las estaciones donde existen apoyos se arman considerando ecuaciones de fuerza y momentos transmitidos por el vínculo del eje con el soporte. Con ese propósito se consideran constantes de rigidez y coeficientes de amortiguamiento que cuantifican las fuerzas elásticas y de fricción y que son previamente calculados. Finalmente, la matriz de transferencia asume la siguiente forma siguiente.

$$[T_{ks}]_i = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -i\omega c_{xx} - k_{xx} & 0 & 0 & 1 & i\omega c_{xy} + k_{xy} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ i\omega c_{yx} - k_{yx} & 0 & 0 & 0 & -i\omega c_{yy} - k_{yy} & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

En las estaciones donde hay soportes, además de discos o rotores, se suma a esta matriz de soportes (6), la anterior de masa (5) para tener una única matriz, donde k_{xx} , k_{yy} , k_{xy} y k_{yx} son las rigideces de cada soporte y c_{xx} , c_{yy} , c_{xy} y c_{yx} son los coeficientes de amortiguamiento.

Implementación.

La implementación de los algoritmos de cálculo a partir de las ecuaciones de los apartados anteriores se desarrolló en lenguaje Scilab y se llevaron luego a un aplicativo en lenguaje Pascal con un programa orientado a objetos llamado Delphi®. Esto permite obtener un entorno amigable con botones y pantallas de fácil manejo, similares a todos los programas de uso comercial. En trabajos previos se venían desarrollando algoritmos e integrando a esta aplicación y se habían presentado resultados para modelos simples [15], [16] y con distintas formas de modelar los tramos de eje [17] y la contribución de la masa del mismo.

La figura 2 presenta una pantalla de la aplicación desarrollada a modo de ejemplo, donde se muestra la parte de carga de datos. Luego en las figuras 3 y 4 se presentan las pantallas de carga de datos de apoyos o

soportes y de rotores para armar el modelo de matriz de transferencia.

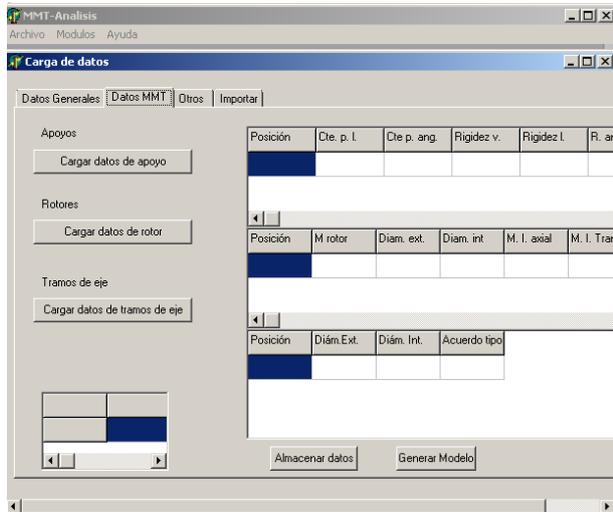


Figura 2: pantalla de ampliación de dinámica de rotores de desarrollo propio.

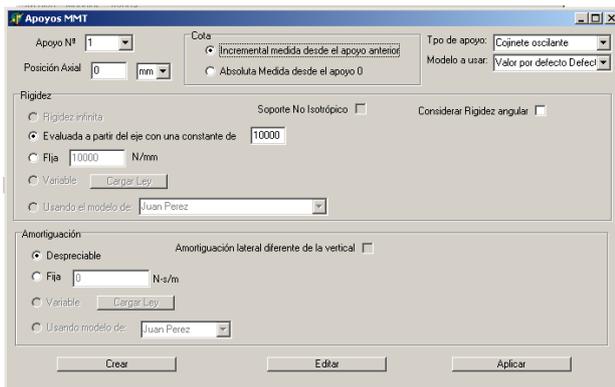


Figura 3: pantalla de ampliación de dinámica de rotores de desarrollo propio.

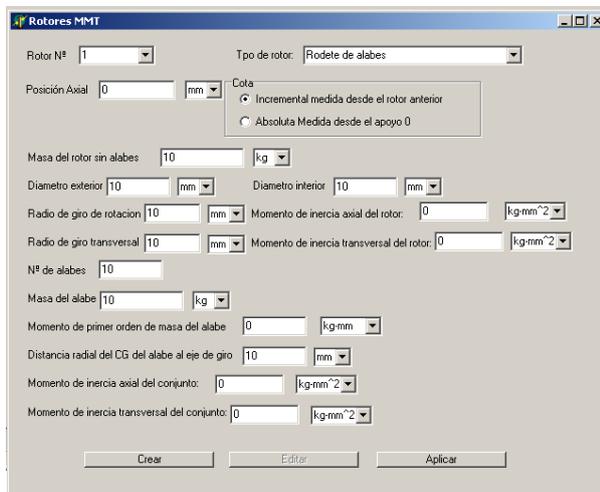


Figura 4: pantalla de ampliación de dinámica de rotores de desarrollo propio.

RESULTADOS

Resultados obtenidos por comparación con el método de elementos finitos.

En una primera etapa se comparan los resultados del MMT propuesto en este trabajo con los obtenidos mediante el MEF a partir del uso de software comercial (I-deas 10 y Autodesk Inventor) en su módulo de cálculo de respuesta dinámica y también de resultados reportados en la literatura [11], [18] por dicho método para distintos rotores.

Se construyeron dos tipos de modelos según los datos disponibles, en algunos casos se usaron modelos discretos de elementos de masa (lumped mass) y vigas elásticas (beam), y en otros casos se emplearon modelos tridimensionales sólidos que fueron resueltos usando los algoritmos incluidos en los programas disponibles.

La tabla 1 resume los resultados de determinación de las dos primeras frecuencias naturales con el algoritmo aquí planteado versus la determinación de las dos primeras frecuencias naturales por el método de los elementos finitos.

Tabla 1: resultados en comparación con modelos de elementos finitos.

Rotor	MMT propuesto		Elementos Finitos	
	1° ω_n (1/s)	2° ω_n (1/s)	1° ω_n (1/s)	2° ω_n (1/s)
1	127,9	505,6	127,8	498,9
2	137,9	529,9	136,0	540,1
3	76,3	293,5	75,3	290,8
4	65,7	404,3	63,9	401,5
5	59,2	108,1	57,3	108,2

En general se observó, como en otros algoritmos antes estudiados [17], que el error de determinación en general para las primeras dos frecuencias es menor al 5%.

Resultados obtenidos en comparación con el banco de pruebas.

Los resultados obtenidos por el programa de matriz de transferencia también fueron comparados con mediciones experimentales realizadas en banco de pruebas.

Dicho banco está dotado de discos y apoyos móviles, de forma tal de poder probar diferentes configuraciones de rotores. Las velocidades críticas fueron medidas mediante pruebas de arranque del banco y las frecuencias naturales por test de impacto, midiendo simultáneamente con un analizador de vibraciones comercial marca I-dear® modelo Vibrachek y un analizador de laboratorio instrumentado mediante una

placa de adquisición de datos National Instruments® de 16 bit montada sobre una PC con un sistema de filtros adosado con conectores para emplear acelerómetros o sensores de proximidad.

En la Figura 5 se muestra el banco de pruebas empleado en una de las configuraciones adoptadas.



Figura 5: banco de pruebas en una de las configuraciones de ensayo

Este banco tiene la posibilidad de alterar la posición de los rotores, la distancia entre sus soportes y está dotado de 4 discos de diferentes diámetros que se pueden desplazar sobre el eje de forma tal de obtener distintas configuraciones de rotor.

Se emplearon dos tipos de mediciones, primero se realizaron ensayos de impacto para determinar frecuencias naturales. Estos ensayos consisten básicamente en dar un impulso a la estructura del rotor mediante un golpe y medir la respuesta graficando el espectro en frecuencia para detectar las zonas de resonancias. En los casos donde las condiciones operativas del banco lo permitieron, se realizó la medición continua de los valores de vibración durante el arranque del rotor para determinar los picos de la respuesta que ocurren al superar las velocidades críticas. En la Figura 6 se presenta la respuesta filtrada de una de las mediciones del banco.

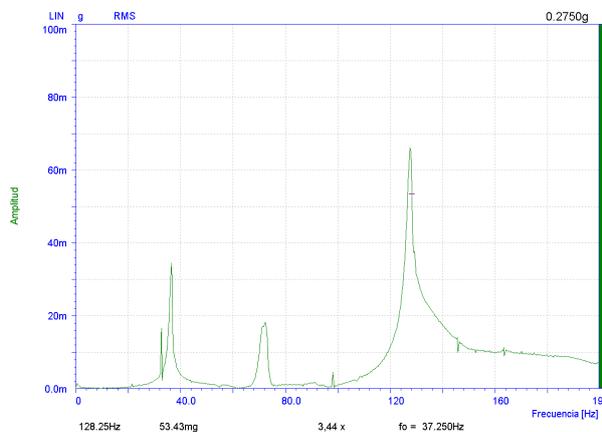


Figura 6: respuesta medida del banco en el rango 0 a 200Hz

Luego con los datos de configuración del banco, distancia entre apoyos, posición, masa e inercia de los discos, diámetro del eje y las rigideces estimadas de los soportes, mediante cálculos por elementos finitos, se realizaron los ensayos virtuales usando el algoritmo de matriz de transferencia aquí presentado.

En las figuras 7 y 8 se presentan las respuestas en dos direcciones ortogonales obtenidas de la simulación, para la configuración del banco cuya respuesta medida, es la presentada en la figura 6.

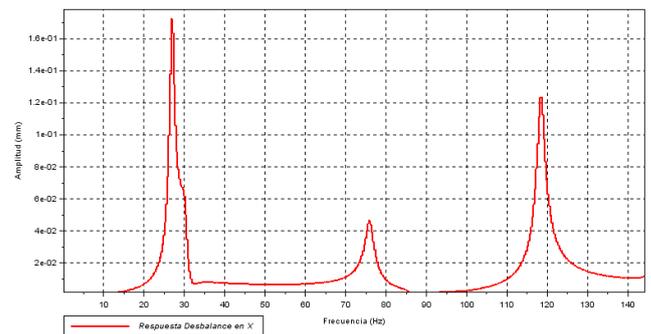


Figura 7: respuesta del banco en el rango 0 a 140Hz calculada por el algoritmo MMT eje vertical.

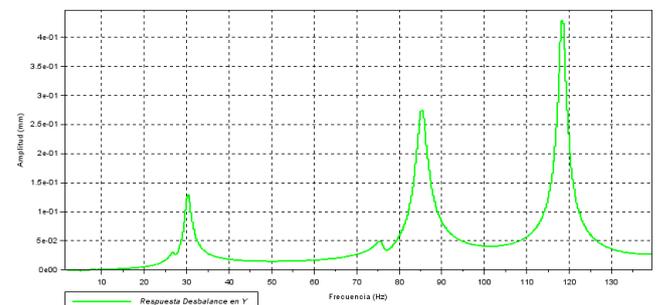


Figura 8: respuesta del banco en el rango 0 a 140Hz calculada por el algoritmo MMT eje horizontal.

En las gráficas anteriores se puede apreciar cómo se asemeja la respuesta medida a la respuesta simulada para un desbalanceo dado. La amplitud puede diferir entre el espectro medido y el obtenido numéricamente, porque el valor exacto del desbalanceo real no es conocido, entonces en los modelos se obtienen con una estimación de desbalanceo residual. Esta estimación se hace a partir del procedimiento de balanceo del rotor de pruebas. El ajuste de amplitud requiere nuevas pruebas e iteraciones de cálculo.

La tabla 2 muestra la comparativa de resultados experimentales versus numéricos para otras configuraciones de rotor.

Por último, en las figuras 9, 10 y 11 se presentan las órbitas de la sección del apoyo en naranja y en azul la central.

Tabla 2: resultados de MMT versus Mediciones

Rotor	MMT propuesto		Mediciones	
	1° ω_n (Hz)	2° ω_n (Hz)	1° ω_n (Hz)	2° ω_n (Hz)
1	31,3	75,6	37,5	72,3
2	31,6	173,3	32,2	168,3
3	23,5	98,7	24,9	89,8
4	22,2	102,5	23,5	90,5
5	22,6	107,8	22,5	95,8

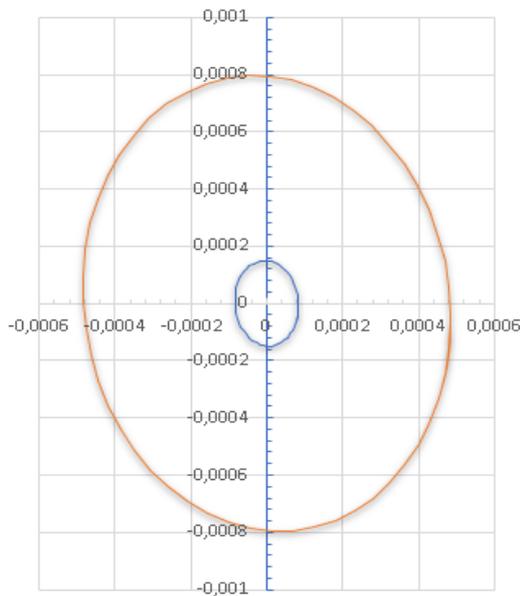


Figura 9: órbita sección de apoyo y central 35Hz

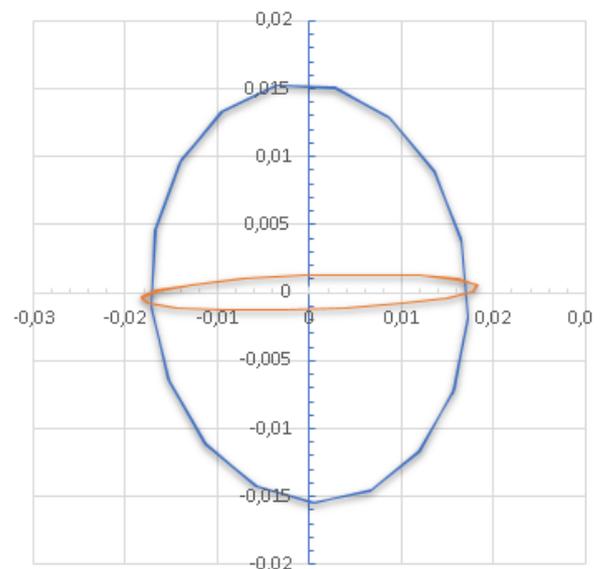


Figura 11: órbita sección de apoyo y central 100Hz.

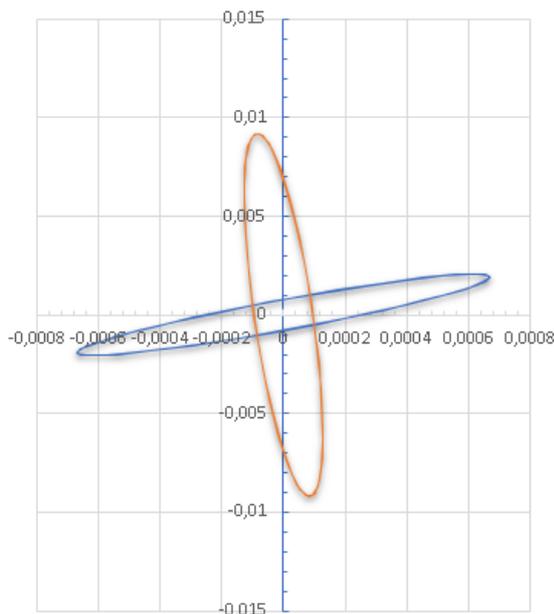


Figura 10: órbita sección de apoyo y central 73Hz.

Se puede observar que por debajo de la primera crítica (Figura 9) existe una preponderancia del movimiento como cuerpo rígido de cabeceo de todo el rotor respecto de los apoyos, por lo que la órbita del apoyo tiene mayor amplitud que la central. Luego al pasar la primera crítica y antes de la segunda (Figura 10) ambas órbitas son similares, pero desfasadas, indicando que para la velocidad seleccionada existe preponderancia del segundo modo de deformación del eje.

Finalmente, al superar la segunda velocidad crítica y acercarse a la tercera (Figura 11) la amplitud en el apoyo vuelve a ser mayor debido a la posición de los rotores desbalanceados en la configuración adoptada.

CONCLUSIONES Y ACTIVIDADES FUTURAS

De lo presentado aquí se observa que los algoritmos de cálculo desarrollados muestran resultados prometedores para poder analizar el comportamiento dinámico de rotores.

Presentan una mejora respecto a los desarrollados en trabajos previos [15], [16], [17], porque permiten considerar las dos direcciones de movimiento transversal de manera acoplada.

Resta hacer más pruebas con datos de rotores experimentales y con datos de equipos reales.

REFERENCIAS

- [1] Rankine, W. J. M. (1869). On the centrifugal force of rotating shaft. *The Engineer*, 27, pp. 249.
- [2] Jeffcott, H. H. (1919). The lateral vibration of loaded shafts in neighborhood of a whirling speed:

- the effect of want of balance. *Philosophical Magazine*, 37(19), 304-314.
- [3] Vance, J. M. (1988). *Rotordynamics of Turbomachinery*. Jhon Willey & Sons.
- [4] Sheng-Chung Hsieh, Juhn-Horng Chen, An-Chen Lee. (2006). A modified transfer matrix method for the coupling lateral and torsional vibrations of symmetric rotor-bearing systems. *Journal of Sound and Vibration*, 289, 294-333.
- [5] Meirovitch, L. (1967). *Analytical Methods in Vibrations*. The Macmillan Company.
- [6] Murphy, B.T.; Vance, J. M. (1983). An improved method for calculating critical speeds and rotordynamic stability of turbomachinery. *Transactions of the ASME- Journal of Engineering for Power*, 105, 591-595.
- [7] Ghasemalizadeh, O.; Reza Mirzaee, M.; Sadeghi, H.; Taghi Ahmadian, M. (2008). Rotor bearing System Analysis Using the Transfer Matrix Method with Thickness Assumption of Disk and Bearing. *International Journal of Mechanical, Industrial and Aerospace Engineering*, 2(4), 206-213.
- [8] Varney, P.; Green, I. (2014). Rotordynamic analysis using the Complex Transfer Matrix: An application to elastomer supports using the viscoelastic correspondence principle. *Journal of Sound and Vibration*, 333, 6258-6272.
- [9] Sung Jun, O. (2004) Influence coefficients on rotor having thick shaft elements and resilient bearings. *Journal of Sound and Vibration*, 272, 657-673.
- [10] Farshidianfar, A.; Soheili, S. (2009). Effects of Rotary Inertia and Gyroscopic Momentum on the Flexural Vibration of Rotating Shafts Using Hybrid Modeling. *Transaction B: Mechanical Engineering*, 16(1), 75-86.
- [11] Jong-Shyong Wu; Fong-Tang Lin; Huei-Jou Shaw. (2014). Analytical Solution for Whirling Speeds and Mode Shapes of a Distributed-Mass Shaft With Arbitrary Rigid Disks. *Journal of Applied Mechanics*, 81(3), ID 034503: 10 pág.
- [12] Chao-Yang Tsai; Shyh-Chin Huang. (2009) Transfer matrix for rotor with parallel misalignment. *Journal of Mechanical Science and Technology*, 23, 1383-1395.
- [13] Chao-Yang Tsai; Shyh-Chin Huang. (2011). Vibrations of a rotor system with multiple coupler offsets. *Transactions of the Canadian Society for Mechanical Engineering*, 35(1), 81-100.
- [14] Green, I.; Casey, C. (2005). Crack Detection in a Rotor Dynamic System by vibration Monitoring-Part I: Analysis. *Journal of Engineering for gas turbines and Power*, 127, 425-436.
- [15] Violante, D., Palmieri, F., Klemppow, A. (2012) Aplicación del método de la matriz de transferencia para la determinación de las formas modales y velocidades críticas en rotores flexibles, *Actas de III Congreso Argentino de ingeniería Mecánica*, G, 93-104. Ciudad de Buenos Aires, Argentina, del 2 al 5 de octubre.
- [16] Violante, D., Palmieri, F., Klemppow, A. (2016) Análisis de variaciones de las velocidades críticas de un rotor producto de cambios de rigidez de los cojinetes. *Actas de V Congreso Argentino de ingeniería Mecánica*, 1057-1067. Santiago del Estero, Argentina, del 5 al 7 de octubre.
- [17] Violante, D., Palmieri, F., Klemppow, A. (2018) Análisis de rotores por el método de la matriz de transferencia usando el modelo de eje con distribución continua de masa o el de viga ideal, *Actas de VI Congreso Argentino de ingeniería Mecánica*, 957-967. Tucumán, Argentina, del 10 al 12 de octubre.
- [18] Jong-Shyong Wu, Chin-Tzu Chen. (2007). A lumped-mass TMM for free vibration analysis of a multi-step Timoshenko beam carrying eccentric lumped masses with rotary inertias, *Journal of Sound and Vibration*, 301, 878-897.