

See discussions, stats, and author profiles for this publication at: <https://www.researchgate.net/publication/347963686>

Diseño de Observadores para la Detección y Diagnóstico de Fallas Aplicados a la Industria de Procesos

Thesis · May 2020

DOI: 10.13140/RG.2.2.16043.87845

CITATIONS

0

READS

1,014

2 authors:



Emanuel Bernardi

National University of Technology

21 PUBLICATIONS 152 CITATIONS

SEE PROFILE



Eduardo J. Adam

Universidad Nacional del Litoral

44 PUBLICATIONS 478 CITATIONS

SEE PROFILE



UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA NACIONAL

TESIS PRESENTADA COMO PARTE DE LOS REQUISITOS DE LA
UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA NACIONAL PARA LA OBTENCIÓN DEL
GRADO ACADÉMICO DE

**Magister en Ingeniería en Control
Automático**

EN EL CAMPO DE: **Ingeniería de Control**

TÍTULO DE LA TESIS:

**Diseño de Observadores para la Detección
y Diagnóstico de Fallas Aplicados a la
Industria de Procesos**

INSTITUCIÓN DONDE SE REALIZÓ:
Departamento de Ingeniería Electrónica
Facultad Regional Paraná, UTN

AUTOR: Emanuel Bernardi

DIRECTOR DE TESIS:
Dr. Eduardo Adam

MIEMBROS DEL JURADO:
Dr. Alejandro H. González
Dr. Ernesto C. Martinez
Dr. Mario R. Modesti

AÑO DE PRESENTACIÓN: 2020

Agradecimientos

Deseo agradecer a todas las personas que me apoyaron y motivaron para la realización y culminación de esta maestría.

En especial a mis padres Adriana y Luis, mis hermanos y abuelos, por darme su cariño, apoyo y acompañamiento. También a Virginia mi amada compañera, por brindarme su amor y soporte.

Además, quiero agradecer a mis compañeros de cursado. En particular a Sergio, mi compañero de viajes, quien me brindó su amistad y apoyo a lo largo de este camino. Así como a Martín, Eduardo y Guillermo por su amistad en las cenas pos-cursado.

Finalmente, deseo agradecer a mi director Eduardo, por su constante orientación, empeño y dedicación a lo largo de esta tesis. También a mis compañeros de laboratorio en la Facultad de Ingeniería Química de la Universidad Nacional del Litoral, principalmente a Martín por compartir conmigo sus experiencias y conocimientos.

Índice general

| | |
|---|-----------|
| 1. Introducción | 1 |
| 1.1. Análisis de la principal bibliografía relacionada | 2 |
| 1.2. Aspectos que lo hacen diferente de lo ya existente | 3 |
| 1.3. Objetivos de la investigación | 4 |
| 1.3.1. Objetivo general | 4 |
| 1.3.2. Objetivos específicos | 4 |
| 2. Conceptos preliminares | 5 |
| 2.1. Definiciones | 5 |
| 2.2. Teoría de control | 6 |
| 2.3. Clasificación de fallas | 6 |
| 2.3.1. Comportamiento temporal | 7 |
| 2.3.2. Representación de fallas | 8 |
| 2.4. Residuos | 9 |
| 2.4.1. Residuos direccionales | 9 |
| 2.4.2. Residuos estructurales | 10 |
| 2.4.3. Generadores de residuos | 10 |
| 2.5. Redundancia | 11 |
| 2.5.1. Redundancia física | 12 |
| 2.5.2. Redundancia analítica | 13 |
| 2.6. Clasificación de los métodos FDD | 13 |
| 2.6.1. Métodos libres de modelo | 13 |
| 2.6.2. Métodos basados en modelos | 14 |
| 2.7. Sistemas lineales de parámetros variables | 16 |
| 2.8. Observador de entrada desconocida | 17 |
| 3. Detección y diagnóstico de fallas en sistemas lineales | 19 |
| 3.1. Sistemas LTI con entrada desconocida | 19 |
| 3.1.1. Diseño del observador de orden reducido | 19 |
| 3.1.2. Estimación de la entrada desconocida | 22 |
| 3.2. Módulo de detección y diagnóstico de fallas | 23 |
| 3.3. Simulaciones y resultados | 23 |
| 3.3.1. Dos tanques sin interacción | 24 |
| 3.3.2. Intercambiador de calor (HE) | 25 |
| 3.3.3. Reactor Continuo de Tanque Agitado (CSTR) | 27 |

| | |
|---|-----------|
| 4. Detección y diagnóstico de fallas en sistemas no lineales | 31 |
| 4.1. Sistemas LPV con entrada desconocida | 31 |
| 4.1.1. Diseño del observador LPV-RUIO | 32 |
| 4.1.2. Estimación de la entrada desconocida | 35 |
| 4.2. Módulo de detección y diagnóstico de fallas | 35 |
| 4.3. Simulaciones y resultados | 36 |
| 4.3.1. Dos tanques sin interacción | 36 |
| 4.3.2. Intercambiador de calor (HE) | 39 |
| 4.3.3. Reactor continuo de tanque agitado (CSTR) | 41 |
| 5. Conclusiones | 45 |
| 5.1. Resumen y contribuciones de la tesis | 45 |
| 5.2. Trabajos futuros | 46 |
| A. Observadores de estado | 47 |
| A.1. Observabilidad | 47 |
| A.2. Observador de estados de orden completo | 49 |
| B. Linealización Jacobiana Parametrizada | 51 |
| B.1. Expansión en serie de Taylor | 52 |
| B.2. Aplicación en la teoría de control | 52 |
| B.3. Funciones de pertenencia | 53 |
| C. Operaciones unitarias | 55 |
| C.1. Ejemplo ilustrativo I | 55 |
| C.2. Ejemplo ilustrativo II | 56 |
| C.3. Ejemplo ilustrativo III | 58 |
| D. Desigualdades Lineales Matriciales | 63 |
| D.1. Introducción | 63 |
| D.2. Regiones LMI | 63 |

Índice de figuras

| | |
|--|----|
| 2.1. Tipos de comportamientos de las fallas. | 7 |
| 2.2. Sistema con fallas aditivas (f_u y f_y) y multiplicativas ($\Delta\Sigma$). | 8 |
| 2.3. Redundancia física y analítica. | 12 |
| 3.1. Observador de orden reducido libre de entrada desconocida. | 22 |
| 3.2. Banco de observadores para la detección de fallas. | 23 |
| 3.3. Estados del sistema hidráulico. | 25 |
| 3.4. Detección y diagnóstico de fallas en el sistema hidráulico. | 25 |
| 3.5. Estados del HE. | 27 |
| 3.6. Detección y diagnóstico de fallas en el HE. | 27 |
| 3.7. Estados del CSTR. | 28 |
| 3.8. Detección y diagnóstico de fallas en el CSTR. | 29 |
| 4.1. Banco de LPV-RUIO para la detección de fallas. | 36 |
| 4.2. Estados del sistema hidráulico. | 37 |
| 4.3. Detección y diagnóstico de fallas en el sistema hidráulico. | 38 |
| 4.4. Membresía del sistema hidráulico. | 38 |
| 4.5. Estados del HE. | 40 |
| 4.6. Detección y diagnóstico de fallas en el HE. | 40 |
| 4.7. Membresía del HE. | 41 |
| 4.8. Estados del CSTR. | 42 |
| 4.9. Detección y diagnóstico de fallas en el CSTR. | 43 |
| 4.10. Membresía del CSTR. | 43 |
| A.1. Observador de estado de orden completo. | 49 |
| C.1. Diagrama del proceso de dos tanques sin interacción. | 55 |
| C.2. Diagrama del proceso de un intercambiador de calor. | 57 |
| C.3. Diagrama del proceso de un reactor continuo de tanque agitado. | 59 |
| D.1. Regiones LMI. | 65 |

Resumen

En las últimas décadas, los sistemas de control han evolucionado, desde simples estructuras de realimentación mecánicas hasta la concepción de estrategias avanzadas, cuya implementación sobre dispositivos electrónicos permite significativas mejoras en la operación de sistemas complejos y/o altamente inestables, optimizando costos y esfuerzos de control.

A menudo, escenarios inesperados, o eventos no contemplados previamente en el diseño del controlador, suceden en los sistemas provocando rendimientos insatisfactorios o incluso comprometiendo su estabilidad. En general, tales eventos se generan ante el mal funcionamiento de los componentes del sistema (actuadores, sensores, entre otros). Por lo que para afrontar estos inconvenientes resulta estrictamente necesario el desarrollo de sistemas de detección, aislación y diagnóstico de fallas capaces de inferir, en una fase temprana de su desarrollo, la ocurrencia de una falla e indicar la razón que la causó, conociendo en detalle las anomalías del sistema, de forma tal, que permita a los controladores tomar decisiones adecuadas, mientras se mantienen las características de rendimiento y estabilidad deseadas.

Es por ello, que a través de este trabajo de tesis se busca conocer, evaluar y desarrollar técnicas de detección y diagnóstico de fallas con fines prácticos. Específicamente, se presenta el estado actual de conocimiento sobre el tema acompañado por los principales conceptos básicos involucrados, para luego abordar aquellas herramientas que emplean redundancia analítica generada a partir del conocimiento del modelo matemático del proceso. Esto es, profundizar el abordaje de los esquemas de detección y diagnóstico de fallas basados en observadores de estados tanto sobre sistemas lineales e invariantes en el tiempo, como para sistemas lineales de parámetros variables.

Los esquemas de detección y diagnóstico propuestos se evaluaron, mediante simulaciones numéricas, sobre tres operaciones unitarias típicas de la industria química de procesos. Siendo estas: el proceso de dos tanques sin interacción, un sistema intercambiador de calor y un reactor continuo de tanque agitado.

Capítulo 1

Introducción

Hoy en día los sistemas de control están presentes en casi todos los aspectos de nuestras vidas y, aunque su presencia no siempre es evidente, nos permiten desarrollar nuestras actividades en forma amena y eficiente. Su implementación va desde las formas más sencillas en elementos del hogar, hasta las aplicaciones más complejas en aviónica, industrias químicas, petroquímicas y nucleares [1].

A partir del incremento en la demanda de eficiencia, los estrictos estándares de seguridad y el endurecimiento de los requerimientos medioambientales, los sistemas de control modernos, y sus algoritmos, se han tornado cada vez más complejos. De manera que para alcanzar una mejora en el desempeño y la seguridad de las plantas modernas, es necesario acudir a sofisticados sistemas de control. Dicho de otro modo, el diseño de un controlador convencional para sistemas complejos, ante un evento como el mal funcionamiento de un actuador, sensor u otro componente del sistema, puede resultar en un rendimiento insatisfactorio, o incluso llevar al sistema a la inestabilidad. Para superar estas debilidades, resulta necesario el desarrollo de sistemas de Detección y Diagnóstico de Fallas (FDD¹, por sus siglas en inglés) capaces de inferir, en una fase temprana de su desarrollo, la ocurrencia de una falla e indicar la razón que la causó, conociendo en detalle las anomalías del sistema, de forma tal, que permita a los controladores tomar decisiones adecuadas para tolerar el mal funcionamiento de sus componentes, mientras se mantienen las características de rendimiento y estabilidad deseadas [2, 3]. De modo que una falla menor en un sub-sistema no evolucione en fallas generalizadas que podrían provocar importantes daños materiales e incluso pérdidas humanas [4]. Esto, es particularmente importante en sistemas complejos donde la seguridad, el cumplimiento de la misión y el significativo valor material están en juego, tales como aviones, plantas nucleares, y plantas químicas que procesan materiales peligrosos.

Los sistemas de FDD, usualmente, llevan a cabo tres tareas principales: Detección de Fallas (FD², por sus siglas en inglés), Aislación de Fallas (FI³, por sus siglas en inglés), y Estimación de Fallas (FE⁴, por sus siglas en inglés) [4, 5]. La etapa FD es la primera en el diagnóstico de fallas y es la encargada de tomar de-

¹Fault Detection and Diagnosis

²Fault Detection

³Fault Isolation

⁴Fault Estimation

cisiones en función de las condiciones de funcionamiento del sistema; es decir, si el sistema se encuentra operando en condiciones normales, o no. Luego que una falla es detectada, el próximo paso es la FI. Esta, determina la localización de la falla, de forma que, el sensor o actuador defectuoso es identificado entre varios sensores y actuadores. Es de destacar, que los sistemas de diagnóstico más elementales sólo contienen módulos de detección y aislación de fallas, constituyendo un sistema de Detección y Aislación de Fallas (FDI⁵, por sus siglas en inglés).

No obstante, los FDI no son capaces de proporcionar información completa y detallada de la falla. Dicho de otro modo, los mismos no suministran datos relevantes como la magnitud, el comportamiento y la naturaleza de la falla. Esta información es proporcionada por la etapa de FE, también conocida como identificación de fallas. Este procedimiento puede considerarse como una extensión del FDI, ya que la estimación precisa de la falla implica conocer su ocurrencia y ubicación. En consecuencia, la FE desempeña un papel de suma importancia en la implementación de Sistemas de Control Tolerante a Fallas (FTCS⁶, por sus siglas en inglés), los cuales se encargan de acondicionar las acciones de control para mantener las características de rendimiento y estabilidad deseadas ante la ocurrencia de una falla [6].

1.1. Análisis de la principal bibliografía relacionada con el tema propuesto

Resulta difícil describir el desarrollo histórico de los diversos métodos de supervisión, detección y diagnóstico de fallas, debido a que las contribuciones originales se hallan dispersas en la literatura técnica. El método más elemental de chequeo de límites es probablemente tan antiguo como la instrumentación de máquinas y/o procesos, los cuales datan de finales del siglo XIX. En cambio, la supervisión mediante el uso de registradores de tinta, y posteriormente de punto, se constituyó en un equipamiento estándar desde mediados del siglo XX. Luego, a finales del siglo XX, en sintonía con el advenimiento de las computadoras, la situación cambió sustancialmente dando comienzo a la introducción de algoritmos de control y supervisión más complejos [7].

Como se comentó previamente, durante las últimas décadas, el crecimiento en la demanda de seguridad y fiabilidad de los sistemas de control, ha incrementado de forma significativa el número de investigaciones afines. Entre estas, se halla el diseño de técnicas de evaluación sistemática de los potenciales de riesgo, como el Análisis Funcional de Operatividad (HAZOP⁷, por sus siglas en inglés), desarrollado en 1963 por la Imperial Chemical Industries [8]. Además, es posible encontrar excelentes publicaciones desde un punto de vista ingenieril [4, 5, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19], entre otras. También, una extensa y comprensiva revisión del desarrollo de módulos FDD ha sido presentado en la serie de trabajos [20, 21,

⁵Fault Detection and Isolation

⁶Fault-Tolerant Control System

⁷Hazard and Operability

22]. En estos, los autores presentan una cobertura clarificadora de las aproximaciones FDD desarrolladas con especial énfasis en investigaciones de la industria de procesos petroquímicos, los métodos de diagnóstico basados en modelos cuantitativos, cualitativos y la historia del proceso, han sido revisados. Otra fuente de nutridas publicaciones es la base de datos del comité técnico SAFEPROCESS de la Federación Internacional de Control Automático (IFAC⁸, por sus siglas en inglés) [23].

Sin embargo, se ha observado que la mayoría de las investigaciones y aplicaciones de módulos FDD son abordados sobre sistemas Lineales e Invariantes en el Tiempo (LTI⁹, por sus siglas en inglés), por lo que su aplicación en sistemas no lineales continua siendo un campo de investigación abierto a nuevas propuestas y desarrollos. Como consecuencia, tomando todos estos aspectos en consideración, este trabajo de tesis pretende abordar el diseño de herramientas de detección y diagnóstico de fallas basadas en observadores de sistemas Lineales de Parámetros Variables (LPV¹⁰, por sus siglas en inglés) aplicados en modelos típicos de la industria de procesos, mediante el uso de herramientas matemáticas.

1.2. Aspectos que lo hacen diferente de lo ya existente y conocido en el área

En los últimos años, los esquemas FDD se han consolidado como un importante campo de investigación en la comunidad de la ingeniería en control de procesos. Dicho fortalecimiento está basado en las mejoras en términos de seguridad, fiabilidad y costo de operación que su aplicación induce. Además, los avances continuos y crecientes en el control de procesos han resultado en plantas complejas y costosas, incrementando la necesidad de un alto rendimiento de los sistemas de monitoreo de fallas. En consecuencia, las técnicas FDD han surgido como un punto crítico de mejora en la operación de plantas seguras y en la reducción de pérdidas económicas.

A través de los años, variadas técnicas que emplean métodos cuantitativos y cualitativos han sido desarrolladas. Estas buscan la detección temprana de fallas, la disminución de la tasa de falsas alarmas y una mejora en la detección de fallas ocultas en presencia de ruido y/o perturbaciones externas. El adecuado uso de cada técnica depende de las características de la planta y de la disponibilidad del modelo de la misma. Esto es, si bien hay trabajos que han desarrollado las diferentes técnicas teniendo en cuenta una aplicación especial, la mayoría de las aplicaciones en sistemas de detección y diagnóstico basados en modelo, han sido utilizadas para sistemas mecánicos, eléctricos y aeroespaciales, mientras que las técnicas basadas en datos han sido dominantes en los procesos petroquímicos y químicos, esto puede explicarse debido a la poca disponibilidad o complejidad del modelo y a las inherentes no-linealidades naturales de los mismos. Por tal motivo,

⁸International Federation of Automatic Control

⁹Linear Time Invariant

¹⁰Linear Parameter Varying

en este trabajo de tesis se busca conocer, dominar, desarrollar y utilizar técnicas de FDD con fines prácticos, para así implementarlas en operaciones unitarias típicas de procesos de la industria de química, como lo es un sistema hidráulico, un Intercambiador de Calor (HE¹¹, por sus siglas en inglés), un Reactor Continuo de Tanque Agitado (CSTR¹², por sus siglas en inglés), entre otros.

En base a estas apreciaciones se plantean algunos cuestionamientos a saber:

- ¿Que información brindan las técnicas de FDD?
- ¿Que aspectos se deben contemplar en el diseño de las técnicas de FDD?
- ¿Cómo impactan las incertidumbres de modelado y el ingreso de perturbaciones en los esquemas FDD?
- ¿Cómo se evalúa el funcionamiento de los módulos FDD?

Estas preguntas no se resuelven completamente a través del desarrollo de esta tesis, pero constituyen líneas abiertas en esta área de investigación, y conforman la motivación para estudiar estos tipos de sistemas.

1.3. Objetivos de la investigación

1.3.1. Objetivo general

Diseñar herramientas de detección y diagnóstico de fallas aplicadas a la industria de procesos, en base a observadores de sistemas lineales de parámetros variables.

1.3.2. Objetivos específicos

- Diseñar módulos FDD basados en observadores para sistemas LTI.
- Modelar sistemas no lineales, propios de la industria de procesos, como sistemas LPV.
- Diseñar observadores de sistemas LPV válidos para la construcción de módulos FDD.
- Evaluar y validar mediante simulaciones numéricas las aproximaciones FDD propuestas.

¹¹Heat Exchanger

¹²Continuous-Stirred Tank Reactor

Capítulo 2

Conceptos preliminares

2.1. Definiciones

Previo al diseño de un esquema FDD resulta necesario conocer en detalle el significado de algunos conceptos básicos involucrados. Estos, se han recopilado del comité técnico SAFEPROCESS de IFAC [23], y de la literatura existente [7, 24, 25]. Se indican a continuación:

- **Falla:** desviación no esperada o no permitida de, al menos, una propiedad característica o parámetro del sistema desde su condición normal, aceptable o estándar.
- **Avería:** interrupción permanente de la capacidad del sistema para realizar una función requerida bajo las condiciones de operación especificadas.
- **Perturbación:** entrada que actúa sobre un sistema, la cual resulta en una desviación temporal de su estado actual.
- **Funcionamiento defectuoso:** irregularidad intermitente en el cumplimiento de la función deseada del sistema.
- **Síntoma:** cambio de una magnitud observable, desde su normal comportamiento.
- **Error:** desviación entre el valor computado (de una variable de salida) y el real, especificado o teóricamente valor correcto.
- **Residuo:** indicador de falla, basado en la desviación entre mediciones y valores calculados en base al modelo del sistema.
- **Monitoreo:** tarea en tiempo real continua para determinar las posibles condiciones de un sistema físico. A través del registro de información permite reconocer e indicar anomalías en el comportamiento.
- **Detección de fallas:** determinación de las fallas presentes en un sistema, y el tiempo de detección.

- **Aislación de fallas:** determinación del tipo, localización y tiempo de detección de una falla. Sigue a la detección de fallas.
- **Estimación de fallas:** determinación del tamaño y el comportamiento temporal de una falla. Sigue a la aislación de fallas.
- **Diagnóstico de fallas:** determinación del tipo, tamaño, ubicación y tiempo de detección de una falla. Sigue a la detección de fallas, e incluye la aislación y estimación de fallas.

2.2. Teoría de control

Habitualmente, los principios básicos involucrados en la representación, el análisis y el control de sistemas dinámicos, se clasifican en dos esquemas [26, 27, 28, 29, 30]. El primero, conocido como teoría de control clásica, utiliza funciones de transferencia, o funciones de respuesta en frecuencia, entre la salida controlada y la entrada manipulada, en complemento con un análisis en el espacio transformado por Laplace, o por Fourier, donde el sistema queda caracterizado por un cociente de polinomios, cuyas raíces determinan su comportamiento dinámico. La complejidad de su representación matemática se encuentra estrechamente relacionada al orden del sistema bajo estudio, por lo que un incremento en el orden del sistema trae aparejado una mayor dificultad en su análisis y el posterior diseño de la estrategia de control. El segundo, llamado teoría de control moderna, utiliza la representación del sistema mediante ecuaciones diferenciales vectoriales de primer orden, haciéndose necesario el uso funciones matriciales. Es de destacar, que dicha teoría emplea tres tipos de variables, las entradas, las salidas y los estados, donde la cantidad de estados determina el orden del sistema. En tanto, el uso de notación matricial simplifica enormemente la representación matemática del sistema de ecuaciones, y el incremento en la cantidad de variables de estados, de entradas y/o de salidas, prácticamente no aumenta la complejidad de su formulación. A diferencia de los modelos de representación entrada-salida, utilizados en la teoría de control clásica, la descripción de sistemas dinámicos en variables de estado obedece al siguiente modelo general:

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u(t)), \quad (2.1a)$$

$$y(t) = g(x(t), u(t)) \quad (2.1b)$$

donde $x(t) \in \mathbb{R}^n$, $u(t) \in \mathbb{R}^m$ e $y(t) \in \mathbb{R}^p$ son los vectores de estados, de entradas y de salidas, respectivamente. Específicamente, la Ec. (2.1a) se denomina ecuación de estados y determina la dinámica del sistema, mientras que la Ec. (2.1b) se denomina ecuación de salida.

2.3. Clasificación de fallas

Como se definió previamente, una falla se corresponde con una desviación no esperada de, al menos, un parámetro del sistema desde su condición de normal

funcionamiento, la cual, tiende a degradar el desempeño del sistema [5]. Estas, se generan debido a distintas condiciones como ser el funcionamiento defectuoso de actuadores, sensores y variaciones anormales en los parámetros del proceso [6].

Ejemplos típicos de fallas son:

- **Fallas en actuadores:** defectos en rodamientos, engranajes y el envejecimiento o atascamiento de partes móviles. Los actuadores generan las entradas para controlar el proceso, por lo tanto, los actuadores defectuosos no son capaces de generar las entradas de control deseadas.
- **Fallas en sensores:** errores de escala, derivas, cortocircuitos y falsos contactos. Los sensores proveen las mediciones necesarias al controlador para generar las entradas de control.
- **Variaciones anormales en los parámetros del sistema:** cambios en los componentes del sistema. Bajo estas variaciones, el proceso original se transforma en un proceso diferente y, como consecuencia, el controlador diseñado podría no ser capaz de conducir al nuevo proceso hacia el rendimiento esperado.

2.3.1. Comportamiento temporal

Las fallas se pueden representar como una entrada adicional desconocida (fallas aditivas) o como cambios en los parámetros de la planta (fallas multiplicativas). Es importante remarcar que las perturbaciones también son entradas externas de origen desconocido, por lo que no existen diferencias entre una perturbación y una falla aditiva, siendo la misma sólo subjetiva. En términos generales, aquellas perturbaciones que interesan ser detectadas y aisladas se las denomina fallas, mientras que a las restantes simplemente perturbaciones [24].

Tanto las fallas aditivas como las perturbaciones se consideran funciones determinísticas y, por lo general, no se asume un comportamiento temporal predeterminado. En su análisis se distinguen tres tipos de fallas aditivas, de acuerdo a su comportamiento temporal, siendo estas: abruptas, incipientes e intermitentes. En la Fig. 2.1 se aprecia la característica temporal de los tipos de fallas mencionadas.

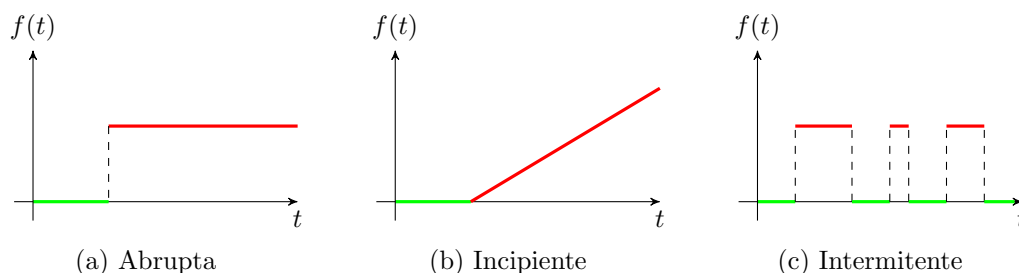


Figura 2.1: Tipos de comportamientos de las fallas.

En esta tesis, a la señal ruido también se la considera una entrada externa aditiva, pero con un comportamiento aleatorio en el que se asume media aritmética cero ($\mu = 0$). De este modo, cualquier señal que tenga una distribución con media aritmética distinta de cero se puede considerar como una perturbación [5].

2.3.2. Representación de fallas

Considerando un sistema LTI que posee Múltiples-Entradas y Múltiples-Salidas (MIMO¹, por sus siglas en inglés) libre de fallas, perturbaciones y ruidos, cuya relación de entradas-salidas viene dada por

$$y(t) = \Sigma u(t)$$

donde, la notación Σ simboliza la representación del sistema en espacio de estados

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t) + Du(t)\end{aligned}$$

siendo, $x(t) \in \mathbb{R}^n$, $u(t) \in \mathbb{R}^m$ e $y(t) \in \mathbb{R}^p$ el vector de estados, entradas y salidas del sistema, respectivamente. Además, A , B , C y D son matrices conocidas de dimensiones adecuadas [26].

Las posibles fallas que afectan al sistema planteado son:

- Fallas en los actuadores a las entradas (f_u).
- Fallas en el proceso ($\Delta\Sigma$).
- Fallas en los sensores a la salida (f_y).

Este tipos de fallas se representan en la Fig. 2.2.

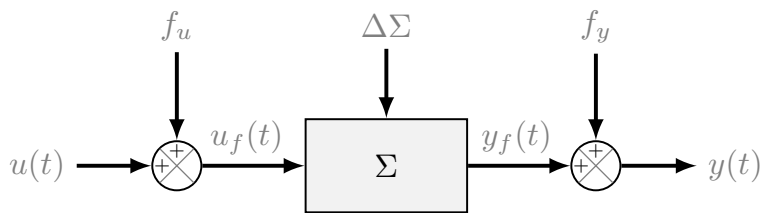


Figura 2.2: Sistema con fallas aditivas (f_u y f_y) y multiplicativas ($\Delta\Sigma$).

Fallas multiplicativas

Las fallas ocurridas dentro del proceso, son representadas por una variación de los parámetros del sistema. Entonces, en presencia de fallas multiplicativas, el modelo del sistema se escribe como,

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= A_f x(t) + B_f u(t) \\ y(t) &= C_f x(t) + D_f u(t)\end{aligned}$$

¹Multiple-Input Multiple-Output

donde

$$A_f = A + \Delta A; \quad B_f = B + \Delta B; \quad C_f = C + \Delta C; \quad D_f = D + \Delta D$$

siendo ΔA , ΔB , ΔC y ΔD la desviación de los parámetros del sistema con respecto de sus valores nominales. Es importante notar, que las discrepancias entre el sistema real y el modelo matemático disponible son consideradas fallas multiplicativas.

Fallas aditivas

Las fallas aditivas se consideran como entradas desconocidas al proceso, normalmente de magnitud nula. Su presencia genera un cambio en la salida del sistema independiente a las entradas conocidas. Por lo tanto, el modelo del sistema con fallas aditivas en actuadores y sensores se expresa como,

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) + F_u f_u(t) \\ y(t) &= Cx(t) + Du(t) + F_y f_y(t) \end{aligned}$$

donde $f_u \in \mathbb{R}^q$ y $f_y \in \mathbb{R}^l$ son el vector de fallas de entrada y de salida, respectivamente. Además, $F_u \in \mathbb{R}^{n \times q}$ y $F_y \in \mathbb{R}^{p \times l}$ representan la matriz de distribución de fallas a la entrada y a la salida, respectivamente.

2.4. Residuos

Los residuos son señales variantes en el tiempo que se utilizan para la detección de fallas y, por lo tanto, representan un componente fundamental en los sistemas de FDD. Típicamente, los residuos son diseñados para ser nulos en condiciones de operación libre de fallas (o pequeños cuando el proceso está afectado por perturbaciones e incertidumbres de modelado), y significativamente distintos de cero cuando ocurren las fallas. Sin embargo, se aclara para el lector que existen otros casos. Es decir, un generador residuos basado en funciones de verosimilitud indica la probabilidad de que los datos observados sean generados por un proceso sin fallas, por lo que su residuo es de considerable magnitud en ausencia de fallas, y pequeño en presencia de estas. No obstante, para este trabajo de tesis se supone, sin pérdida de generalidad, que un residuo es cero en ausencia de fallas.

En la literatura existente se distinguen al menos dos aproximaciones: residuos *direccionales* y residuos *estructurados*.

2.4.1. Residuos direccionales

El concepto de residuos direccionales refiere al diseño de un vector de residuos, de forma que los mismos apunten en diferentes direcciones, dependiendo de cual sea la falla que esté presente en el sistema [31]. Por ende, la aislación de fallas se alcanza en base al estudio y clasificación de las direcciones del residuo, permitiendo aislar fallas a partir de su localización en un espacio de residuos multidimensional. En este contexto se destacan algunos enfoques. Esto es, se ha abordado el

diseño de residuos direccionales empleando factorización estable para generar un vector de paridad generalizado, aplicado directamente a las mediciones de las entradas/salidas de la planta monitoreada [32, 33]. Además, se ha demostrado que los residuos direccionales resultantes de una mezcla arbitraria de fallas de entrada/salida pueden generarse mediante el uso de relaciones de paridad dinámicas [9]. Sin embargo, esta aproximación no ha sido ampliamente desarrollada, probablemente debido a los problemas asociados con el diseño de un vector de residuos con determinadas características.

2.4.2. Residuos estructurales

El concepto de residuos estructurales se basa en la obtención de un conjunto de residuos, a través de los cuales cada residuo individual resulta sensible a un subconjunto de fallas [34]. De esta forma, a través del estudio del comportamiento de los residuos se logra la detección de fallas. Los residuos estructurados han sido fuertemente desarrollados en la literatura, tanto para estudios teóricos como prácticos. En consecuencia, debido a su simplicidad, se han presentado numerosos métodos de generación de residuos para sistemas lineales, como para no lineales. Además, como una generalización de los residuos estructurados, se ha propuesto la prueba de hipótesis estructurada, donde el método de detección se define formalmente en base a una estructura [35].

Por otro lado, es importante destacar que los residuos estructurados no solo se utilizan en la detección de fallas, sino que también son de gran utilidad para el aislamiento de las mismas, en un marco de aislación estructurado residuo/prueba de hipótesis. Esto es, para lograr la aislación de fallas, además de la detección, resulta necesario diseñar un conjunto de residuos que sean sensibles a diferentes subconjuntos de fallas. Esto es, la sensibilidad de cada residuo, a una u otra falla, está determinada por una estructura de influencia. Esta configuración suele recibir diferentes nombres, por ejemplo, matriz de incidencia [36], estructura residual [5] y conjunto de codificación [34]. Así mismo, las fallas a las que el residuo debe ser sensible se denominan monitoreadas y a las que el residuo debe ser insensible se llaman no monitoreadas.

Las fallas no monitoreadas están desacopladas en los residuos. Por lo que, el problema de generación de residuos es, en el marco de un residuo estructurado, esencialmente un problema de desacople. Vale la pena señalar que, en general, mientras más fallas estén desacopladas en cada residuo, mayor es la posibilidad de aislar fallas múltiples. El costo por esta mejora en la aislación está en la necesidad de una mayor cantidad de sensores y, como consecuencia, los generadores de residuos se vuelven más complejos y dependientes del modelo.

2.4.3. Generadores de residuos

Los generadores de residuos son filtros que mediante el tratamiento de señales conocidas producen señales de residuos. Una de las principales dificultades en el diseño de generadores de residuos involucra al desacoplamiento de perturbaciones,

es decir, asegurar que el residuo no se encuentre afectado por entradas desconocidas, no consideradas fallas.

El elemento central de un esquema FDD basado en modelos es el generador de residuos. En estos, cada elemento del vector de residuos generado $r(t) \in \mathbb{R}$ debe ser insensible a ciertas entradas del sistema,

$$r(t) = 0 \iff u(t) \neq 0 \wedge f(t) = 0$$

y sensible a las fallas,

$$r(t) \neq 0 \iff f(t) \neq 0 \tag{2.2}$$

donde $f(t)$ se corresponde con una señal de falla, cualesquiera. La Ec. (2.2) es la base de la detección de fallas basada en modelo, utilizando residuos.

El vector de residuos en un FDD es una función lineal de las entradas y salidas del sistema monitoreado, y el *generador de residuos* resulta ser en la práctica un algoritmo, que actúa sobre las observaciones del sistema.

2.5. Redundancia

En ingeniería, la redundancia se corresponde con la duplicación de componentes, o funciones críticas de un sistema, con la intención de aumentar su fiabilidad, generalmente en forma de respaldo, o a prueba de fallas. Específicamente, en los sistemas de control donde el cumplimiento de los requerimientos de seguridad es crítico (aviones, centrales nucleares o plantas químicas) la totalidad, o alguno, de sus componentes son triplicados, e incluso se implementan mayores ordenes de redundancia. De esta forma, la presencia de fallas en un componente del sistema es detectada por los elementos redundantes. Como consecuencia, debido a que cada uno de estos elementos rara vez falla, y a que se espera que los componentes fallen de manera independiente, se calcula que la probabilidad de que todos los componentes redundantes fallen es extraordinariamente pequeña; a menudo superada por otros factores de riesgo, como el error humano.

Es importante notar, que la utilización de redundancia en ocasiones disminuye, en lugar de aumentar la fiabilidad de un sistema. Esto se debe a que incrementa considerablemente la complejidad de los mismos, haciéndolos propensos a otros tipos de problemas [37].

Así, uno de los mayores problemas asociados a la inclusión de componentes extras, es la creación del error de modo común, generado por una falla que provoca el mal funcionamiento de todos los componentes a la vez. Es decir, en sistemas complejos, la independencia teórica (o de diseño) no es necesariamente un hecho. Por lo que existe en algún punto la posibilidad de interacciones no planeadas entre los componentes redundantes, promoviendo la presencia de errores de modo común. Sin embargo, siempre que exista alguna posibilidad de interacción no planificada entre los componentes redundantes, se impondrán límites inherentes a la efectividad de la redundancia como solución a los problemas de fiabilidad.

Otra de las formas en que la redundancia puede ser contraproducente es cuando la difusión de responsabilidades conduce a una “elusión”. Es un fenómeno común,

en el cual las personas reducen su responsabilidad creyendo que otros la asumirán. En la ingeniería, generalmente, los sistemas redundantes son mecánicos, electrónicos o algoritmos, por lo que este efecto solo se percibe cuando las personas están a cargo de la supervisión de sistemas.

Por último, otro de los inconvenientes que puede acarrear el uso de redundancia es la sobrecompensación, que ocurre cuando la adición de componentes redundantes alienta a las personas a incursionar en un comportamiento inherentemente riesgoso: conducir más rápido, volar más alto, producir más energía, etc.

En la literatura se distinguen dos tipos de redundancias (ambas se bosquejan en la Fig. 2.3), denominadas redundancia *física* y redundancia *analítica*.

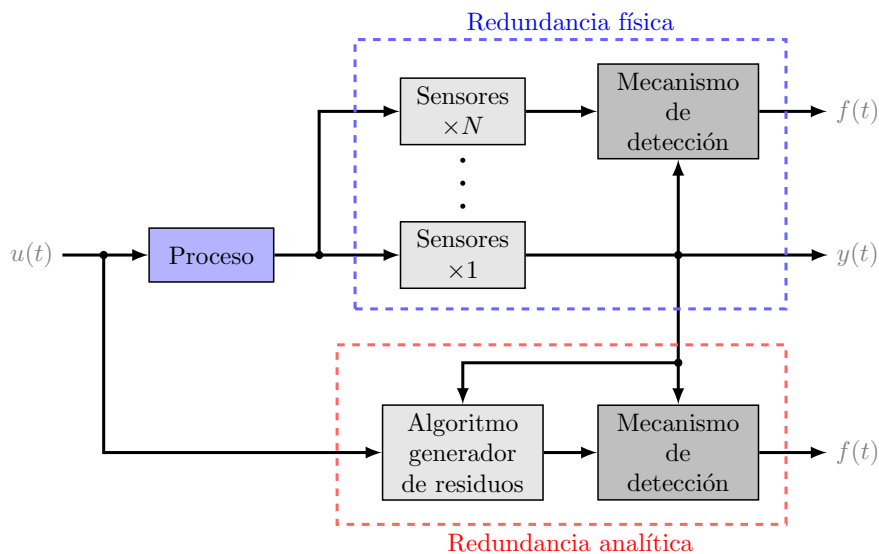


Figura 2.3: Redundancia física y analítica.

2.5.1. Redundancia física

La redundancia física es la aproximación ingenieril tradicionalmente utilizada para garantizar la operación de sistemas dinámicos en presencia de fallas. Su aplicación se basa en la instalación de n elementos redundantes.

Específicamente, para la redundancia física en elementos sensores, este enfoque evalúa las n mediciones y se seleccionan aquellas indicadas por la mayoría (plausibilidad). Es interesante destacar, que la inclusión de solo dos sensores hace que la aislación de fallas no sea factible, pues no sería posible distinguir cual de las mediciones es correcta.

Por otro lado, para la redundancia física en elementos de control, se deben instalar n actuadores que solo se utilizarán cuando los principales presenten fallas. Desde el punto de vista técnico la redundancia de un actuador no es tan sencilla, como lo planteado en el caso de los sensores, incrementando la complejidad de su aplicación.

Como consecuencia, la redundancia física implica el diseño de sub-sistemas paralelos, que conllevan a un mayor costo, espacio físico, y complejidad. Todos

estos factores, hacen que este enfoque sea poco atractivo, siendo justificado solo para los casos en que el proceso sea crítico en seguridad.

2.5.2. Redundancia analítica

La redundancia analítica, o redundancia artificial, se alcanza por medio de la dependencia funcional de las variables del proceso, y generalmente se expresa por medio de un conjunto de relaciones temporales, o algebraicas, que vinculan las entradas, los estados y las salidas de la planta [38]. Específicamente, la esencia de la redundancia analítica, en el diagnóstico de fallas, se debe a la comparación de las variables actuales del sistema, frente a generadas a través de su modelo matemático representativo, para luego observar sus inconsistencias. Dichas inconsistencias, expresadas como residuos, son de utilidad para la detección y aislamiento de fallas. Como se presentó en la Sección 2.4, los residuos son nulos en las condiciones de operación libre de fallas, y significativamente distintos de cero cuando ocurren las fallas. La generación de residuos requiere de un modelo matemático explícito del sistema, ya sea su representación en espacio de estados, su modelo de entrada/salida, o identificado del tipo caja negra (ARMA, ARMAX, etc.). Es de notar, que este análisis depende sensiblemente de la representatividad del modelo matemático disponible.

2.6. Clasificación de los métodos de detección y diagnóstico de fallas

Usualmente, los métodos FDD se clasifican en dos grandes grupos, los que no precisan de un modelo matemático del proceso, y los que sí. En este trabajo de tesis se aborda un método basado en modelos, aunque para esquematizar el contexto general se introducen ambos grupos brevemente.

2.6.1. Métodos libres de modelo

Los métodos FDD que no emplean un modelo matemático del proceso abarcan desde la redundancia física, los sensores especiales, seguidos del chequeo de límites, el análisis estadístico y espectral, hasta los sistemas expertos, entre otros [5].

- Redundancia física: tal como se ha indicado en la Sección 2.5.1, esta técnica consta de la instalación de múltiples sensores para medir el mismo fenómeno físico. De este modo, cualquier discrepancia severa entre las mediciones indicará una falla en los sensores [18].
- Sensores especiales: en este enfoque se instalan sensores en forma explícita para la detección y el diagnóstico de fallas. Ejemplos de éstos son los sensores de vibración, elongación u otros [4].

- **Chequeo de límites:** es el método más ampliamente utilizado en la práctica, las mediciones de la planta son comparadas con límites previamente determinados. De este modo, cuando se exceden los valores de umbral establecidos se indica una falla. En muchos sistemas, se suelen establecer dos niveles de límites, el primero notifica una precaución, mientras que el segundo pone al sistema en emergencia. Esta técnica puede ser extendida al análisis de tendencias de las variables seleccionadas [7].
- **Análisis espectral:** la mayoría de las plantas exhiben una respuesta espectral típica bajo condiciones de operación nominal, por lo tanto, cualquier desviación representa un funcionamiento anormal del sistema. De hecho, ciertos tipos de fallas exhiben una representación espectral característica, lo que facilita su detección [19].
- **Análisis estadístico:** está basado en el conocimiento a priori de la distribución del sistema bajo estudio. Entonces, suponiendo que la distribución de una determinada variable monitoreada es normal, los parámetros de interés son su valor medio y su desviación estándar. Cuando una falla ocurre en el proceso, su media y/o su desviación estándar se alejan de sus valores nominales, detectando la anomalía [7].
- **Sistemas expertos:** son sistemas altamente especializados que abordan problemas entorno a un dominio estrecho de experiencia. Los principales componentes para el desarrollo de un sistema experto incluyen: adquisición del conocimiento, elección de la representación del conocimiento, codificación del conocimiento en una base de conocimiento y desarrollo de procedimientos de inferencia para el diagnóstico. Las principales ventajas en el desarrollo de sistemas expertos para la resolución de problemas de diagnóstico son: facilidad de desarrollo, razonamiento transparente, capacidad de razonar bajo incertidumbre y habilidad de proporcionar explicaciones para las soluciones provistas [39, 40].

2.6.2. Métodos basados en modelos

Los métodos FDD basados en modelos utilizan una representación matemática explícita del proceso y, en general, se basan en el concepto de redundancia analítica. Tal como se ha presentado en la Sección 2.5.2, en contraste con la redundancia física donde se comparan múltiples mediciones del mismo fenómeno físico, la redundancia analítica evalúa la diferencia entre las variables medidas del proceso y el computo analítico de las mismas. Dicho computo, emplea mediciones presentes y/o previas de otras variables, y el modelo matemático de la planta. Además, esta idea puede extenderse a la comparación de dos cantidades analíticas generadas u obtenidas desde diferentes conjuntos de variables. En ambos casos, la diferencia resultante se denomina residuo y es un indicador de la presencia de fallas en el sistema. Otra clase de métodos basados en modelos, aplican directamente la estimación de los parámetros del sistema [5].

Los esquemas FDD basados en modelos se suelen agrupar en:

- Ecuaciones de paridad: en este enfoque, se aplica sobre las ecuaciones de entrada-salida del modelo una transformación dinámica lineal. De este modo, los residuos transformados sirven para la detección y aislación de fallas. Además, en el diseño de la transformación se puede incluir el desacople de perturbaciones e, incluso, controlar la dinámica de la respuesta, dentro de ciertos límites impuestos por los requerimientos de causalidad y estabilidad. Algunos trabajos que explican esta técnica son [7, 24, 32].
- Estimación de parámetros: es la forma más natural e intuitiva de implementar la detección y aislación de fallas multiplicativas. En este esquema, un modelo de referencia es obtenido mediante una primera identificación de la planta en condición libre de fallas. Luego, los parámetros son continuamente identificados en línea y las desviaciones desde el modelo de referencia sirven como base para la detección y aislación de fallas. La estimación de parámetros es el más confiable de los métodos de redundancia analítica, pero esta es más demandante en términos de capacidad de cómputo y requerimientos de excitación de entrada. Ejemplos de esta aproximación son [5, 41].
- Observadores de diagnóstico: en esta aproximación, un observador es utilizado para estimar las salidas del sistema actual. Los residuos se construyen a partir del error entre las medidas del proceso y su estimación. El diseño del observador permite libertades que pueden ser utilizadas para mejorar la generación de residuos. Más específicamente, la dinámica de la respuesta a las fallas puede ser controlada, dentro de ciertos límites, por las ganancias del observador. Varios trabajos se han escrito en torno a este enfoque [24, 42, 43, 44].
- Filtros de Kalman: este modo de abordar la detección y diagnóstico de fallas se basa en un algoritmo recursivo diseñado en base al conocimiento del modelo que representa las condiciones normales de operación. El filtro produce una secuencia de innovaciones independientes (residuos), siendo este un estimador de estados óptimo y de mínimo error de estimación. En consecuencia el residuo cambia su comportamiento de ruido blanco (media cero y covarianza conocida), si se produce una falla. En principio, la aplicación del filtro de Kalman es similar a la de los observadores de estado, pero este, es especialmente adecuado en procesos con relativamente grandes variaciones de las variables de estado y ruido en la salida. Aplicaciones de este esquema se pueden encontrar en [25, 45, 46].

Históricamente, el diagnóstico de fallas basado en modelos analíticos fue desarrollado en torno a sistemas LTI descritos matemáticamente en forma exacta y/o con incertidumbre, varios trabajos se han escrito en relación a estos temas [24, 42]. Pero el FDD en sistemas no lineales continúa siendo un desafío, debido a la problemática que genera discriminar entre perturbaciones y fallas en un amplio rango de condiciones de operación [47]. Diferentes técnicas basadas en el conocimiento exacto de sistemas no lineales permiten generar residuos insensibles a fallas por

métodos específicos de desacople [48, 44, 6], aunque estas representaciones solo contemplan un tipo específico de sistemas no lineales.

Una atractiva alternativa al problema de modelado no lineal, es el uso de la aproximación mediante multi-modelos lineales, o sistemas LPV, cuya mayor ventaja radica en la posibilidad de utilizar, de manera extendida, herramientas matemáticas comúnmente empleadas en sistemas LTI. Además, otra interesante característica de los sistemas LPV reside en la posibilidad de formular problemas de análisis como problemas de optimización convexa que involucran Desigualdades Lineales Matriciales (LMI², por sus siglas en inglés), las cuales se resuelven eficientemente empleando computadoras [49]. Esta técnica ha sido satisfactoriamente utilizada en problemas de control robusto sobre sistemas no lineales [50, 51], pero en escasas oportunidades utilizada en FDD [52]. Por lo que el presente trabajo de tesis aborda el desarrollo de observadores en sistemas LTI hasta su evolución a observadores en sistemas LPV, ambos para la construcción de módulos FDD aplicados a sistemas típicos de la industria de procesos.

2.7. Sistemas lineales de parámetros variables

En general, los procesos físicos son no lineales y de naturaleza variable en el tiempo. Dichas no linealidades, las más frecuentes en la ingeniería de control, van desde una simple saturación, o limitación en la tasa de cambio, hasta comportamientos intrínsecamente ligados a la naturaleza del sistema. Sin embargo, siempre que el sistema no se desvíe demasiado desde su condición de operación nominal, es posible describir su comportamiento a través de un sistema LTI. De este modo, es viable su análisis mediante la utilización de herramientas ya conocidas y ampliamente desarrolladas [53]. A menudo, resulta necesario trabajar en amplios rangos de operación donde el modelo lineal es inadecuado o inexacto. Es por ello, que a dichos sistemas se los suele representar mediante el enfoque de sistemas LPV.

Un sistema LPV depende explícitamente de un parámetro, o de un vector de parámetros $\rho(t)$, que es medido u observado en tiempo real. Este tipo de sistemas se representan en espacio de estados con las siguientes ecuaciones,

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= A(\rho(t))x(t) + B(\rho(t))u(t) \\ y(t) &= C(\rho(t))x(t) + D(\rho(t))u(t)\end{aligned}$$

donde

$$\rho(t) = [\rho_1(t), \dots, \rho_k(t)]^T \in \Omega \subset \mathbb{R}^k$$

Los puntos que conforman el espacio admisible pertenecen en todo instante al conjunto compacto $\Omega \subset \mathbb{R}^k$. Esto es, el vector de parámetros satisface en todo instante de tiempo t la condición,

$$\rho(t) \in \Omega = \{\rho(t) : \underline{\rho}_i \leq \rho_i(t) \leq \bar{\rho}_i, \forall i = 1, 2, \dots, k\} \subset \mathbb{R}^k \quad (2.3)$$

siendo $\underline{\rho}_i$ y $\bar{\rho}_i$ los límites inferior y superior del parámetro $\rho_i(t)$, respectivamente.

²Linear Matrix Inequalities

Remarca 2.1. *Los sistemas LPV pueden interpretarse como una generalización de los sistemas LTI cuando la variación del parámetro admisible, es constante $\rho(t) = \rho_0$.*

Tal como se introdujo previamente, una de las características atractivas en el marco de los sistemas LPV es la posibilidad de formular problemas de análisis como problemas de optimización convexa que involucran LMIs. La incursión de las LMI en la comunidad de la ingeniería de control se inició con la teoría de estabilidad de Lyapunov (ver Apéndice D). Aunque, el importante rol de las LMI en la teoría de control fue reconocido a principios de los años sesenta, especialmente por Yakubovich [54]. Luego, desde finales de los años ochenta, el uso de las LMI resurgió debido al desarrollo de los computacionalmente eficientes algoritmos de punto interior para LMI [55]. Hoy en día, existen varios paquetes de software capaces de representar problemas LMI en lenguajes de alto nivel e interactuar con MATLAB (LMI-Lab [56] y SeDuMi [57] son ejemplos de estos)

Teniendo todo lo anterior en cuenta, y tal como se presenta en el Apéndice B, el comportamiento dinámico de un sistema no lineal puede ser aproximado, o incluso representado, por el siguiente modelo LPV

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \sum_{i=1}^M \mu_i(\zeta(t)) \{A_i x(t) + B_i u(t) + \Delta x_i\} \\ y(t) &= \sum_{i=1}^M \mu_i(\zeta(t)) \{C_i x(t) + D_i u(t) + \Delta y_i\} \end{aligned} \quad (2.4)$$

donde $A_i, B_i, C_i, D_i, \Delta x_i$ y Δy_i son matrices constantes de dimensiones apropiadas, las funciones de pertenencia $\mu_i(\cdot)$ dependientes del parámetro variable $\zeta(t)$ asumido dependiente de una variable medible (entrada o salida). Además $\mu_i(\zeta(t))$ satisface,

$$\mu_i(\zeta(t)) \geq 0; \quad \sum_{i=1}^M \mu_i(\zeta(t)) = 1$$

2.8. Observador de entrada desconocida

DEFINICIÓN 2.1 (Observador de entrada desconocida). *Siendo un sistema LTI descrito por,*

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) + Ff_u(t) \\ y(t) &= Cx(t) + Du(t) \end{aligned} \quad (2.5)$$

donde, $x \in \mathbb{R}^n$, $u \in \mathbb{R}^m$, $y \in \mathbb{R}^p$ y $f_u \in \mathbb{R}^q$ son el vector de estados, entradas, salidas y entradas desconocidas del sistema, respectivamente. Además, A, B, C, D y F son matrices conocidas de dimensiones apropiadas [26].

Un observador del sistema representado en la Ec. (2.5) es definido como Observador de Entrada Desconocida (UIO³, por sus siglas en inglés), si su vector de estimación del error de estados $e(t)$ tiende a cero asintóticamente sin importar la presencia de la entrada desconocida (o perturbación en el sistema) [42].

³Unknown Input Observer

Capítulo 3

Detección y diagnóstico de fallas en sistemas lineales

A través del presente capítulo se presenta el diseño de observadores de orden reducido para el desarrollo de esquemas de FDD capaces de detectar, aislar y diagnosticar el funcionamiento defectuoso de actuadores en sistemas LTI. Seguidamente, se evalúan las capacidades y el comportamiento de las aproximaciones propuestas sobre operaciones unitarias típicas de la industria de procesos químicos.

3.1. Sistemas LTI con entrada desconocida

Primeramente se considera la representación de un sistema LTI que contempla el ingreso de una entrada desconocida. Esto es,

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) + Ff_u(t) \\ y(t) &= Cx(t) + Du(t)\end{aligned}\tag{3.1}$$

donde $x(t) \in \mathbb{R}^n$, $u(t) \in \mathbb{R}^m$, $f_u(t) \in \mathbb{R}^q$ e $y(t) \in \mathbb{R}^p$ son el vector de estados, entradas conocidas, entradas desconocidas, y salidas, respectivamente. Además, A , B , C y D son matrices constantes de dimensiones apropiadas. Por último, F se compone de una columna específica de B , correspondiente al actuador a diagnosticar.

Suposición 1. *En general, para los sistemas físicos, la matriz D es nula y la salida $y(t)$ de la Ec. (3.1) se reduce a una simple combinación ponderada de las variables de estado. Resultando,*

$$y(t) = Cx(t)\tag{3.2}$$

3.1.1. Diseño del observador de orden reducido

En la actualidad, esta aproximación ha sido ampliamente utilizada para el desarrollo de esquemas FDD en sistemas LTI [24, 58, 59, 60]. Asimismo, constituye una herramienta básica y fundamental para el desarrollo de esquemas FDD sobre sistemas LPV presentado en el Capítulo 4.

A continuación, se presenta el procedimiento de diseño de un observador de orden reducido ($n - q$), introducido por Hou y Muller [61].

Suponiendo que el rango de F es q , resulta factible adoptar una matriz no singular T como,

$$T = \begin{bmatrix} N & F \end{bmatrix}; \quad N \in \mathbb{R}^{n \times (n-q)} \quad (3.3)$$

siendo N una matriz de diseño. Así, la Ec. (3.1) se convierte en el sistema equivalente,

$$\dot{\bar{x}}(t) = \bar{A}x(t) + \bar{B}u(t) + \bar{F}f_u(t) \quad (3.4a)$$

$$y(t) = \bar{C}x(t) \quad (3.4b)$$

donde,

$$x(t) = Tx(\bar{t}) = T \begin{bmatrix} \bar{x}_1(t) \\ \bar{x}_2(t) \end{bmatrix}$$

$$\bar{A} = T^{-1}AT = \begin{bmatrix} \bar{A}_{11} & \bar{A}_{12} \\ \bar{A}_{21} & \bar{A}_{22} \end{bmatrix}; \quad \bar{B} = T^{-1}B = \begin{bmatrix} \bar{B}_1 \\ \bar{B}_2 \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

$$\bar{F} = T^{-1}F = T \begin{bmatrix} 0 \\ I_q \end{bmatrix}; \quad \bar{C} = CT = [CN \quad CF]$$

con $\bar{x}_1(t) \in \mathbb{R}^{n-q}$ y $\bar{x}_2(t) \in \mathbb{R}^q$.

Debido a que el subvector $\bar{x}_2(t)$ de la Ec. (3.4a) involucra directamente a la entrada desconocida $f_u(t)$, simplemente se la descarta de la Ec. (3.4), y se obtiene un sistema libre de entrada desconocida como,

$$[I_{n-q} \quad 0] \dot{\bar{x}}(t) = [\bar{A}_{11} \quad \bar{A}_{12}] \bar{x}(t) + \bar{B}_1 u(t) \quad (3.6a)$$

$$y(t) = [CN \quad CF] \bar{x}(t) \quad (3.6b)$$

Asumiendo que $\bar{x}_2(t)$ se obtiene desde $y(t)$, el sistema de la Ec. (3.6) se transforma en un sistema lineal convencional. De hecho, si la matriz CF tiene rango columna completo, existe una matriz no singular,

$$U = [CF \quad Q]; \quad Q \in \mathbb{R}^{m \times (m-q)} \quad (3.7)$$

siendo,

$$U^{-1} = \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

con $U_1 \in \mathbb{R}^{q \times m}$ y $U_2 \in \mathbb{R}^{(m-q) \times m}$ y pre-multiplicando ambos lados de la Ec. (3.6b) por U^{-1} , resulta

$$U_1 y(t) = U_1 CN \bar{x}_1(t) + \bar{x}_2(t) \quad (3.9)$$

$$y(t) = CN \bar{x}_1(t) \quad (3.10)$$

seguidamente, sustituyendo la Ec. (3.9) en la Ec. (3.6a) y combinándola con la Ec. (3.10) se tiene,

$$\dot{\tilde{x}}_1(t) = \tilde{A}_1 \tilde{x}_1(t) + \tilde{B}u(t) + \tilde{E}_1 y(t) \quad (3.11)$$

$$\tilde{y}(t) = \tilde{C}_1 \tilde{x}_1(t) \quad (3.12)$$

siendo

$$\begin{aligned} \tilde{A}_1 &= \bar{A}_{11} - \bar{A}_{12}U_1CN; & E_1 &= \bar{A}_{12}U_1 \\ \tilde{C}_1 &= U_2CN; & \tilde{y}(t) &= U_2y(t) \end{aligned} \quad (3.13)$$

Donde se puede verificar que el rango de \tilde{C}_1 es $m - q$. En este punto si el par $(\tilde{A}_1, \tilde{C}_1)$ es observable, y siguiendo el procedimiento de diseño de un observador de Luenberger convencional (ver Apéndice A.2), es posible diseñar un Observador de orden Reducido para el sistema libre de Entradas Desconocidas (RUIO¹, por sus siglas en inglés), de la Ec. (3.13), como:

$$\dot{\Phi}(t) = K\Phi(t) + \tilde{B}_1u(t) - L^*y(t); \quad w(t) \in \mathbb{R}^{n-q} \quad (3.14)$$

con $\Phi(t) \in \mathbb{R}^{n-q}$, $L^* = LU_2 + E_1$ y $K = \tilde{A}_1 - L\tilde{C}_1$. Donde $L \in \mathbb{R}^{(n-1) \times (m-q)}$ es la ganancia del observador a diseñar y $\Phi(t) \rightarrow \hat{\tilde{x}}_1(t)$ cuando $t \rightarrow \infty$.

Para ello, el error de estimación de estados se define como,

$$e(t) = \tilde{x}_1(t) - \Phi(t)$$

por consiguiente, la dinámica del error de estimación es

$$\begin{aligned} \dot{e}(t) &= \dot{\tilde{x}}_1(t) - \dot{\Phi}(t) \\ &= \tilde{A}_1 \tilde{x}_1(t) - K\Phi(t) - Ly(t) \\ &= K(\tilde{x}_1(t) - \Phi(t)) \end{aligned}$$

resultando,

$$\dot{e}(t) = Ke(t).$$

En tanto, si K es Hurwitz, $e(t) \rightarrow 0$ asintóticamente. De esta forma, a partir de la Ec. (3.14), se tiene que $\Phi(t) \rightarrow \hat{\tilde{x}}_1(t)$ a medida que $t \rightarrow \infty$. Obteniendo,

$$\hat{x}(t) = T\hat{\tilde{x}}(t) = T \begin{bmatrix} \Phi(t) \\ U_1y(t) - U_1CN\Phi(t) \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

donde $\hat{x}(t) \rightarrow x(t)$, cuando $t \rightarrow \infty$.

Las condiciones de existencia para el observador, previamente descrito, se establecen en base al Teorema 3.1.

Teorema 3.1 (Existencia del observador). *Dado el sistema LTI presentado en la Ec. (3.1), el observador descrito por las Ec. (3.14) y (3.15), existen si y solo si,*

¹Reduced-order Unknown Input Observer

1. $\text{rango}(CF) = \text{rango}(F)$
2. el par $(\tilde{A}_1, \tilde{C}_1)$ es observable
3. $\text{rango} \begin{pmatrix} sI_{n-q} - \bar{A}_{11} & -\bar{A}_{12} \\ CN & CF \end{pmatrix} = n \quad \forall s \in \mathbb{C}, \mathbb{R}\{s\} \geq 0$

Demostración. Las condiciones necesarias para la existencia del observador de entrada desconocida, presentadas en el Teorema 3.1, han sido probadas por varios autores [61, 62, 63]. \square

3.1.2. Estimación de la entrada desconocida

Finalmente, a partir de la Ec. (3.4a), y dado que $\hat{x}(t) \rightarrow \bar{x}(t)$ cuando $t \rightarrow \infty$, es posible estimar la entrada desconocida $f_u(t)$, como

$$\hat{f}_u(t) = \dot{\hat{x}}_2(t) - \bar{A}_{21}\bar{x}_1(t) - \bar{A}_{22}\bar{x}_2(t) - \bar{B}_2u(t) \quad (3.16)$$

En la Fig. 3.1 se bosqueja el esquema del observador de orden reducido libre de entrada desconocida analizado.

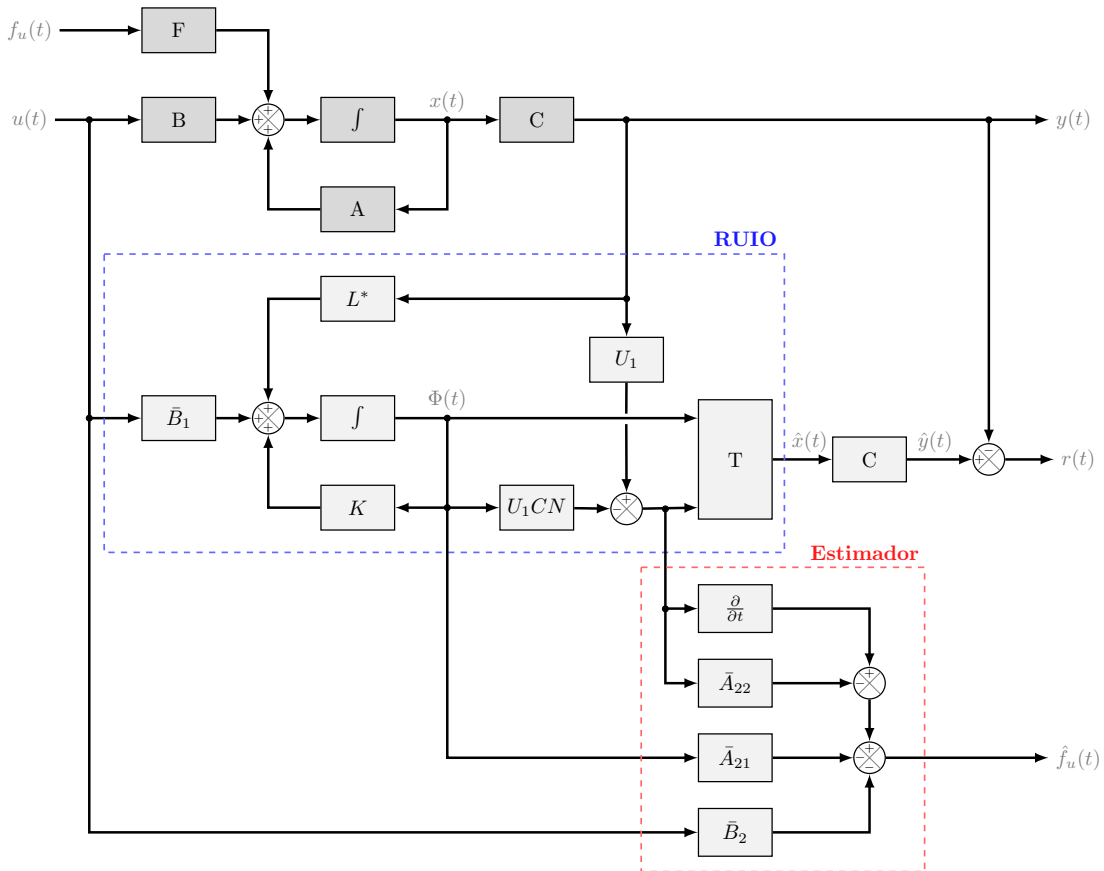


Figura 3.1: Observador de orden reducido libre de entrada desconocida.

3.2. Módulo de detección y diagnóstico de fallas

Si el RUIO presentado en las Ec. (3.14) y (3.15) es factible de ser diseñado tal que $e(t) \rightarrow 0$ cuando el sistema esté libre de fallas, y definiendo $r(t) = |\hat{y}(t) - y(t)| = |Ce(t)|$. Entonces, de igual forma, $r(t) \rightarrow 0$ cuando el sistema se encuentre libre de fallas. En base a dicha observación y siguiendo los esquemas clásicos de FDI basados en residuos [42], la detección de la falla se alcanza cuando:

$$\text{Falla} = \begin{cases} \text{Falso,} & r(t) \leq r_{th} \\ \text{Verdadero,} & r(t) > r_{th} \end{cases} \quad (3.17)$$

donde r_{th} es un umbral de detección fijo. Por otro lado, de acuerdo a los esquemas preexistentes [7, 58], como se observa en la Fig. 3.2, es posible construir un banco de observadores para, a partir del análisis de sus residuos, aislar la presencia de fallas en los actuadores.

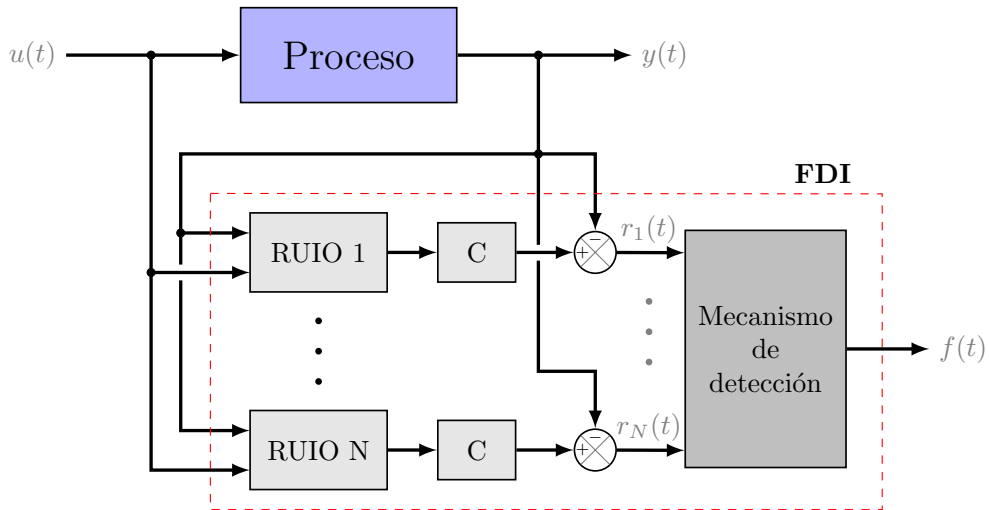


Figura 3.2: Banco de observadores para la detección de fallas.

Incluso, con el objetivo de reducir los errores de estimación, es posible combinar las estimaciones de la Ec. (3.16) con la detección y aislación de fallas. Constituyendo, de este modo, un módulo de FDD que provee la información completa de ocurrencia, localización y magnitud de la falla.

3.3. Simulaciones y resultados

En esta sección se evalúa el comportamiento y la efectividad del esquema FDD propuesto en las Secciones 3.1 y 3.2, sobre operaciones unitarias típicas de la industria de procesos químicos (ver Apéndice C). Para ello, se han realizado simulaciones numéricas utilizando las herramientas de software MATLAB[®], Simulink[®].

3.3.1. Dos tanques sin interacción

En base al proceso de dos tanques sin interacción presentado en el Apéndice C.1. Más precisamente, siendo la Ec. (C.2) el modelo LTI del sistema linealizado en torno al punto de operación $x = \{0,3075 \text{ m}, 0,25 \text{ m}\}$, se ha desarrollado un banco de dos RUIO dedicados (uno por cada actuador), cuyo esquema es similar al bosquejado en las Figs. 3.1 y 3.2, con el propósito de detectar, aislar y estimar el ingreso de fallas en los caudales manipulados.

Diseño de los observadores

Se inicia el diseño del primer observador definiendo la matriz de entrada desconocida $F = \left[\frac{1}{A_1} \quad 0 \right]^T$ (primer columna de B) y diseñando, mediante asignación de polos, la matriz de ganancias L . De esta forma se obtienen las matrices del RUIO de la Ec. (3.14), capaz de detectar y aislar fallas del actuador q_2 , y estimar las fallas sobre el actuador q_1 (la disposición de los actuadores a diagnosticar se bosqueja en la Fig. C.1).

Por otro lado, para el diseño del segundo observador, se define la matriz $F = \left[0 \quad \frac{1}{A_2} \right]^T$ (segunda columna de B), y se repite el procedimiento desarrollado previamente. Como consecuencia, se construye el RUIO de la Ec. (3.14) para la detección y aislación de fallas sobre el actuador q_1 , que además permite estimar las fallas sobre el actuador q_2 .

Simulación numérica

Con el propósito de evaluar el comportamiento y la efectividad del banco de RUIO propuesto, se simuló el esquema FDD, bosquejado en las Figs. 3.1 y 3.2, aplicado al sistema de dos tanques sin interacción, de la Ec. (C.2). Es importante notar, que para construir una simulación realista, se ha adicionado una señal de ruido blanco de medición en ambas salidas ($\mu = 0$, $\sigma = 0,01 \text{ mm}$).

Las Figs. 3.3 y 3.4 exhiben los resultados de la simulación en presencia de fallas sobre los actuadores. Tal como se observa, primero se aplicaron dos cambios de consigna, desde la condición inicial $h_2^0 = 0,25 \text{ m}$, siendo estos $h_2 = 0,27 \text{ m}$ a los $t = 50 \text{ s}$ y $h_2 = 0,29 \text{ m}$ a los $t = 100 \text{ s}$, para apreciar la convergencia y las capacidades de seguimiento del observador. Seguidamente, se procedió a simular el ingreso de fallas en los actuadores q_1 y q_2 , para validar el esquema FDD desarrollado. Esto es, entre los $t = 250 \text{ s}$ y los $t = 500 \text{ s}$ se introdujo, en la válvula q_1 , una incipiente degradación en la ganancia de hasta el 5% del caudal $q_{1\text{máx}}$. Por último, una falla abrupta del 5% del caudal $q_{2\text{máx}}$, se generó en la válvula q_2 entre los $t = 700 \text{ s}$ y los $t = 900 \text{ s}$.

Las salidas del observador propuesto, y del sistema de dos tanques sin interacción, de la Ec. (C.1), se bosquejan en la Fig. 3.3. En ella se percibe un adecuado comportamiento y una correcta capacidad de seguimiento del observador, en operación libre de fallas. En cambio, se aprecia que luego del ingreso de fallas en los actuadores, tanto abruptas como incipientes, la salida del observador se diferencia de forma significativa a la salida del sistema, permitiendo una rápida detección,

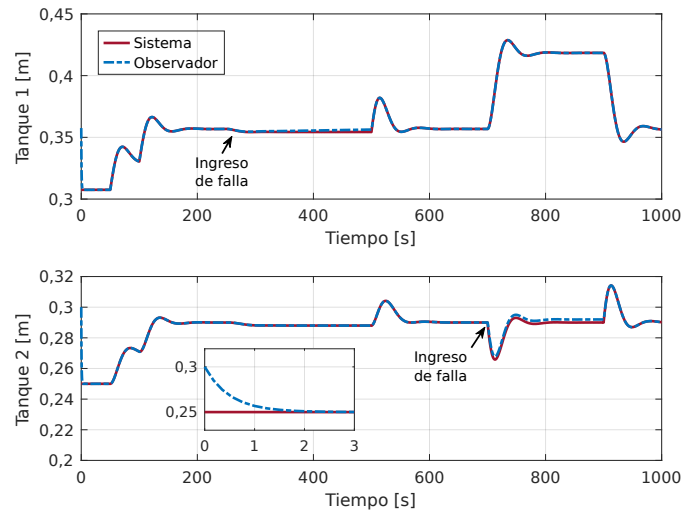


Figura 3.3: Estados del sistema hidráulico.

aislación y estimación de las fallas acontecidas sobre los actuadores del sistema.

Por otro lado, la Fig. 3.4a exhibe los residuos de estimación resultantes, que al compararlos con el umbral de detección, establecido de acuerdo a la Ec. (3.17), permiten la detección y el aislamiento de las fallas ocurridas en el sistema. Por último, en la Fig. 3.4b, se muestra la estimación de las fallas ocurridas, de acuerdo a la Ec. (3.16).

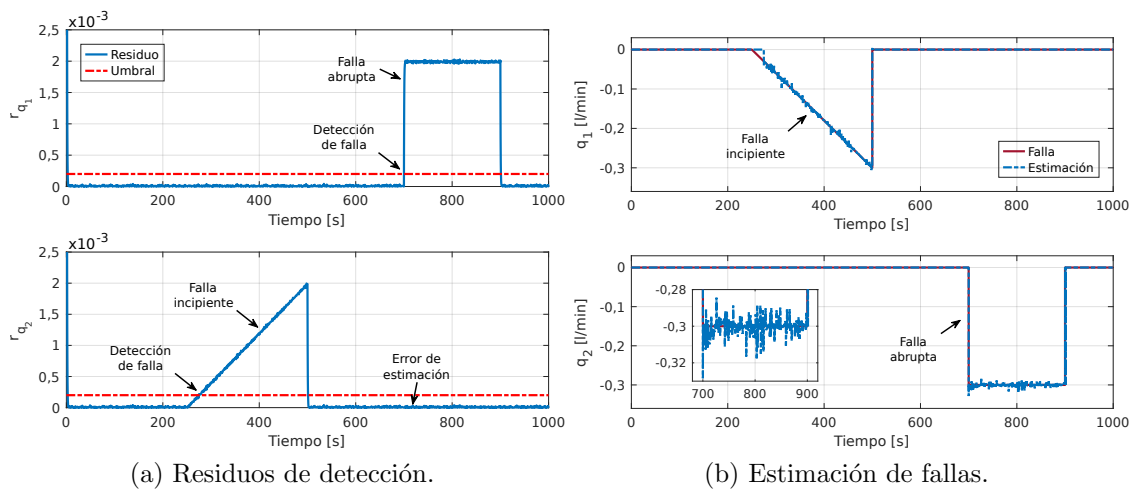


Figura 3.4: Detección y diagnóstico de fallas en el sistema hidráulico.

3.3.2. Intercambiador de calor (HE)

En base al proceso HE presentado en el Apéndice C.2. Más precisamente, siendo la Ec. (C.4) el modelo LTI del sistema linealizado en torno al punto de operación $x = \{500 \text{ K}, 724,38 \text{ K}, 570,12 \text{ K}\}$, se ha desarrollado un banco de dos RUIO dedicados (uno por cada actuador), cuyo esquema es similar al propuesto

en las Figs. 3.1 y 3.2, con el propósito de detectar, aislar y estimar el ingreso de fallas en los caudales manipulados.

Diseño de los observadores

Se inicia el diseño del primer observador definiendo la matriz de entrada desconocida $F = \left[\frac{\theta_{1e} - \theta_{1s}}{V_1} \quad 0 \quad 0 \right]^T$ (primer columna de B) y diseñando, mediante asignación de polos, la matriz de ganancias L . De esta forma se obtienen las matrices del RUIO, de la Ec. (3.14), capaz de detectar y aislar las fallas en el actuador q_2 , y estimar las fallas del actuador q_1 (la disposición de los actuadores a diagnosticar se bosqueja en la Fig. C.2).

Por otro lado, para el diseño del segundo observador, se define la matriz $F = \left[0 \quad \frac{\theta_{2e} - \theta_{2s}}{V_2} \quad 0 \right]^T$ (segunda columna de B), y se repite el procedimiento previo. Así, se construye el RUIO, de la Ec. (3.14), para la detección y aislación de fallas en el actuador q_1 , que además estima las fallas experimentadas por el actuador q_2 .

Simulación numérica

Con el propósito de evaluar el comportamiento y la efectividad del banco de RUIO propuesto, se simuló el esquema FDD, bosquejado en las Figs. 3.1 y 3.2, aplicado al sistema intercambiador de calor (C.4). Es importante notar, que para construir una simulación realista, se ha adicionado una señal de ruido blanco de medición en ambas salidas ($\mu = 0$, $\sigma = 0,01$ K).

Las Figs. 3.5 y 3.6 exhiben los resultados de la simulación en presencia de fallas sobre los actuadores. Tal como se observa, primero se aplicó un cambio de consigna, desde la condición inicial $\theta_{1s}^0 = 500$ K, siendo este $\theta_{1s} = 510$ K a los $t = 50$ min, para apreciar la convergencia y las capacidades de seguimiento del observador. Seguidamente, se procedió a simular el ingreso de fallas en los actuadores q_1 y q_2 , para validar el esquema FDD desarrollado. Esto es, entre los $t = 150$ min y los $t = 250$ min se introdujo una abrupta degradación en la ganancia de hasta el 10% del caudal $q_{1\text{máx}}$. Por último, una falla abrupta del 10% del caudal $q_{2\text{máx}}$, ocurrió en la válvula q_2 entre los $t = 300$ min y los $t = 400$ min.

Las salidas del observador propuesto y del sistema intercambiador de calor, de la Ec. (C.3), se bosquejan en la Fig. 3.5. En ella se percibe un adecuado comportamiento y una correcta capacidad de seguimiento del observador, en operación libre de fallas. En cambio, se aprecia que luego del ingreso de fallas en los actuadores, tanto abruptas como incipientes, la salida del observador se diferencia de forma significativa a la salida del sistema, permitiendo una rápida detección, aislación y estimación de las fallas acontecidas sobre los actuadores del sistema.

Por otro lado, la Fig. 3.6a exhibe los residuos de estimación resultantes, que al compararlos con el umbral de detección, establecido de acuerdo a la Ec. (3.17), permiten la detección y el aislamiento de las fallas ocurridas en el sistema. Por último, en la Fig. 3.6b, se muestra la estimación de las fallas ocurridas, de acuerdo a la Ec. (3.16).

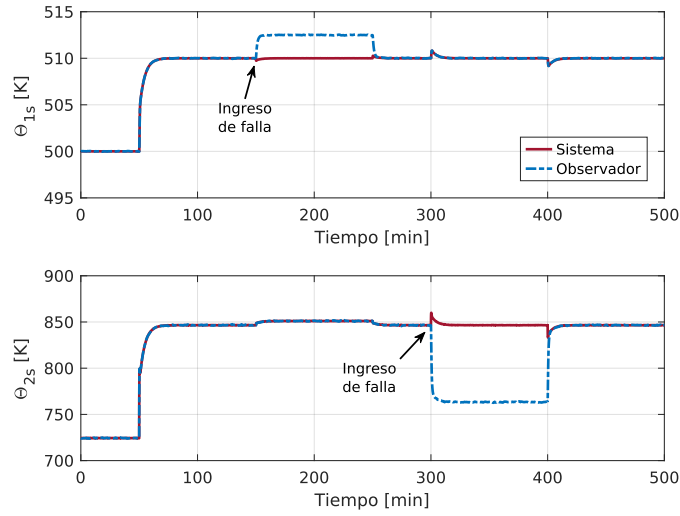
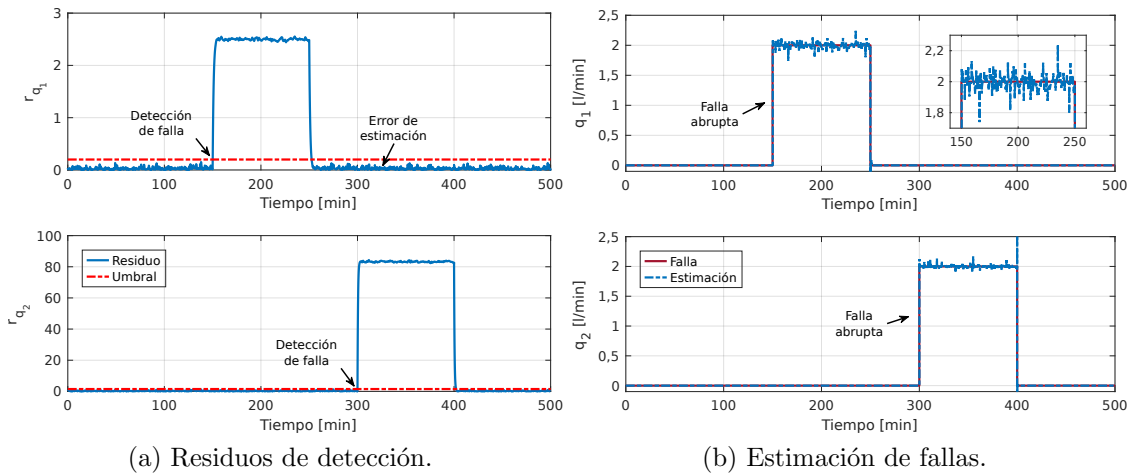


Figura 3.5: Estados del HE.



(a) Residuos de detección.

(b) Estimación de fallas.

Figura 3.6: Detección y diagnóstico de fallas en el HE.

3.3.3. Reactor Continuo de Tanque Agitado (CSTR)

En base al proceso CSTR presentado en el Apéndice C.3. Más precisamente, siendo la Ec. (C.7) el modelo LTI del sistema linealizado en torno al punto de operación $x = \{1001, 0,08 \text{ mol l}^{-1}, 443,31 \text{ K}\}$, se ha desarrollado un banco de dos RUIO dedicados (uno por cada actuador), cuyo esquema es similar al propuesto en las Figs. 3.1 y 3.2, con el propósito de detectar, aislar y estimar el ingreso de fallas en los caudales manipulados.

Diseño de los observadores

Se inicia el diseño del primer observador definiendo la matriz de entrada desconocida $F = [-1 \ 0 \ 0]^T$ (primer columna de B) y diseñando, mediante asignación de polos, la matriz de ganancias L . De esta forma se obtienen las matrices del RUIO de la Ec. (3.14), capaz de detectar y aislar fallas del actuador q_s , y estimar

las fallas sobre el actuador q_c (la disposición de los actuadores a diagnosticar se bosqueja en la Fig. C.3).

Por otro lado, para el diseño del segundo observador, se define la matriz $F = [0 \ 0 \ B_{32}]^T$ (segunda columna de B), y se repite el procedimiento desarrollado previamente. Como consecuencia, se construye el RUIO de la Ec. (3.14) para la detección y aislación de fallas sobre el actuador q_c , que además permite estimar las fallas sobre el actuador q_s .

Simulación numérica

Para evaluar el comportamiento y la efectividad del RUIO propuesto, el esquema FDD, bosquejado en las Figs. 3.1 y 3.2, fue simulado en el sistema CSTR (C.7). Al igual que en las simulaciones previas, se ha adicionado una señal de ruido blanco de medición ($\mu = 0$, $\sigma = [1 \times 10^{-3}, 1 \times 10^{-6} \text{ mol l}^{-1}, 0,01 \text{ K}]$).

Las Figs. 3.7 y 3.8 exhiben los resultados de la simulación en presencia de fallas sobre los actuadores. Tal como se observa, primero se aplicó un cambio de consigna, desde la condición inicial $T^0 = 443,31 \text{ K}$, siendo este $T = 440 \text{ K}$ a los $t = 50 \text{ min}$, para apreciar la convergencia y las capacidades de seguimiento del observador. Seguidamente, se procedió a simular el ingreso de fallas en los actuadores q_c y q_s , para validar el esquema FDD desarrollado. Esto es, entre los $t = 100 \text{ min}$ y los $t = 150 \text{ min}$ se introdujo una abrupta degradación en la ganancia de hasta el 7% del caudal $q_{c_{\text{máx}}}$. Por último, una falla abrupta del 7% del caudal $q_{s_{\text{máx}}}$, ocurre en la válvula q_s entre los $t = 200 \text{ min}$ y los $t = 250 \text{ min}$.

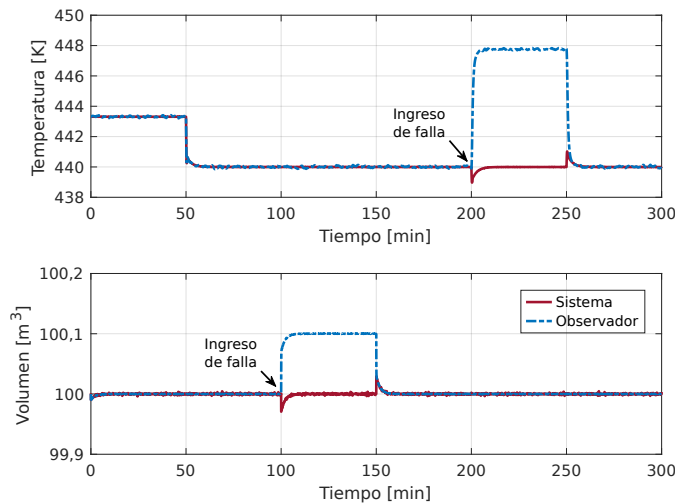
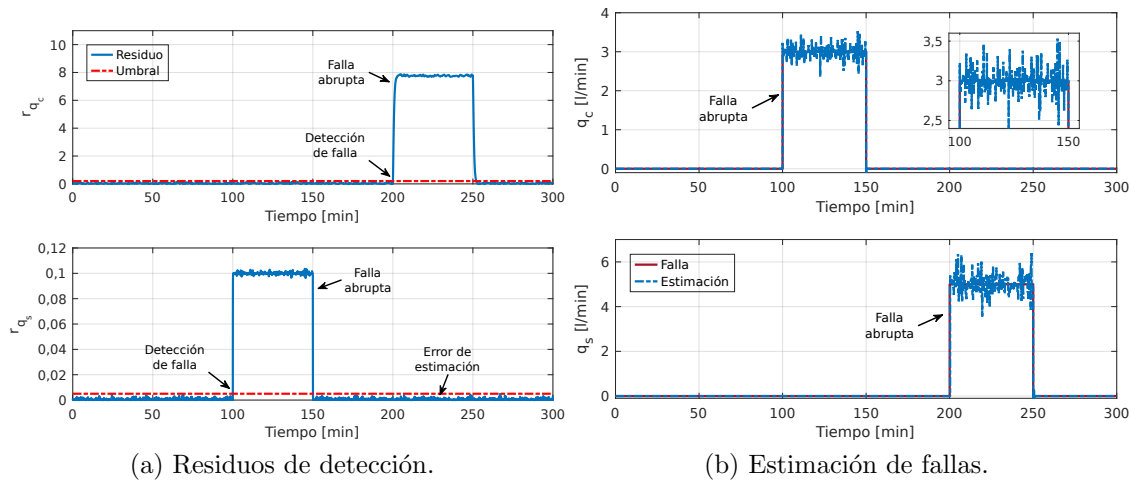


Figura 3.7: Estados del CSTR.

Las salidas del observador propuesto, y del sistema CSTR, de la Ec. (C.1), se bosquejan en la Fig. 3.3. En ella se percibe un adecuado comportamiento y una correcta capacidad de seguimiento del observador, en operación libre de fallas. En cambio, se aprecia que luego del ingreso de fallas en los actuadores, tanto abruptas como incipientes, la salida del observador se diferencia de forma significativa a la salida del sistema, permitiendo una rápida detección, aislación y estimación de las fallas acontecidas sobre los actuadores del sistema.

Por otro lado, la Fig. 3.8a exhibe los residuos de estimación resultantes, que al compararlos con el umbral de detección, establecido de acuerdo a la Ec. (3.17), permiten la detección y el aislamiento de las fallas ocurridas en el sistema. Por último, en la Fig. 3.8b, se muestra la estimación de las fallas ocurridas, de acuerdo a la Ec. (3.16).



(a) Residuos de detección.

(b) Estimación de fallas.

Figura 3.8: Detección y diagnóstico de fallas en el CSTR.

Capítulo 4

Detección y diagnóstico de fallas en sistemas no lineales

A través del presente capítulo se expone el diseño de un conjunto de observadores de orden reducido para el desarrollo de un esquema FDD capaz de detectar, aislar y diagnosticar el funcionamiento defectuoso de actuadores en sistemas no lineales, que aceptan representación LPV [64]. Además, se evalúa su comportamiento y capacidades de detección sobre procesos unitarios típicos de la industria química.

4.1. Sistemas LPV con entrada desconocida

Primeramente se considera la representación de un sistema no lineal a través de un modelo LPV (Ver Apéndice B) que contempla el ingreso de una entrada desconocida. Esto es,

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \sum_{i=1}^M \mu_i(\zeta(t)) \{A_i x(t) + B_i u(t) + F_i f_u(t) + \Delta x_i\} \\ y(t) &= \sum_{i=1}^M \mu_i(\zeta(t)) \{C_i x(t) + D_i u(t) + \Delta y_i\} \end{aligned} \quad (4.1)$$

donde $x(t) \in \mathbb{R}^n$, $u(t) \in \mathbb{R}^m$, $f_u(t) \in \mathbb{R}^q$ e $y(t) \in \mathbb{R}^p$ son el vector de estados, entradas conocidas, entradas desconocidas, y salidas, respectivamente. Además, A_i , B_i , C_i y D_i son matrices constantes de dimensiones apropiadas. Por último, las matrices F_i se componen de una columna específica de B_i , correspondiente al actuador a diagnosticar.

Suposición 2. *En general, para los sistemas físicos, las matrices D_i son nulas y la salida $y(t)$ de la Ec. (4.1) se reduce a una simple combinación ponderada de las variables de estado.*

Suposición 3. *Las matrices C_i , para el alcance de este trabajo, están conformadas por matrices identidades de dimensiones apropiadas $\mathbb{I}_{p \times n}$. Por lo que la ecuación de salida de la Ec. (4.1) resulta,*

$$y(t) = Cx(t)$$

A continuación, se presenta el procedimiento de diseño de un Observador de orden Reducido Libre de Entrada Desconocida para Sistemas Lineales de Parámetros Variables (LPV-RUIO¹, por sus siglas en inglés).

4.1.1. Diseño del observador LPV-RUIO

Partiendo del desarrollo de observadores de orden reducido para sistemas lineales con entradas desconocidas, introducido en el Capítulo 3, y bajo la suposición de que el rango de las matrices F_i es q , resulta factible seleccionar un conjunto de matrices no singulares,

$$T_i = \begin{bmatrix} N_i & F_i \end{bmatrix}, \quad N_i \in \mathbb{R}^{n \times (n-q)}. \quad (4.2)$$

Así, el sistema (4.1) es equivalente a,

$$\dot{\bar{x}}(t) = \sum_{i=1}^M \mu_i(\zeta(t)) \{ \bar{A}_i \bar{x}(t) + \bar{B}_i u(t) + \bar{F}_i f_u(t) + \bar{\Delta} x_i \} \quad (4.3a)$$

$$y(t) = \sum_{i=1}^M \mu_i(\zeta(t)) \{ \bar{C}_i \bar{x}(t) \} \quad (4.3b)$$

donde

$$\begin{aligned} x(t) &= T_i \bar{x}(t) = T_i \begin{bmatrix} \bar{x}_1(t) \\ \bar{x}_2(t) \end{bmatrix}; \quad \bar{\Delta} x_i = T_i^{-1} \Delta x_i = \begin{bmatrix} \bar{\Delta} x_{i1} \\ \bar{\Delta} x_{i2} \end{bmatrix} \\ \bar{A}_i &= T_i^{-1} A_i T_i = \begin{bmatrix} \bar{A}_{i11} & \bar{A}_{i12} \\ \bar{A}_{i21} & \bar{A}_{i22} \end{bmatrix}; \quad \bar{B}_i = T_i^{-1} B_i = \begin{bmatrix} \bar{B}_{i1} \\ \bar{B}_{i2} \end{bmatrix} \\ \bar{C}_i &= C T_i = [C N_i \quad C F_i]; \quad \bar{F}_i = T_i^{-1} F_i = \begin{bmatrix} 0 \\ I_q \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.4)$$

con $\bar{x}_1(t) \in \mathbb{R}^{n-q}$, $\bar{x}_2(t) \in \mathbb{R}^q$.

Entonces, debido a las transformaciones inducidas en (4.4), se observa que el sistema (4.3a) involucra directamente a la entrada desconocida en el estado $\bar{x}_2(t)$. Por ende, es posible descartar dicho estado y reescribir el sistema (4.3) libre de entradas desconocidas como,

$$[I_{n-q} \quad 0] \dot{\bar{x}}(t) = \sum_{i=1}^M \mu_i(\zeta(t)) \{ [\bar{A}_{i11} \quad \bar{A}_{i12}] \bar{x}(t) + \bar{B}_{i1} u(t) + \bar{\Delta} x_{i1} \} \quad (4.5a)$$

$$y(t) = \sum_{i=1}^M \mu_i(\zeta(t)) \{ [C N_i \quad C F_i] \bar{x}(t) \}. \quad (4.5b)$$

Asumiendo que $\bar{x}_2(t)$ se obtiene desde $y(t)$ y si la matriz $[C F_i]$ es de rango columna completo, entonces existe una matriz no singular

$$U_i = \begin{bmatrix} C F_i & Q_i \end{bmatrix}, \quad Q_i \in \mathbb{R}^{n \times (n-q)} \quad (4.6)$$

¹Linear Parameter Varying Reduced-order Unknown Input Observer

siendo

$$U_i^{-1} = \begin{bmatrix} U_{i_1} \\ U_{i_2} \end{bmatrix}, \quad U_{i_1} \in \mathbb{R}^{q \times n}, \quad U_{i_2} \in \mathbb{R}^{(n-q) \times n} \quad (4.7)$$

multiplicando a ambos lados de (4.5b) por U_i^{-1} y despejando,

$$\bar{x}_2(t) = \sum_{i=1}^M \mu_i(\zeta(t)) \{U_{i_1} y(t) - U_{i_1} C N_i \bar{x}_1(t)\} \quad (4.8a)$$

$$y(t) = \sum_{i=1}^M \mu_i(\zeta(t)) \{C N_i \bar{x}_1(t)\} \quad (4.8b)$$

seguidamente, substituyendo (4.8a) en (4.5a) y combinándolo con (4.8b) se deriva en (4.8) transformado hacia,

$$\dot{\bar{x}}_1(t) = \sum_{i=1}^M \mu_i(\zeta(t)) \left\{ \tilde{A}_{i_1} \bar{x}_1(t) + E_{i_1} y(t) + \bar{B}_{i_1} u(t) + \bar{\Delta} x_{i_1} \right\} \quad (4.9a)$$

$$y(t) = \sum_{i=1}^M \mu_i(\zeta(t)) \left\{ \tilde{C}_{i_1} \bar{x}_1(t) \right\} \quad (4.9b)$$

donde $\tilde{C}_{i_1} = C N_i$, $\tilde{A}_{i_1} = \bar{A}_{i_{11}} - \bar{A}_{i_{12}} U_{i_1} C N_i$ y $E_{i_1} = \bar{A}_{i_{12}} U_{i_1}$.

En este punto, si el par $(\tilde{A}_{i_1}, \tilde{C}_{i_1})$ es observable, siguiendo con el procedimiento de diseño de un observador de Luenberger convencional [65], es posible diseñar un observador de orden reducido para el sistema libre de entrada desconocidas (4.9) como,

$$\dot{\Phi}(t) = \sum_{i=1}^M \mu_i(\zeta(t)) \left\{ K_i \Phi(t) + \bar{B}_{i_1} u(t) + \bar{\Delta} x_{i_1} + L_i^* y(t) \right\} \quad (4.10)$$

con $\Phi(t) \in \mathbb{R}^{(n-q)}$, $L_i^* = L_i + E_{i_1}$ y $K_i = \tilde{A}_{i_1} - L_i \tilde{C}_{i_1}$. Donde $L_i \in \mathbb{R}^{(n-q) \times (p-q)}$ es la ganancia del observador a diseñar.

Para ello, el error de estimación de estados se define como,

$$e(t) = \bar{x}_1(t) - \Phi(t) \quad (4.11)$$

por lo tanto, la dinámica del error de estimación es,

$$\begin{aligned} \dot{e}(t) &= \dot{\bar{x}}_1(t) - \dot{\Phi}(t) \\ &= \sum_{i=1}^M \mu_i(\zeta(t)) \left\{ \tilde{A}_{i_1} \bar{x}_1(t) - K_i \Phi(t) - L_i y(t) \right\} \\ &= \sum_{i=1}^M \mu_i(\zeta(t)) \left\{ K_i (\bar{x}_1(t) - \Phi(t)) \right\} \end{aligned} \quad (4.12)$$

resultando,

$$\dot{e}(t) = \sum_{i=1}^M \mu_i(\zeta(t)) K_i e(t) \quad (4.13)$$

de esta forma, si las matrices K_i son Hurwitz, entonces $e(t) \rightarrow 0$ asintóticamente.

Teorema 4.1. *Si existe una matriz simétrica $X > 0$ y W_i , tal que las siguientes condiciones se cumplan $\forall i \in \{1, 2, 3, \dots, M\}$:*

$$(X\tilde{A}_{i_1} - W_i\tilde{C}_{i_1})^T + (X\tilde{A}_{i_1} - W_i\tilde{C}_{i_1}) + 2\alpha X < 0 \quad (4.14)$$

entonces el observador de la Ec. (4.10) es un LPV-RUIO. Esto es, $e(t)$ tiende a cero asintóticamente para cualquier estado inicial $e(0)$.

Demostración. Partiendo desde (4.11), y seleccionando una función de Lyapunov con una matriz simétrica $X > 0$.

$$V(t) = e(t)^T X e(t) \quad (4.15)$$

como consecuencia, la convergencia exponencial del error de estimación se garantiza si,

$$\dot{V}(t) + 2\alpha V(t) < 0 \quad (4.16)$$

donde α es una constante que representa la tasa de decaimiento [49]. Luego, utilizando (4.13) y (4.15) se obtiene,

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &= \dot{e}^T(t) X e(t) + e(t) X \dot{e}^T(t) \\ &= \sum_{i=1}^M \mu_i(\zeta(t)) e^T(t) K_i^T X e(t) + \sum_{i=1}^M \mu_i(\zeta(t)) e^T(t) X K_i e(t) \\ &= \sum_{i=1}^M \mu_i(\zeta(t)) \{ e^T(t) (K_i^T X + X K_i) e(t) \} \end{aligned} \quad (4.17)$$

así, reemplazando (4.15) y (4.17) en (4.16) resulta,

$$\sum_{i=1}^M \mu_i(\zeta(t)) \{ e^T(t) (K_i^T X + X K_i + 2\alpha X) e(t) \} < 0 \quad (4.18)$$

notar que $(K_i^T X + X K_i + 2\alpha X) < 0$, $\forall i \in \{1, 2, 3, \dots, M\}$, implica que $e(t)$ tiende a cero asintóticamente para cualquier estado inicial $e(0)$.

Recordando que se ha definido a $K_i = \tilde{A}_{i_1} - L_i \tilde{C}_{i_1}$ y sustituyendo en la desigualdad previa,

$$\begin{aligned} (\tilde{A}_{i_1} - L_i \tilde{C}_{i_1})^T X + X(\tilde{A}_{i_1} - L_i \tilde{C}_{i_1}) + 2\alpha X &< 0 \\ \tilde{A}_{i_1}^T X - \tilde{C}_{i_1}^T L_i^T X + X \tilde{A}_{i_1} - X L_i \tilde{C}_{i_1} + 2\alpha X &< 0. \end{aligned} \quad (4.19)$$

Además, para eliminar las no linealidades existentes, se define $W_i = X L_i$. Resultando,

$$(X\tilde{A}_{i_1} - W_i\tilde{C}_{i_1})^T + (X\tilde{A}_{i_1} - W_i\tilde{C}_{i_1}) + 2\alpha X < 0 \quad (4.20)$$

□

Remarca 4.1. *El Teorema 4.1 muestra que el problema de diseño del LPV-RUIO, de la Ec. (4.10), se resuelve a través de la LMI de la Ec. (4.14).*

De esta forma, a partir de (4.10) se tiene que $\Phi(t) \rightarrow \hat{x}_1(t)$ a medida que $t \rightarrow \infty$. Por lo tanto,

$$\begin{aligned}\hat{x}(t) &= \sum_{i=1}^M \mu_i(\zeta(t)) T_i \hat{x} \\ &= \sum_{i=1}^M \mu_i(\zeta(t)) T_i \begin{bmatrix} \Phi(t) \\ U_{i1} y(t) - U_{i1} C N_i \Phi(t) \end{bmatrix}\end{aligned}\quad (4.21)$$

con $\hat{x}(t) \rightarrow x(t)$, conforme $t \rightarrow \infty$.

4.1.2. Estimación de la entrada desconocida

En base a la Ec. (4.3a), y dado que $\hat{x}(t) \rightarrow \bar{x}(t)$ cuando $t \rightarrow \infty$, es posible estimar la entrada desconocida $f_u(t)$, como

$$\hat{f}_u(t) = \sum_{i=1}^M \mu_i(\zeta(t)) \left\{ U_{i1} \dot{y}(t) - G_1 y(t) - G_2 \dot{\Phi}(t) - G_3 \Phi(t) - \bar{B}_{i2} u(t) + \bar{\Delta} x_{i2} \right\} \quad (4.22)$$

donde $G_1 = \bar{A}_{i22} U_{i1}$, $G_2 = U_{i1} \tilde{C}_{i1}$ y $G_3 = \bar{A}_{i21} - \bar{A}_{i22} U_{i1} \tilde{C}_{i1}$.

4.2. Módulo de detección y diagnóstico de fallas

En esta sección se introduce la constitución de un módulo FDD a partir de la utilización un banco de LPV-RUIO. Para ello, si el LPV-RUIO presentado en la Ec. (4.10) es factible de ser diseñado tal que $e(t) \rightarrow 0$ cuando el sistema se encuentre libre de fallas, y definiendo $r(t) = |\hat{y}(t) - y(t)| = |C e(t)|$. Entonces, de igual forma, $r(t) \rightarrow 0$ cuando el sistema no presenta fallas. En base a esta observación, y siguiendo los esquemas clásicos de FDI basados en residuos, la detección y aislación de fallas se alcanza cuando:

$$\text{Falla} = \begin{cases} \text{Falso,} & r(t) \leq r_{th}(t) \\ \text{Verdadero,} & r(t) > r_{th}(t) \end{cases} \quad (4.23)$$

En particular, con el objetivo de reducir la detección de falsos positivos durante la convergencia inicial del observador, se introduce un umbral de detección exponencial [42]. Representado por:

$$r_{th}(t) = r_{th_i} e^{\frac{t}{\tau}} + r_{th}; \quad (4.24)$$

donde r_{th_i} es el valor inicial, τ el periodo de convergencia y r_{th} el umbral nominal (coincidente con el mayor error de representación del modelo LPV). En consecuencia, tal como se observa en la Fig. 4.1, es posible construir un banco de LPV-RUIO de tal forma que en base al análisis de sus residuos sea posible detectar y aislar la presencia de fallas en los actuadores.

Incluso, con el objetivo de reducir los errores de estimación, es posible combinar las estimaciones de la Ec. (4.22) con la detección y aislación de fallas. Constituyendo, de este modo, un módulo FDD que provee la información completa de ocurrencia, localización y magnitud de las fallas.

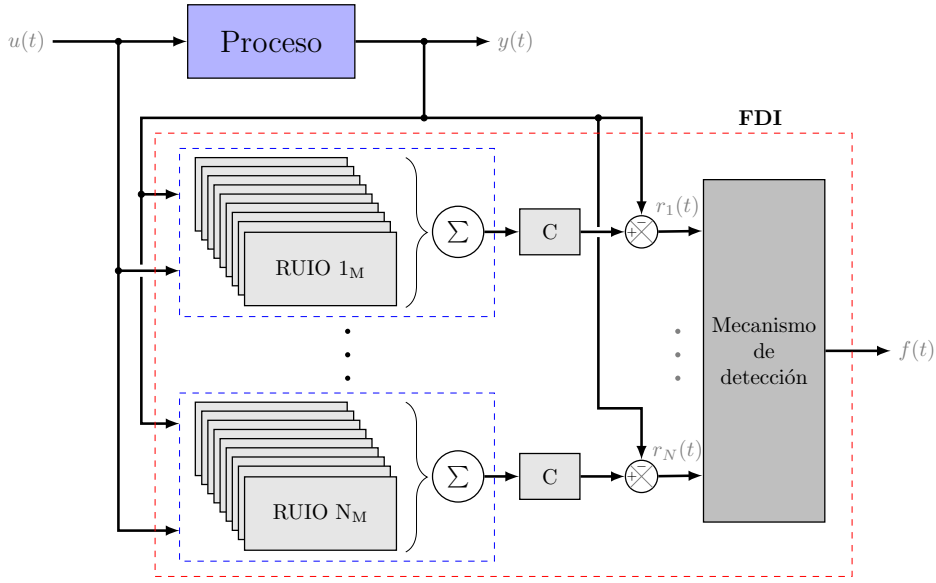


Figura 4.1: Banco de LPV-RUIO para la detección de fallas.

4.3. Simulaciones y resultados

En esta sección se evalúa el comportamiento y la efectividad del esquema FDD propuesto en las Secciones 4.1 y 4.2, sobre operaciones unitarias típicas de la industria de procesos químicos (ver Apéndice C). Para ello, al igual que en el Capítulo 3, se han realizado simulaciones numéricas utilizando las herramientas de software MATLAB[®], Simulink[®] y el paquete LMI Lab [56].

4.3.1. Dos tanques sin interacción

En base al sistema de dos tanques sin interacción presentado en el Apéndice C.1. Más precisamente, siendo la Ec. (C.1) el modelo no lineal del sistema bajo estudio, se ha desarrollado un banco de dos LPV-RUIO dedicados (uno por cada actuador), cuyo esquema es similar al propuesto en la Fig. 4.1, con el objetivo de detectar, aislar y estimar el ingreso de fallas en los caudales manipulados.

Diseño de los observadores

A diferencia del Capítulo 3, se inicia el diseño de cada LPV-RUIO seleccionando las $N = 2$ y $L = 3$ dimensiones que generan los $M = L^N = 9$ modelos LTI que representan al sistema no lineal a través de un modelo LPV apropiado. Seguidamente, tal como se ha presentado en el Apéndice B.3, se procede a la construcción de las M funciones de pertenencia correspondientes.

Luego, se continúa el diseño definiendo la matriz de entrada desconocida $F_i = \begin{bmatrix} \frac{1}{A_1} & 0 \end{bmatrix}^T$ (primer columna de B_i) y resolviendo la LMI de la Ec. (4.14) para obtener las matrices que permiten construir el primer LPV-RUIO, de la Ec. (4.10), capaz de detectar y aislar fallas sobre el actuador q_2 , y estimar el comportamiento de

las fallas sobre el actuador q_1 . (la disposición de los actuadores a diagnosticar se bosqueja en la Fig. C.1).

De igual modo, definiendo $F_i = [0 \quad \frac{1}{A_2}]^T$ (segunda columna de B_i), y repitiendo el procedimiento previo, se construye el segundo LPV-RUIO, de la Ec. (4.10), para la detección y aislación de fallas sobre el actuador q_1 , que estima las fallas sobre el actuador q_2 .

Simulación numérica

Con el propósito de evaluar el comportamiento y la efectividad del banco de LPV-RUIO, se simuló el esquema FDD en el sistema no lineal de dos tanques sin interacción, de la Ec. (C.1). Es de destacar que para construir una simulación realista, se adicionó una señal de ruido blanco de medición en ambas salidas ($\mu = 0$, $\sigma = 0,01$ mm).

Las Figs. 4.2 y 4.3 exhiben los resultados de la simulación en presencia de fallas sobre los actuadores. Tal como se muestra, primero se aplicaron dos cambios de consigna, desde la condición inicial $h_2^0 = 0,15$ m, siendo estos $h_2 = 0,3$ m a los $t = 5$ s y $h_2 = 0,26$ m a los $t = 400$ s, para apreciar la convergencia y las capacidades de seguimiento del observador. Luego, para exhibir las bondades del módulo FDD, se introdujo una serie de fallas en sus actuadores. Estas son, entre los $t = 900$ s y los $t = 1700$ s una incipiente degradación de la ganancia en la válvula q_1 de hasta el 15% del caudal $q_{1\text{máx}}$. A continuación, una falla abrupta del 10% del caudal $q_{2\text{máx}}$, ocurre en la válvula q_2 entre los $t = 2000$ s y los $t = 2600$ s. Por último, con el objetivo de visualizar el comportamiento del módulo FDD en distintos puntos de operación, se aplica un cambio de consigna $h_2 = 0,3$ m a los $t = 2800$ s, seguido por el ingreso de una falla abrupta en la válvula q_1 del 10% del caudal $q_{1\text{máx}}$.

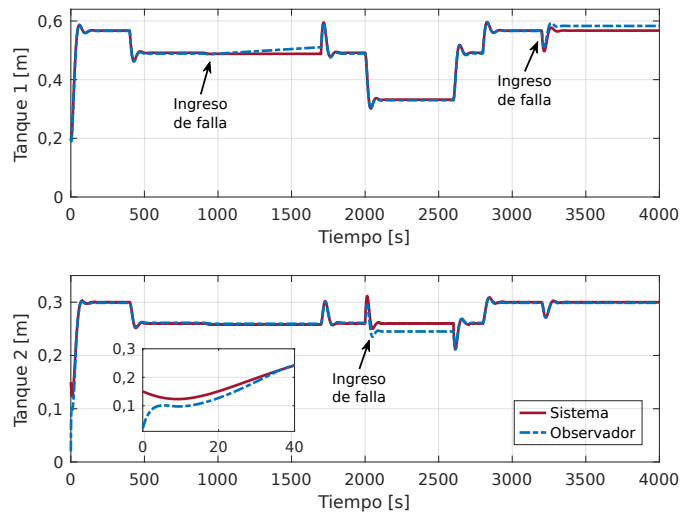


Figura 4.2: Estados del sistema hidráulico.

Las salidas del observador propuesto, y del sistema de dos tanques sin interacción, de la Ec. (C.1), se bosquejan en la Fig. 4.2. En ella se percibe un adecuado comportamiento y una discreta capacidad de seguimiento del observador, en operación libre de fallas. En cambio, se aprecia que luego del ingreso de fallas en los

actuadores, tanto abruptas como incipientes, la salida del observador se diferencia de forma significativa a la salida del sistema, permitiendo una rápida detección, aislación y estimación de las fallas acontecidas sobre los actuadores del sistema.

Por otro lado, la Fig. 4.3a exhibe los residuos de detección resultantes, que al compararlos con el umbral de detección, establecido de acuerdo a la Ec. (4.23), permiten detectar y aislar la ocurrencia de fallas. Además, en la Fig. 4.3b se muestra la estimación de las fallas ocurridas, generada por los observadores. En la misma se aprecia una discrepancia entre el valor real de la falla y su estimación, que pese a parecer significativa representa el peor caso y su magnitud es de solo el 1,3% del caudal $q_{1\text{máx}}$.

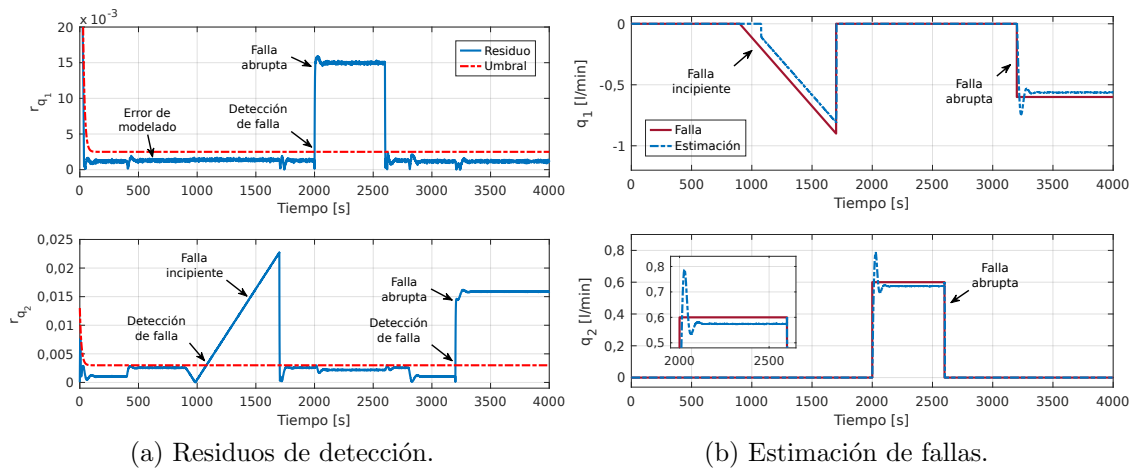


Figura 4.3: Detección y diagnóstico de fallas en el sistema hidráulico.

Por último, en la Fig. 4.4, se observa el comportamiento de las funciones de pertenencia a través del tiempo de simulación. En esta se aprecia como se alternan los modelos lineales para representar al sistema no lineal a medida que se producen cambios de consigna, u ocurren fallas en el sistema.

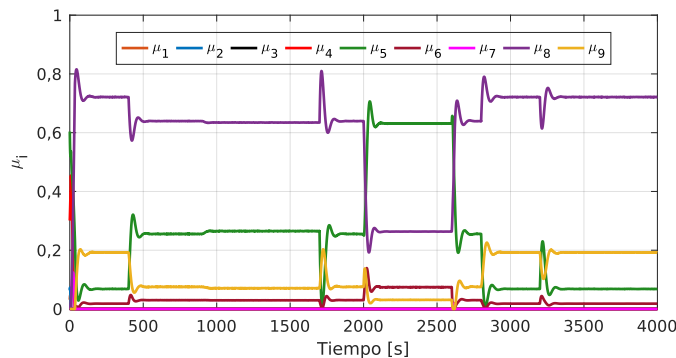


Figura 4.4: Membresía del sistema hidráulico.

4.3.2. Intercambiador de calor (HE)

Dado el sistema intercambiador de calor, presentado en el Apéndice C.2. Específicamente, siendo la Ec. (C.3) el modelo no lineal del proceso, se ha desarrollado un banco de dos LPV-RUIO dedicados (uno por cada actuador), como el propuesto en la Fig. 4.1, con el objetivo de detectar, aislar y estimar el ingreso de fallas en los caudales manipulados.

Diseño de los observadores

Se inicia el diseño de cada LPV-RUIO seleccionando las $N = 2$ y $L = 3$ dimensiones que generan los $M = L^N = 9$ modelos LTI que representan al sistema no lineal a través de un modelo LPV apropiado. Seguidamente, tal como se ha presentado en el Apéndice B.3, se procede a la construcción de las M funciones de pertenencia correspondientes.

Inmediatamente, se continúa el diseño definiendo la matriz de entrada desconocida $F_i = \left[\frac{\theta_{1e} - \theta_{1s}}{V_1} \quad 0 \quad 0 \right]^T$ (primer columna de B_i) y resolviendo la LMI de la Ec. (4.14) se obtienen las matrices para construir el primer LPV-RUIO, de la Ec. (4.10), capaz de detectar y aislar fallas que inciden sobre el actuador q_2 , y estimar el comportamiento de las fallas sobre el actuador q_1 (la disposición de los actuadores a diagnosticar se bosqueja en la Fig. C.2).

Finalmente, definiendo $F_i = \left[0 \quad \frac{\theta_{2e} - \theta_{2s}}{V_2} \quad 0 \right]^T$ (segunda columna de B_i), y repitiendo el procedimiento previo, se construye el segundo LPV-RUIO, de la Ec. (4.10), para la detección y aislación de fallas sobre el actuador q_1 , que además estima las fallas del actuador q_2 .

Simulación numérica

Con el propósito de evaluar el comportamiento y la efectividad del banco de LPV-RUIO, se simuló el esquema FDD en el sistema no lineal del intercambiador de calor, modelado por la Ec. (C.3). Es de notar que, para construir una simulación más realista, se adicionó una señal de ruido blanco de medición en ambas salidas ($\mu = 0$, $\sigma = 0,01$ K).

Las Figs. 4.5 y 4.6 exhiben los resultados de la simulación en presencia de fallas sobre los actuadores. En ellas se observa que primero se aplicó un cambio de consigna, desde la condición inicial $\theta_{1s}^0 = 494$ K, siendo este $\theta_{1s} = 495$ K a los $t = 5$ mín y posteriormente un desplazamiento lineal de consigna hasta alcanzar $\theta_{1s} = 497,32$ K a los $t = 60$ min, dichas acciones permiten apreciar la convergencia y las capacidades de seguimiento del observador. Seguidamente, para exhibir las bondades del módulo FDD, se introdujo una serie de fallas en sus actuadores. Estas son, entre los $t = 70$ min y los $t = 120$ min se introduce en la válvula q_1 una falla abrupta del 3% del caudal $q_{1\text{máx}}$. A continuación, con el objetivo de visualizar el comportamiento del módulo FDD en distintos puntos de operación, se aplicó un cambio lineal de consigna hasta $\theta_{1s} = 450$ K a los $t = 160$ min. Después, una falla abrupta del 5% del caudal $q_{2\text{máx}}$, ocurre en la válvula q_2 entre los $t = 170$ min y los $t = 200$ min. Por último, se aplica un nuevo cambio de consigna lineal hasta $\theta_{1s} =$

497,32 K a los $t = 250$ min, seguido por el ingreso de una incipiente degradación en la válvula q_2 con ganancia de hasta el 5% del caudal $q_{2\text{máx}}$.

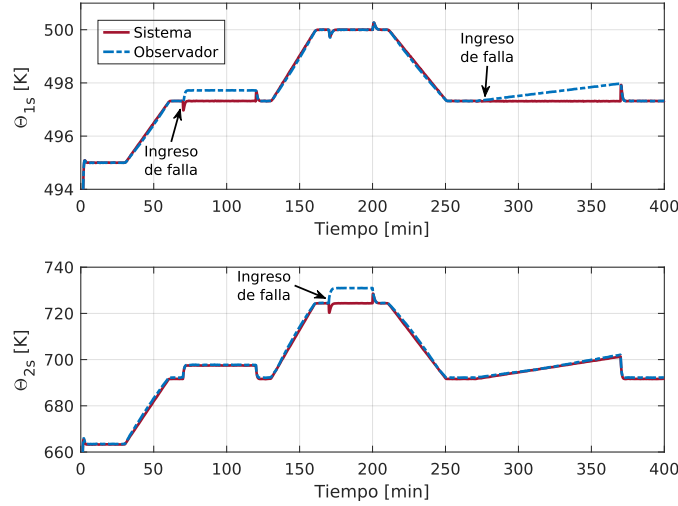
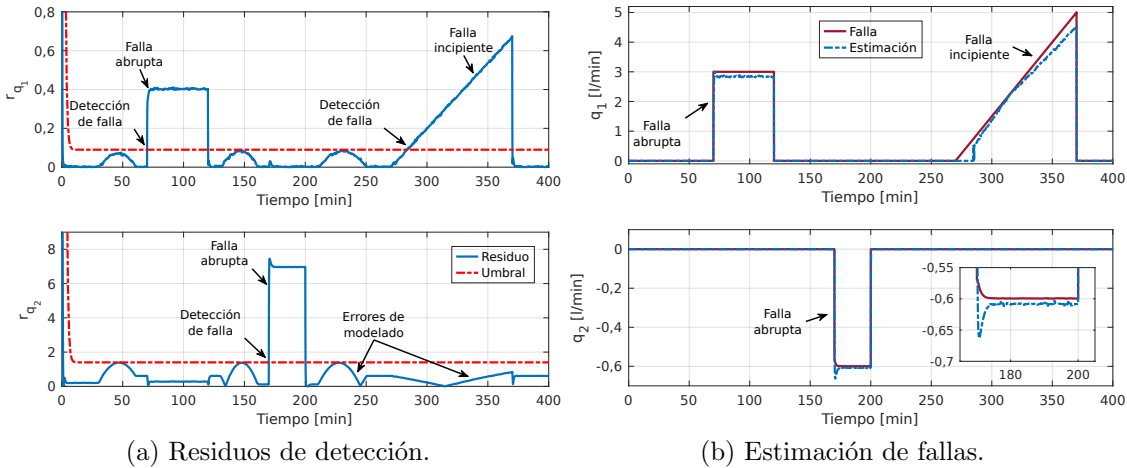


Figura 4.5: Estados del HE.

Las salidas del observador propuesto, y del sistema de dos tanques sin interacción, de la Ec. (C.3), se bosquejan en la Fig. 4.5. En ella se percibe un adecuado comportamiento y una discreta capacidad de seguimiento del observador, en operación libre de fallas. En cambio, se aprecia que luego del ingreso de fallas en los actuadores, tanto abruptas como incipientes, la salida del observador se diferencia de forma significativa a la salida del sistema, permitiendo una rápida detección, aislación y estimación de las fallas acontecidas sobre los actuadores del sistema.



(a) Residuos de detección.

(b) Estimación de fallas.

Figura 4.6: Detección y diagnóstico de fallas en el HE.

Por otro lado, la Fig. 4.6a exhibe los residuos de detección resultantes, que al compararlos con el umbral de detección, establecido de acuerdo a la Ec. (4.23), permiten detectar y aislar la ocurrencia de fallas. Además, en la Fig. 4.6b se presenta la estimación de las fallas ocurridas, generada por los observadores. En ella, se aprecian discrepancias poco significativas.

Por último, la Fig. 4.7 muestra el comportamiento de las funciones de pertenencia a través del tiempo de simulación. En esta se aprecia como se alternan los modelos lineales para representar al sistema no lineal a medida que se producen cambios de consigna, o se introducen fallas en el sistema.

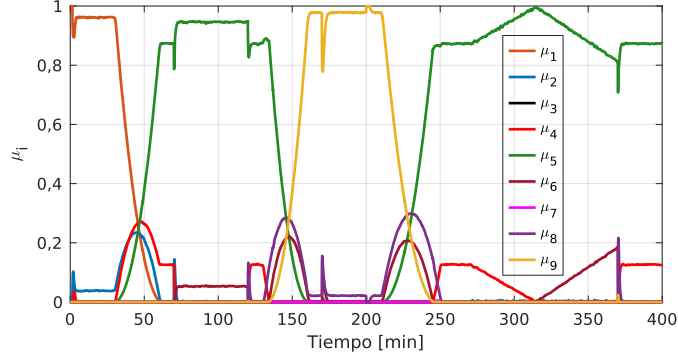


Figura 4.7: Membresía del HE.

4.3.3. Reactor continuo de tanque agitado (CSTR)

En base al reactor continuo de tanque agitado presentado en el Apéndice C.3. Más precisamente, siendo la Ec. (C.5) el modelo no lineal del proceso, se ha desarrollado un banco de dos LPV-RUIO dedicados (uno por cada actuador), como el propuesto en la Fig. 4.1, con el objetivo de detectar, aislar y estimar el ingreso de fallas en los caudales manipulados.

Diseño de los observadores

Al igual que en los ejemplos previos, se inicia el diseño del banco de LPV-RUIO seleccionando las $N = 2$ y $L = 3$ dimensiones que generan los $M = L^N = 9$ modelos LTI que representan al sistema no lineal a través de un modelo LPV apropiado. Seguidamente, tal como se ha presentado en el Apéndice B.3, se procede a la construcción de las M funciones de pertenencia correspondientes.

Luego, se continúa el diseño definiendo la matriz de entrada desconocida $F_i = [-1 \ 0 \ 0]^T$ (primer columna de B_i) y resolviendo la LMI de la Ec. (4.14) se obtienen las matrices para construir el primer LPV-RUIO, de la Ec. (4.10), capaz de detectar y aislar las fallas que inciden sobre el actuador q_s , y estimar el comportamiento de las fallas sobre el actuador q_c (la disposición de los actuadores a diagnosticar se bosqueja en la Fig. C.3).

Por último, definiendo $F_i = [0 \ 0 \ B_{32}]^T$ (segunda columna de B_i), y repitiendo el procedimiento previo, se construye el segundo LPV-RUIO, de la Ec. (4.10), para la detección y aislación de fallas sobre el actuador q_c , que además estima las fallas del actuador q_s .

Simulación numérica

Con el propósito de evaluar el comportamiento y la efectividad del banco de LPV-RUIO propuesto, se simuló el esquema FDD en el CSTR cuyo modelo no lineal está dado por la Ec. (C.5). Como en los ejemplos previos, para construir una simulación más realista, se ha adicionado una señal de ruido blanco de medición ($\mu = 0$, $\sigma = [1 \times 10^{-3}1, 1 \times 10^{-6} \text{ mol l}^{-1}, 0,01 \text{ K}]$).

Las Figs. 4.8 y 4.9 exhiben los resultados de la simulación en presencia de fallas sobre los actuadores. Primeramente, se aplicó un cambio de consigna, desde la condición inicial $T^0 = 436 \text{ K}$, $V^0 = 98,81$ siendo este $T = 434 \text{ K}$, $V = 981$ a los $t = 5 \text{ min}$ y un desplazamiento lineal de consigna hasta alcanzar $T = 441,5 \text{ K}$ a los $t = 25 \text{ min}$, para apreciar la convergencia y las capacidades de seguimiento del observador. Seguidamente, para exhibir las bondades del módulo FDD, se introdujo una serie de fallas en sus actuadores. Estas son, entre los $t = 30 \text{ min}$ y los $t = 60 \text{ min}$ se introduce, en la válvula q_c , una falla abrupta del 4,4% del caudal $q_{c_{\text{máx}}}$. A continuación, se aplican dos cambios lineales de consigna llegando a $T = 450 \text{ K}$ a los $t = 80 \text{ min}$, y a $V = 1001$ a los $t = 95 \text{ min}$. Luego, una falla abrupta del 4,2% del caudal $q_{s_{\text{máx}}}$, ocurre en la válvula q_s entre los $t = 100 \text{ min}$ y los $t = 130 \text{ min}$. Por último, se aplicó un nuevo cambio lineal de consigna hasta $V = 1021$ a los $t = 150 \text{ min}$, seguido por el ingreso de una incipiente degradación en la válvula q_c de hasta el 4,4% del caudal $q_{c_{\text{máx}}}$.

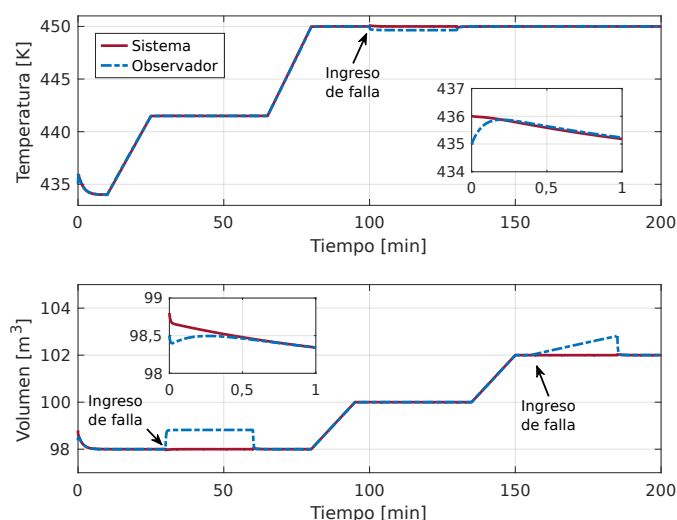


Figura 4.8: Estados del CSTR.

Las salidas del observador propuesto y del sistema CSTR, de la Ec. (C.5), se bosquejan en la Fig. 4.8. En ella se observa un adecuado comportamiento y una correcta capacidad de seguimiento del observador en operación libre de fallas. En cambio, se aprecia que luego del ingreso de fallas en los actuadores, tanto abruptas como incipientes, la salida del observador se diferencia de forma significativa a la salida del sistema, permitiendo una rápida detección, aislación y estimación de las fallas acontecidas sobre los actuadores del sistema.

Por otro lado, la Fig. 4.9a exhibe los residuos de detección obtenidos, que al compararlos con el umbral de detección, establecido de acuerdo a la Ec. (4.23),

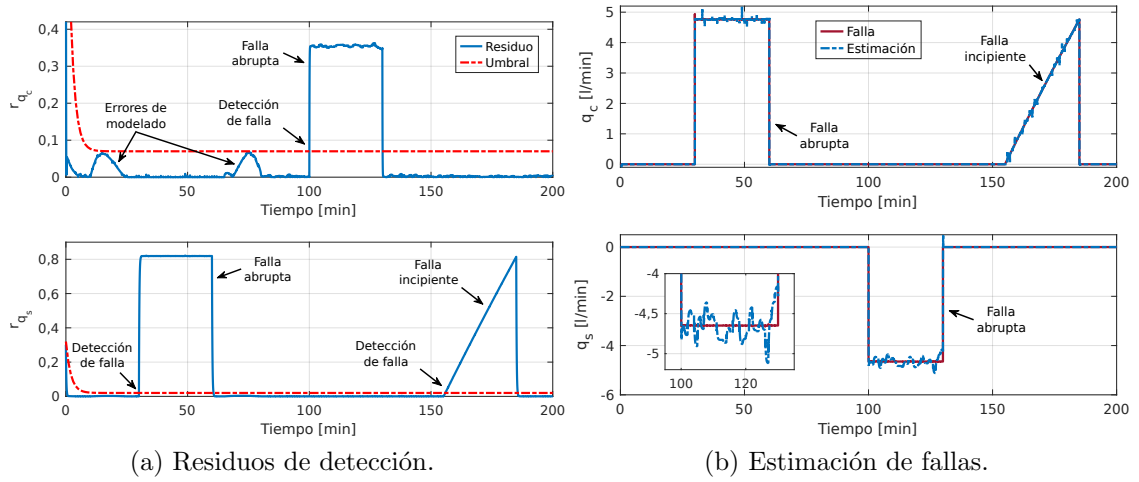


Figura 4.9: Detección y diagnóstico de fallas en el CSTR.

permiten detectar y aislar la ocurrencia de fallas. Además, en la Fig. 4.6b se presenta la estimación de las fallas ocurridas, generada por los observadores. En ella, se aprecian discrepancias poco significativas.

Por último, la Fig. 4.10 exhibe el comportamiento de las funciones de pertenencia a través del tiempo de simulación. En esta, se aprecia como se alternan los modelos lineales para representar al sistema no lineal a medida que se producen cambios de consigna, u ocurren fallas en el sistema.

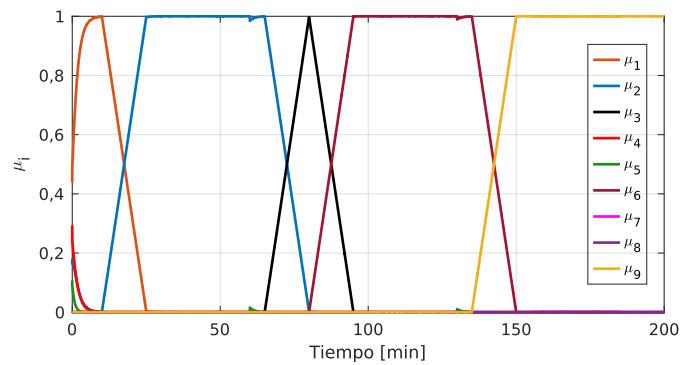


Figura 4.10: Membresía del CSTR.

Capítulo 5

Conclusiones

5.1. Resumen y contribuciones de la tesis

El presente trabajo de tesis aborda el problema de diseño de herramientas FDD capaces de inferir y caracterizar fallas sobre elementos de control final en sistemas típicos de la industria de procesos químicos. Como se ha introducido previamente, estos sistemas son, en general, no lineales y variantes en el tiempo, por lo que, uno de los principales desafíos planteados fue el diseño de módulos FDD aplicados a sistemas no lineales que admiten representación LPV.

En consecuencia, los temas tratados en los diferentes capítulos son: en el Capítulo 1 se introdujo la temática abordada, se analizó la literatura existente, y se propusieron objetivos puntuales para el trabajo de tesis. En el Capítulo 2 se presentaron las definiciones propias del área, se clasificaron los distintos tipos de fallas, además, se pusieron en contexto las herramientas FDD utilizadas y se describió brevemente la representación de los sistemas LPV. A continuación, en el Capítulo 3, se abordó el diseño del esquema FDD sobre sistemas lineales, donde, mediante simulaciones numéricas se exhibió el comportamiento y efectividad que su aplicación induce. Por último, en el Capítulo 4 se presentó el principal aporte de esta tesis, el cual corresponde al diseño de un esquema FDD aplicado a sistemas no lineales que aceptan representación a través de modelos LPV. En este, para evaluar su comportamiento y resaltar las bondades del esquema propuesto, se realizaron simulaciones numéricas sobre modelos no lineales de sistemas típicos de la industria de procesos químicos.

En resumen, se presentó una herramienta basada en observadores de estados que permite generar residuos, por medio de redundancia analítica, y así, obtener un módulo para la detección y diagnóstico de fallas no solo sobre sistemas lineales, sino también para sistemas no lineales que admiten representación a través de modelos LPV. Además, la estrategia de detección, aislación y estimación propuesta se ejemplificó en sistemas típicos de la industria de procesos, siendo estos: un sistema hidráulico de dos tanques sin interacción, un intercambiador de calor y un reactor continuo de tanque agitado.

5.2. Trabajos futuros

En base a esta línea de investigación, el desarrollo y la aplicación de los esquemas FDD propuestos tiene continuidad a través de las siguientes áreas de trabajo:

- desarrollo de esquemas FDD, basados en observadores, para la detección y diagnóstico de fallas en elementos sensores.
- rediseño y aplicación de los esquemas FDD sobre sistemas discretos, mejorando su implementación en las herramientas de cómputo actuales [66].
- integración de los conceptos FDD en sistemas de control tolerante a fallas. Específicamente, su aplicación en conjunto con herramientas de Control Predictivo basado en Modelos (MPC¹, por sus siglas en inglés) [67, 68], para compensar los errores de operación y la degradación de rendimiento, inducida por el ingreso de fallas en el sistema [69].

¹Model Predictive Control

Apéndice A

Observadores de estado

A.1. Observabilidad

El concepto de observabilidad, introducido por Kalman [70], se relaciona con la condición de observar, o estimar, las variables de estado de un sistema a partir de sus variables de salida, generalmente medibles. En esencia, un sistema es completamente observable si cada variable de estado afecta alguna de sus salidas.

En la práctica, uno de los principales impedimentos en la implementación de controladores por realimentación de estado radica en que las variables de estado no son completamente accesibles mediante una medición directa, por lo que, para construir las señales de control acordes, resulta estrictamente necesario estimar las variables de estado no medibles. Tales estimaciones son posibles si, y sólo si, el sistema es completamente observable [26, 29].

Un observador de estado estima las variables de estado basándose en las mediciones de las variables de salida $y(t)$, y en el conociendo las variables manipuladas $u(t)$. Si el observador de estado capta todas las variables de estado del sistema, sin importar si algunas están disponibles para una medición directa, se lo denomina observador de estado de orden completo. Por otro lado, si este no estima la totalidad de las variables de estado del sistema, se lo denomina observador de estado de orden reducido.

DEFINICIÓN A.1 (Observabilidad). *Dado un sistema LTI descrito por*

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t) + Du(t)\end{aligned}\tag{A.1}$$

donde $x(t) \in \mathbb{R}^n$, $u(t) \in \mathbb{R}^m$ e $y(t) \in \mathbb{R}^p$ son el vector de estados, entradas y salidas, respectivamente. Además, A , B , C y D son matrices constantes de dimensiones apropiadas. Se dice que el estado $x(t_0)$ es observable si dada cualquier entrada $u(t)$, existe un tiempo finito $t_f \geq t_0$, tal que el conocimiento de $u(t)$ para $t_0 \leq t \leq t_f$, las matrices A , B , C y D ; y la salida $y(t)$ para $t_0 \leq t \leq t_f$, son suficientes para determinar $x(t_0)$. Si cada estado del sistema es observable para un t_f finito, se dice que el sistema es completamente observable, o simplemente, observable [29].

La definición A.1, es la presentación formal de observabilidad. A continuación se introduce la condición necesaria y suficiente para que el sistema sea observable.

De este modo, solo es posible diseñar un observador de estado si el sistema satisface la condición de observabilidad.

Teorema A.1. *Para que el sistema descrito por la Ec. (A.1) sea completamente observable, es condición necesaria y suficiente que la matriz de observabilidad $\mathcal{O} \in \mathbb{R}^{np \times n}$; tenga rango n ,*

$$\mathcal{O} = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{bmatrix} \quad (\text{A.2})$$

La condición también se refiere a que el par (A, C) es observable.

Demostración. Se sabe que la solución de la Ec. (A.1) es

$$x(t) = e^{At}x(0) + \int_0^t e^{A(t-\tau)}Bu(\tau)d\tau$$

y consiguiente, la salida es,

$$y(t) = Ce^{At}x(0) + C \int_0^t e^{A(t-\tau)}Bu(\tau)d\tau + Du(t)$$

A los efectos de evaluar observabilidad se puede considerar que la entrada $u(t)$ es nula, y mediante el teorema de Cayley-Hamilton la salida resulta,

$$y(t) = \sum_{k=0}^{n-1} \alpha_k(t)CA^kx(0)$$

o de forma matricial,

$$y(t) = [\alpha_0(t) \quad \alpha_1(t) \quad \cdots \quad \alpha_{n-1}(t)] \begin{bmatrix} CA^0 \\ CA^1 \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{bmatrix} x(0).$$

Por lo tanto, para que la información de todos los estados este presente en la salida $y(t)$, la matriz

$$\mathcal{O} = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{bmatrix}$$

debe ser de rango n .

□

A.2. Observador de estados de orden completo

Dado un sistema LTI descrito por la Ec. (A.1), y asumiendo que el par (A, C) es observable, es posible construir un observador de estado de orden completo, propuesto por Luenberger [65], y presentado en la Fig. A.1 como,

$$\dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + Bu(t) + L(y(t) - C\hat{x}(t)) \quad (\text{A.3a})$$

$$\hat{y}(t) = C\hat{x}(t) \quad (\text{A.3b})$$

siendo $\hat{x}(t)$ e $\hat{y}(t)$ los vectores estimados de estados y salidas, respectivamente. Por otro lado, la matriz L se corresponde con la ganancia de realimentación, a ser diseñada adecuadamente para alcanzar el comportamiento deseado del observador. Así, en la Ec. (A.3a), el último término representa la corrección inducida por la diferencia ponderada entre la salida medible $y(t)$ y la estimada $\hat{y}(t)$.

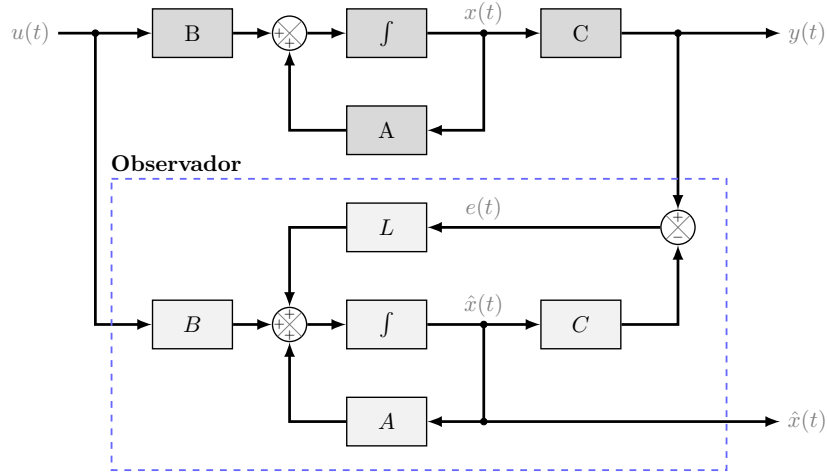


Figura A.1: Observador de estado de orden completo.

Como consecuencia, a partir de combinar las Ecs. (A.1) y (A.3), y de definir el vector de error de estimación de estado $e(t) = x(t) - \hat{x}(t)$, se obtiene la dinámica del error de estimación,

$$\dot{e}(t) = (A - LC)e(t) \quad (\text{A.4})$$

Por lo que la matriz $(A - LC)$ determina el comportamiento dinámico del observador. Consecuentemente, si esta matriz es estable (Hurwitz) el observador es estable, y el error de estado converge asintóticamente a cero,

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0 \quad (\text{A.5})$$

para cualquier estado inicial $x(0)$ y $\hat{x}(0)$.

Apéndice B

Linealización Jacobiana Parametrizada

El enfoque de Linealización Jacobiana Parametrizada (PJJ¹, por sus siglas en inglés) constituye una de las metodologías más empleadas para la obtención de modelos LPV [71, 72]. Concretamente, se aplica a una amplia clase de sistemas no lineales, ya que es válido para cualquier sistema no lineal que pueda ser linealizado entorno a un punto de operación. Esto es, siendo el modelo de un sistema no lineal,

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(x(t), u(t)) \\ y(t) = g(x(t), u(t)) \end{cases} \quad (\text{B.1})$$

donde $x(t) \in \mathbb{R}^n$, $u(t) \in \mathbb{R}^m$, $y(t) \in \mathbb{R}^p$ son el vector de estados, de entradas y salidas, respectivamente. La PJJ se emplea para crear un sistema LPV compuesto por una familia de modelos lineales de la planta. Como consecuencia, el modelo resultante se constituye como una aproximación local de las dinámicas de la planta no lineal, alrededor de los puntos de operación de interés. El sustento de este método se encuentra en el desarrollo de la expansión en series de Taylor, de primer orden de la Ec. (B.1), con respecto a los puntos de trabajo (\bar{x}, \bar{u}) (Ver Apéndice B.1). Para luego, en base a la interpolación de los modelos LTI obtenidos, construir una representación de la planta no lineal, no solo sobre el conjunto de puntos de linealización, sino también sobre aquellos no contenidos (Ver Apéndice B.3).

Por lo tanto, a partir de la suposición de que las funciones $f(x(t), u(t))$ y $g(x(t), u(t))$ son continuamente diferenciables, es posible aproximar, e incluso representar, el comportamiento dinámico del sistema (B.1) en diferentes puntos de operación, a través de un conjunto convexo de M modelos afines, dependientes de un parámetro variable $\zeta(t)$. En efecto, el modelo LPV correspondiente es

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \sum_{i=1}^M \mu_i(\zeta(t)) \{A_i x(t) + B_i u(t) + \Delta x_i\} \\ y(t) &= \sum_{i=1}^M \mu_i(\zeta(t)) \{C_i x(t) + D_i u(t) + \Delta y_i\} \end{aligned} \quad (\text{B.2})$$

¹Parameterized Jacobian linearization

donde $A_i, B_i, C_i, D_i, \Delta x_i$ y Δy_i son matrices constantes de dimensiones apropiadas, las funciones de pertenencia $\mu_i(\cdot)$ son dependientes del parámetro variable $\zeta(t)$, asumido dependiente de una variable medible (entrada o salida). Además $\mu_i(\zeta(t))$ satisface,

$$\mu_i(\zeta(t)) \geq 0; \quad \sum_{i=1}^M \mu_i(\zeta(t)) = 1$$

Resultando los puntos de operación, y demás elementos en las matrices del sistema, dependientes de estados, entradas y parámetros.

B.1. Expansión en serie de Taylor

DEFINICIÓN B.1 (Serie de Taylor). *Sea $f(x)$ una función analítica en un entorno $|x-x_0| < R_0$, centrada en x_0 y de radio R_0 . Entonces, $f(x)$ admite la representación en serie de potencias*

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n (x - x_0)^n \quad (|x - x_0| < R_0)$$

donde

$$a_n = \frac{f^{(n)}(x_0)}{n!} \quad (n = 0, 1, 2, \dots)$$

Esta representación en serie de potencias se conoce como desarrollo en Serie de Taylor de orden n , de la función $f(x)$ alrededor de x_0 y converge para $|x-x_0| < R_0$. El caso especial $x_0 = 0$, se conoce como desarrollo en Serie de MacLaurin.

B.2. Aplicación en la teoría de control

En base a la expansión en Series de Taylor de primer orden, y siendo (\bar{x}, \bar{u}) el punto donde se desea linealizar el sistema, presentado en la Ec. (B.1). Entonces, las matrices $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $B \in \mathbb{R}^{n \times m}$, $C \in \mathbb{R}^{p \times n}$ y $D \in \mathbb{R}^{p \times m}$ están dadas por:

$$\begin{aligned} A &= \left. \frac{\partial f(x(t), u(t))}{\partial x} \right|_{(\bar{x}, \bar{u})}, & B &= \left. \frac{\partial f(x(t), u(t))}{\partial u} \right|_{(\bar{x}, \bar{u})}, \\ C &= \left. \frac{\partial g(x(t), u(t))}{\partial x} \right|_{(\bar{x}, \bar{u})}, & D &= \left. \frac{\partial g(x(t), u(t))}{\partial u} \right|_{(\bar{x}, \bar{u})}. \end{aligned}$$

Resultando en el sistema afín:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) + \Delta_x \\ y(t) &= Cx(t) + Du(t) + \Delta_y \end{aligned}$$

donde $\Delta_x = f(\bar{x}, \bar{u}) - (A\bar{x} + B\bar{u})$ y $\Delta_y = g(\bar{x}, \bar{u}) - (C\bar{x} + D\bar{u})$. Es de destacar que si el punto de interés (\bar{x}, \bar{u}) se corresponde con un equilibrio, el sistema resultante es lineal. Esto es, $\Delta_x = 0$ y $\Delta_y = 0$. Por último, notar que la expansión en series de Taylor transforma términos no lineales, no afines a los vectores de entradas y estados, en términos afines a cualesquiera de ellos.

B.3. Funciones de pertenencia

Como se ha presentado, mediante la técnica de PJJL, es posible aproximar, o incluso representar, un modelo no lineal a través de un modelo LPV. Para ello, se debe definir un parámetro variable $\zeta(t) \in \mathbb{R}^N$, del cual dependen las matrices del sistema. Seguidamente, se adopta la cantidad de puntos de linealización por parámetro L . Es importante notar que las dimensiones N y L están íntimamente relacionadas con la capacidad de representación del modelo no lineal y su complejidad. Esto es, la cantidad de modelos LTI resultantes para representar al sistema no lineal, a través de un modelo LPV, es $M = L^N$.

A modo de ejemplo, se presenta el desarrollo de las funciones de pertenencia con las dimensiones $N = 2$ y $L = 3$. Entonces, primero se seleccionan los L puntos de linealización por cada parámetro,

$$\rho_{j,1} = \min\{\zeta_j(t)\}, \quad \rho_{j,2} = \text{mid}\{\zeta_j(t)\}, \quad \rho_{j,3} = \max\{\zeta_j(t)\}.$$

siendo $j \in [1, \dots, N]$, y $k \in [1, \dots, L]$. Continuando, se obtienen las funciones de pertenencia para cada parámetro

$$M_{j,1}(\zeta_j(t)) = \frac{\rho_{j,1} - \zeta_j(t)}{\rho_{j,2} - \rho_{j,1}}, \quad M_{j,2}(\zeta_j(t)) = \frac{\rho_{j,2} - \zeta_j(t)}{\rho_{j,1} - \rho_{j,3}}, \quad M_{j,3}(\zeta_j(t)) = \frac{\zeta_j(t) - \rho_{j,3}}{\rho_{j,3} - \rho_{j,2}}.$$

Seguidamente, se definen las $M = L^N = 9$ funciones de pertenencia correspondientes a cada modelo LTI.

$$\begin{aligned} \mu_1(\zeta(t)) &= M_{1,1}(\zeta_1(t))M_{2,1}(\zeta_2(t)) \\ \mu_2(\zeta(t)) &= M_{1,1}(\zeta_1(t))M_{2,2}(\zeta_2(t)) \\ \mu_3(\zeta(t)) &= M_{1,1}(\zeta_1(t))M_{2,3}(\zeta_2(t)) \\ \mu_4(\zeta(t)) &= M_{1,2}(\zeta_1(t))M_{2,1}(\zeta_2(t)) \\ \mu_5(\zeta(t)) &= M_{1,2}(\zeta_1(t))M_{2,2}(\zeta_2(t)) \\ \mu_6(\zeta(t)) &= M_{1,2}(\zeta_1(t))M_{2,3}(\zeta_2(t)) \\ \mu_7(\zeta(t)) &= M_{1,3}(\zeta_1(t))M_{2,1}(\zeta_2(t)) \\ \mu_8(\zeta(t)) &= M_{1,3}(\zeta_1(t))M_{2,2}(\zeta_2(t)) \\ \mu_9(\zeta(t)) &= M_{1,3}(\zeta_1(t))M_{2,3}(\zeta_2(t)) \end{aligned}$$

Por último, se obtienen los M modelos LTI resultantes de los N parámetros y los L puntos de linealización por parámetro.

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A_i x(t) + B_i u(t) + \Delta_{x_i} \\ y(t) &= C_i x(t) + D_i u(t) + \Delta_{y_i} \end{aligned}$$

donde $\Delta_{x_i} = f(x_i, u_i) - (A_i x_i + B u_i)$ y $\Delta_{y_i} = g(x_i, u_i) - (C x_i + D u_i)$. Además, las variables indicadas con el subíndice i se corresponden a su valor al i -ésimo punto de linealización, con $i \in [1, \dots, M]$. De esta forma, se obtiene el modelo LPV correspondiente, ya presentado en la Ec. (B.2).

Apéndice C

Operaciones unitarias

C.1. Ejemplo ilustrativo I

Considere un sistema hidráulico, comúnmente empleado para gestionar el almacenamiento de líquidos, dado por el modelo de proceso de dos tanques sin interacción, presentado en la Fig. C.1.

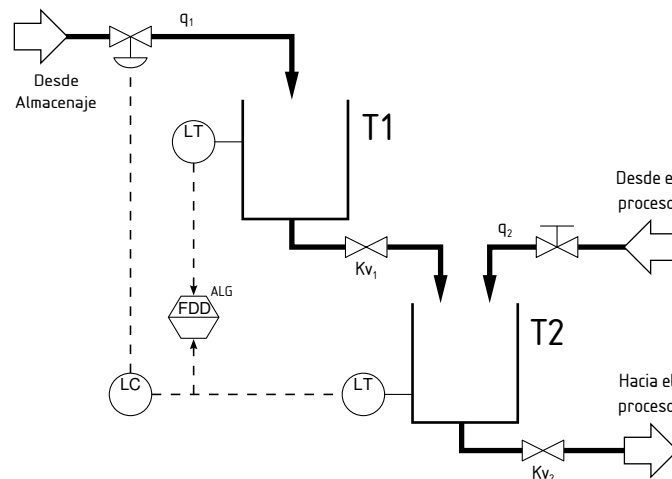


Figura C.1: Diagrama del proceso de dos tanques sin interacción.

En el modelado de su dinámica se han establecido las siguientes hipótesis y condiciones:

- Fluido incompresible (densidad ρ constante) y propiedades físicas constantes.
- Todas las corrientes de líquido tiene la misma temperatura, la cual es considerada constante.
- El caudal de salida a través de las válvulas en ambos tanques puede ser modelado adecuadamente como $q_s = K_v \sqrt{h}$. En consecuencia las resistencias hidráulicas de los tanques son funciones de la raíz cuadrada del nivel de líquido en cada uno de ellos y puede ser considerada constante en un entorno pequeño del estado de operación del sistema.

- Las secciones transversales de los tanques (A_1 y A_2) son consideradas constantes en todo el rango de variabilidad de las alturas.

En base a estas consideraciones, la Tabla C.1 muestra sus parámetros físicos y operativos.

Tabla C.1: Parámetros del proceso de dos tanques sin interacción.

| Parámetro | Descripción | Valor |
|------------------------------------|-------------------------|--|
| $h_{1\text{máx}}, h_{2\text{máx}}$ | Altura máxima | 0,6 m |
| d_1, d_2 | Diámetro de los tanques | 0,04 m |
| $q_{1\text{máx}}, q_{2\text{máx}}$ | Caudal máximo | 6 l min ⁻¹ |
| K_{v_1} | Coficiente de flujo 1 | $0,9 \times 10^{-4} \text{ m}^3 \text{ s}^{-1} \text{ bar}^{-1}$ |
| K_{v_2} | Coficiente de flujo 2 | $1 \times 10^{-4} \text{ m}^3 \text{ s}^{-1} \text{ bar}^{-1}$ |

Teniendo todo en cuenta, el modelo no lineal del proceso de dos tanques sin interacción, presentado por Adam [73, pp. 61-64], se define como:

$$\begin{aligned} A_1 \frac{dh_1(t)}{dt} &= q_1(t) - K_{v_1} \sqrt{h_1(t)} \\ A_2 \frac{dh_2(t)}{dt} &= q_2(t) + K_{v_1} \sqrt{h_1(t)} - K_{v_2} \sqrt{h_2(t)}. \end{aligned} \quad (\text{C.1})$$

Es de destacar que, de acuerdo a la Fig. C.1, se especifica que la variable de estado h_2 es controlada por el caudal de entrada desde el almacenamiento q_1 , y el caudal de entrada desde el proceso q_2 .

Por último, aplicando la técnica de PJJ (ver Apéndice B), es posible reescribir el sistema (C.1) como un modelo LTI en torno al i -ésimo punto de operación $x_i = \{h_{1_i}, h_{2_i}\}$, resultando sus matrices,

$$\begin{aligned} A_i &= \begin{bmatrix} -\frac{K_{v_1}}{2A_1\sqrt{h_{1_i}}} & 0 \\ \frac{K_{v_1}}{2A_2\sqrt{h_{1_i}}} & -\frac{K_{v_2}}{2A_2\sqrt{h_{2_i}}} \end{bmatrix}, \\ B_i &= \begin{bmatrix} \frac{1}{A_1} & 0 \\ 0 & \frac{1}{A_2} \end{bmatrix}, \quad C_i = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad D_i = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (\text{C.2})$$

C.2. Ejemplo ilustrativo II

Considere el modelo de proceso de un intercambiador de calor, presentado en la Fig. C.2,

En el modelado de su dinámica se han establecido las siguientes hipótesis y condiciones:

- Se considera un sistema de parámetros concentrados.
- De acuerdo al total de tubos existentes se asume que dicha masa puede acumular calor.

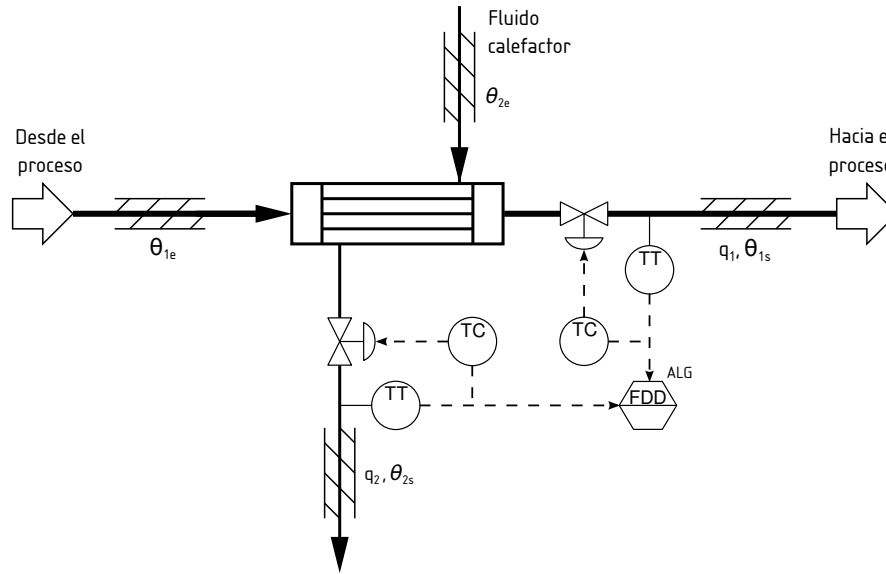


Figura C.2: Diagrama del proceso de un intercambiador de calor.

- Las pérdidas de calor al exterior son despreciables.
- Las propiedades físicas se consideran constantes y son evaluadas a una temperatura media entre la entrada y la salida de cada corriente.
- Fluido incompresible, consecuentemente no hay acumulación de materia en los tubos y no hay cambio de fase en los fluidos.
- Sin pérdida de generalidad y con el objeto de establecer una dirección de flujo calórico se asume que $\theta_{2s} > \theta_p > \theta_{1s}$.
- El perfil de temperatura en la pared de los tubos es despreciable. Osea, se asume que la pared de los tubos tiene un coeficiente de transferencia de calor (λ) muy grande.
- Se considera una única área de intercambio calórico promedio ($A_1 = A_2 = A$).
- No existe reacción química ($r = 0$).
- Los cambio de energía potencial son despreciables.

En base a estas consideraciones, la Tabla C.2 muestra sus parámetros físicos y operativos.

Teniendo todo en cuenta, el modelo no lineal del proceso de un intercambiador

Tabla C.2: Parámetros del proceso de un intercambiador de calor.

| Parámetro | Descripción | Valor |
|---------------|--------------------------|---|
| ρ_1 | Densidad del fluido 1 | 1 kg l ⁻¹ |
| ρ_2 | Densidad del fluido 2 | 1 kg l ⁻¹ |
| ρ_p | Densidad de la pared | 7,874 kg l ⁻¹ |
| C_{p1} | Calor específico 1 | 1000 cal kg ⁻¹ K |
| C_{p2} | Calor específico 2 | 1000 cal kg ⁻¹ K |
| C_{pp} | Calor específico pared | 1075,53 cal kg ⁻¹ K |
| A | Área de intercambio | 0,881 m ² |
| h_1 | Transferencia de calor 1 | 32 374 cal min ⁻¹ K ⁻¹ m ⁻² |
| h_2 | Transferencia de calor 2 | 14 716,6667 cal min ⁻¹ K ⁻¹ m ⁻² |
| V_1 | Volumen de tubos | 16 l |
| V_2 | Volumen de carcasa | 2,11 l |
| V_p | Volumen de pared | 1,19 l |
| θ_{1e} | Temperatura entrada 1 | 450 K |
| θ_{2e} | Temperatura entrada 2 | 900 K |

de calor, presentado por Adam [73, pp. 67-72], se define como:

$$\begin{aligned}
\frac{d\theta_{1s}(t)}{dt} &= \frac{q_1\rho_1C_{p1}(\theta_{1e} - \theta_{1s}(t)) - Ah_1(\theta_{1s}(t) - \theta_p(t))}{\rho_1C_{p1}V_1} \\
\frac{d\theta_{2s}(t)}{dt} &= \frac{q_2\rho_2C_{p2}(\theta_{2e} - \theta_{2s}(t)) + Ah_2(\theta_p(t) - \theta_{2s}(t))}{\rho_2C_{p2}V_2} \\
\frac{d\theta_p(t)}{dt} &= \frac{Ah_1(\theta_{1s}(t) - \theta_p(t)) - Ah_2(\theta_p(t) - \theta_{2s}(t))}{\rho_pC_{pp}V_p}
\end{aligned} \tag{C.3}$$

Es de notar que, de acuerdo a la Fig. C.2, la variable de estado θ_{1s} depende del caudal de proceso q_1 y, además, es controlada por el caudal de entrada de fluido calefactor q_2 .

Finalmente, aplicando la técnica de PJJ (ver Apéndice B), es posible reescribir el sistema (C.3) como un modelo LTI en torno al i -ésimo punto de operación $x_i = \{\theta_{1s_i}, \theta_{2s_i}, \theta_{p_i}\}$,

$$\begin{aligned}
A_i &= \begin{bmatrix} -\frac{Ah_1+q_1\rho_1C_{p1}}{V_1\rho_1C_{p1}} & 0 & \frac{Ah_1}{V_1\rho_1C_{p1}} \\ 0 & -\frac{Ah_2+q_2\rho_2C_{p2}}{V_2\rho_2C_{p2}} & \frac{Ah_2}{V_2\rho_2C_{p2}} \\ \frac{Ah_1}{V_p\rho_pC_{pp}} & \frac{Ah_2}{V_p\rho_pC_{pp}} & -\frac{Ah_1+Ah_2}{V_p\rho_pC_{pp}} \end{bmatrix}, \\
B_i &= \begin{bmatrix} \frac{\theta_{1e}-\theta_{1s}}{V_1} & 0 \\ 0 & \frac{\theta_{2e}-\theta_{2s}}{V_2} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad C_i = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad D_i = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}.
\end{aligned} \tag{C.4}$$

C.3. Ejemplo ilustrativo III

Considere el modelo de proceso de un Reactor Continuo de Tanque Agitado CSTR, representado en la Fig. C.3. Este modelo es una versión modificada del

ejemplo de CSTR presentado por Morningred et al. [74] y luego modificado por Adam [73, pp. 85-89]. En el modelo original, el sistema opera a volumen constante y con retardo de tiempo.

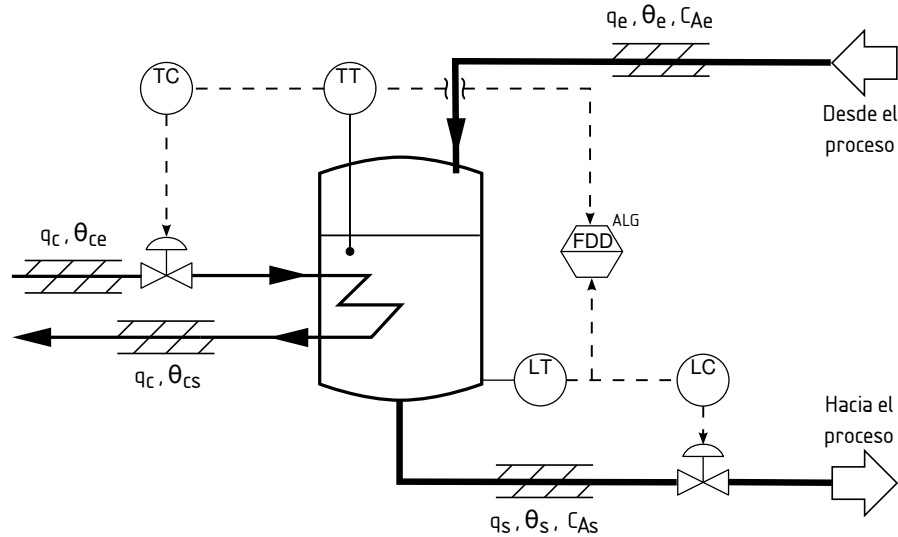


Figura C.3: Diagrama del proceso de un reactor continuo de tanque agitado.

Para el modelado de su dinámica se han establecido las siguientes hipótesis y condiciones:

- Las propiedades físicas son constantes e independientes de la temperatura y concentración de reactivos y productos.
- No se modelan retardos de tiempo.
- Reactivos y productos se encuentran en fase líquida.
- La reacción química no es isotérmica.
- Se puede asumir mezcla perfecta en el reactor.
- La transferencia de calor del tanque de reacción a la chaqueta es ideal, lo que indica que los efectos energéticos que ocurren entre la pared del tanque y la chaqueta se suponen despreciables.
- La resistencia al líquido a la salida del tanque no es despreciable por tanto, el volumen del líquido en el reactor no puede ser considerado constante frente a cambios en el caudal de entrada (q_e).
- La sección transversal (A) del tanque de reacción es constante y por tanto se puede asumir que $V = Ah$.

En base a estas consideraciones, la Tabla C.3 muestra sus parámetros físicos y operativos.

Tabla C.3: Parámetros del proceso de un reactor continuo de tanque agitado.

| Parámetro | Descripción | Valor |
|-------------------|----------------------------|--|
| q_e | Caudal de entrada | 100 l min^{-1} |
| T_e | Temperatura de entrada | 350 K |
| C_{Ae} | Concentración de entrada | 1 mol l^{-1} |
| T_{ce} | Temp. del refrigerante | 350 K |
| E/R | Energía de activación | $1 \times 10^4 \text{ K}$ |
| ΔH | Calor de reacción | $-2 \times 10^5 \text{ cal mol}^{-1}$ |
| C_p, C_{pc} | Calores específicos | $1 \text{ cal g}^{-1} \text{ K}$ |
| ρ, ρ_c | Densidad de los líquidos | $1 \times 10^3 \text{ g l}^{-1}$ |
| h_A | Transferencia de calor | $7 \times 10^5 \text{ cal min}^{-1} \text{ K}$ |
| k_0 | Constante de reacción | $7,2 \times 10^{10} \text{ l min}^{-1}$ |
| $q_{s\text{máx}}$ | Máximo caudal de salida | 110 l min^{-1} |
| $q_{c\text{máx}}$ | Máximo caudal refrigerante | 110 l min^{-1} |

De este modo, el proceso CSTR consiste de una reacción exotérmica e irreversible, $A \rightarrow B$, en un reactor de volumen variable, refrigerado por un único flujo refrigerante. Así, el proceso CSTR es modelado por las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned}
\frac{dV(t)}{dt} &= q_e - q_s(t) \\
\frac{dC_A(t)}{dt} &= \frac{q_e}{V(t)}(C_{Ae} - C_A(t)) - k_0 e^{\frac{-E}{RT(t)}} C_A(t) \\
\frac{dT(t)}{dt} &= \frac{q_e}{V(t)}(T_e - T(t)) - k_1 e^{\frac{-E}{RT(t)}} C_A(t) + \frac{q_c(t)}{V(t)} k_2 \left(1 - e^{\frac{-k_3}{q_c(t)}}\right) (T_{ce} - T(t))
\end{aligned} \tag{C.5}$$

donde

$$k_1 = \frac{\Delta H k_0}{\rho C_p}, \quad k_2 = \frac{\rho C_{pc}}{\rho_c C_p}, \quad k_3 = \frac{h_A}{\rho_c C_{pc}}. \tag{C.6}$$

Por último, de acuerdo a la Fig. C.3, las variables de estado V y C_A son controladas por el caudal de proceso q_s y el caudal refrigerante q_c , respectivamente. Es de notar, que la variable de estado C_A se controla de forma indirecta a través de la variable de estado T .

Luego, aplicando la técnica de PJI (ver Apéndice B), es posible reescribir el sistema (C.5) como un modelo LTI en torno al i -ésimo punto de operación $x_i = \{V_i, C_{A_i}, T_i\}$,

$$\begin{aligned}
A_i &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \frac{q_e(C_{A_i} - C_{Ae})}{V_i^2} & -\frac{q_e}{V_i} - k_0 e^{\frac{-E}{RT_i}} & -\frac{EC_{A_i} k_0 e^{\frac{-E}{RT_i}}}{RT_i^2} \\ A_{31} & -k_1 e^{\frac{-E}{RT_i}} & A_{33} \end{bmatrix}, \\
B_i &= \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & B_{32} \end{bmatrix}, \quad C_i = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad D_i = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}.
\end{aligned} \tag{C.7}$$

donde

$$A_{31} = \frac{q_e(T_i - T_e)}{V_i^2} - \frac{k_2 q_{c_i} (e^{\frac{-k_3}{q_{c_i}}} - 1)(T_i - T_{ce})}{V_i^2}$$

$$A_{33} = \frac{k_2 q_{c_i} (e^{\frac{-k_3}{q_{c_i}}} - 1)}{V_i} - \frac{q_e}{V_i} - \frac{EC_{A_i} k_1 e^{\frac{-E}{RT_i}}}{RT_i^2}$$

$$B_{32} = \frac{k_2(T_i - T_{ce}) \left(e^{\frac{-k_3}{q_{c_i}}} - 1 \right)}{V_i} + \frac{k_2 k_3 (T_i - T_{ce}) e^{\frac{-k_3}{q_{c_i}}}}{V_i}.$$

Apéndice D

Desigualdades Lineales Matriciales

D.1. Introducción

En el año 1892, Aleksandr Lyapunov defendió su tesis doctoral “*El problema general de la estabilidad del movimiento*”¹, y a través de esta introdujo lo que usualmente llamamos teoría de la estabilidad de Lyapunov [49, 56]. Concretamente,

DEFINICIÓN D.1. *Un sistema lineal autónomo (no posee entrada externa)*

$$\dot{x}(t) = Ax(t) \tag{D.1}$$

es asintóticamente estable, si y solo si, existe una matriz definida positiva ($P > 0$) tal que

$$A^T P + PA < 0 \tag{D.2}$$

La condición $P > 0$, $A^T P + PA < 0$ es lo que se denomina desigualdad de Lyapunov en P , que es una forma especial de LMI. Lyapunov también mostró que esta LMI puede resolverse explícitamente. De hecho, es factible elegir cualquier $Q = Q^T > 0$ y luego resolver la ecuación lineal $A^T P + PA = -Q$ para la matriz P , que está garantizada como positiva definida si el sistema (D.1) es estable. En resumen, la primer LMI utilizada para analizar la estabilidad de un sistema dinámico fue la desigualdad de Lyapunov (D.2), que se resuelve analíticamente a través de un conjunto de ecuaciones lineales.

D.2. Regiones LMI

El concepto de región LMI resulta útil para formular problemas de asignación de polos en términos de LMI.

¹Traducido del Ruso

DEFINICIÓN D.2. Siendo \mathcal{D} una región en el plano complejo, si existen las matrices $L = L^T \in \mathbb{R}^{m \times m}$ y $M \in \mathbb{R}^{m \times m}$ tal que:

$$\mathcal{D} = \{s \mid s \in \mathbb{C} : L + sM + \bar{s}M^T < 0\}, \quad (\text{D.3})$$

entonces \mathcal{D} se llama región LMI y es frecuentemente denotada como $\mathcal{D}_{(L,M)}$. Además, $f_{\mathcal{D}}(s) = L + sM + \bar{s}M^T$ se denomina función característica de la región $\mathcal{D}_{(L,M)}$.

La siguiente proposición presenta una propiedad fundamental de las regiones LMI.

Proposición 1. Una región LMI es convexa y simétrica alrededor de eje real.

Demostración. La propiedad de simetría resulta obvia. En tanto, para mostrar convexidad, se seleccionan dos puntos $s_1, s_2 \in \mathcal{D}$ arbitrariamente, y se define

$$s^* = \theta s_1 + (1 - \theta)s_2, \quad 0 \leq \theta \leq 1.$$

Por lo tanto, se tiene

$$L + s_1M + \bar{s}_1M^T < 0, \quad L + s_2M + \bar{s}_2M^T < 0.$$

Utilizando estas relaciones se deriva en,

$$\begin{aligned} L + s^*M + \bar{s}^*M^T &= L + (\theta s_1 + (1 - \theta)s_2)M + (\theta \bar{s}_1 + (1 - \theta)\bar{s}_2)M^T \\ &= L + \theta s_1M + \theta \bar{s}_1M^T + (1 - \theta)s_2M + (1 - \theta)\bar{s}_2M^T \\ &= \theta(L + s_1M + \bar{s}_1M^T) + (1 - \theta)(L + s_2M + \bar{s}_2M^T) \\ &< 0, \quad \forall 0 \leq \theta \leq 1. \end{aligned} \quad (\text{D.4})$$

Probando la convexidad del conjunto \mathcal{D} en D.3. □

Las regiones LMI son bastante generales, ya que su cierre es el conjunto de regiones convexas simétricas con respecto al eje real. En efecto, las regiones LMI incluyen regiones relevantes como discos, conos, sectores, etc., así como cualquier intersección de las anteriores.

Ejemplos de regiones LMI

Tal como indica la Definición D.2, una región LMI es una región del plano complejo que se caracteriza por una LMI en función de s y \bar{s} . Para ejemplificar este concepto considere las tres regiones del plano complejo que se muestran en la Fig. D.1.

En primer lugar, la región de la Fig. D.1a representada por

$$\mathcal{D}_\alpha = \{x + iy \mid x < -\alpha < 0\},$$

²La notación \bar{s} denota el complejo conjugado de s .

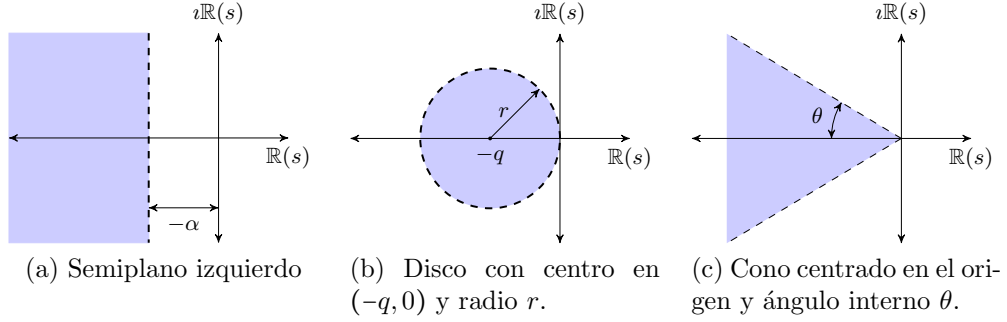


Figura D.1: Regiones LMI.

es una región LMI. De hecho,

$$\begin{aligned} \mathcal{D}_\alpha &= \{x + iy \mid x < -\alpha\} \\ &= \{s \mid \Re(s) < -\alpha\} \\ &= \left\{s \mid \frac{1}{2}(s + \bar{s}) < -\alpha\right\}. \end{aligned}$$

Esto es, \mathcal{D}_α es una región LMI con $L = 2\alpha$ y $M = 1$, y su función característica resulta

$$f_{\mathcal{D}_\alpha}(s) = 2\alpha + s + \bar{s}.$$

En cambio, la región de la Fig. D.1b dada por

$$\mathcal{D}_{q,r} = \{x + iy \mid (x + q)^2 + y^2 < r^2\},$$

es una región LMI. Entonces,

$$\begin{aligned} \mathcal{D}_{q,r} &= \{x + iy \mid (x + q)^2 + y^2 < r^2\} \\ &= \{s \mid (s + q)(\bar{s} + q) < r^2\} \\ &= \left\{s \mid \begin{bmatrix} -r & s + q \\ \bar{s} + q & -r \end{bmatrix} < 0\right\} \\ &= \left\{s \mid \begin{bmatrix} -r & q \\ q & -r \end{bmatrix} + s \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + \bar{s} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}^T < 0\right\} \end{aligned}$$

Esto es, $\mathcal{D}_{q,r}$ es una región LMI con

$$L = \begin{bmatrix} -r & q \\ q & -r \end{bmatrix}, \quad M = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Por último, la región de la Fig. D.1c dada por

$$\mathcal{D}_\theta = \{x + iy \mid |y| < -x \tan \theta\},$$

con $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$, es una región LMI. De hecho,

$$\begin{aligned}
\mathcal{D}_\theta &= \{x + iy \mid |y| < -x \tan \theta\} \\
&= \left\{ \{x + iy \mid y^2 < x^2 \tan^2 \theta, \quad x \tan \theta < 0\} \right. \\
&= \left\{ x + iy \mid y^2 \cos^2 \theta < x^2 \operatorname{sen}^2 \theta, \quad x \operatorname{sen} \theta < 0 \right\} \\
&= \left\{ x + iy \mid \begin{bmatrix} x \operatorname{sen} \theta & iy \cos \theta \\ -iy \cos \theta & x \operatorname{sen} \theta \end{bmatrix} < 0 \right\} \\
&= \left\{ s \mid \begin{bmatrix} (s + \bar{s}) \operatorname{sen} \theta & i(s - \bar{s}) \cos \theta \\ (-s + \bar{s}) \cos \theta & (s + \bar{s}) \operatorname{sen} \theta \end{bmatrix} < 0 \right\} \\
&= \left\{ s \mid s \begin{bmatrix} \operatorname{sen} \theta & \cos \theta \\ -\cos \theta & \operatorname{sen} \theta \end{bmatrix} + \bar{s} \begin{bmatrix} \operatorname{sen} \theta & \cos \theta \\ -\cos \theta & \operatorname{sen} \theta \end{bmatrix}^T < 0 \right\}
\end{aligned}$$

Esto es, \mathcal{D}_θ es una región LMI con

$$L = 0, \quad M = \begin{bmatrix} \operatorname{sen} \theta & \cos \theta \\ -\cos \theta & \operatorname{sen} \theta \end{bmatrix}.$$

Referencias Bibliográficas

- [1] Christopher Edwards, Hafid Smaili y Thomas Lombaerts. *Fault Tolerant Flight Control - A Benchmark Challenge*. Springer-Verlag, 2010. ISBN: 978-3-642-11689-6. DOI: 10.1007/978-3-642-11690-2 (vid. pág. 1).
- [2] Youmin Zhang y Jin Jiang. «Bibliographical Review on Reconfigurable Fault-Tolerant Control Systems». En: *Annual Reviews in Control* 32.2 (2008), págs. 2-252. ISSN: 13675788. DOI: 10.1016/j.arcontrol.2008.03.008 (vid. pág. 1).
- [3] Jin Jiang. «Fault-tolerant Control Systems - An Introductory Overview». En: *ACTA Automatica SINICA* 31.1 (2005), págs. 161-174. ISSN: 02544156 (vid. pág. 1).
- [4] Janos J. Gertler. «Survey of Model-Based Failure Detection and Isolation in Complex Plants». En: *IEEE Control Systems Magazine* 8.6 (1988). ISSN: 0272-1708. DOI: 10.1109/37.9163 (vid. págs. 1, 2, 13).
- [5] Janos J. Gertler. *Fault Detection and Diagnosis in Engineering Systems*. 1.^a ed. CRC Press, 1998. ISBN: 978-0-8247-9427-9 (vid. págs. 1, 2, 7, 8, 10, 13-15).
- [6] Jian Zhang, Akshya Kumar Swain y Kiong Sing Nguang. *Robust Observer-Based Fault Diagnosis for Nonlinear Systems Using MATLAB*. Springer International, 2016. ISBN: 978-3-319-32323-7 (vid. págs. 2, 7, 16).
- [7] Rolf Isermann. *Fault-Diagnosis Systems: an Introduction from Fault Detection to Fault Tolerance*. 1.^a ed. Springer Science & Business Media, 2006, págs. 1-475. ISBN: 3540241124. DOI: 10.1007/3-540-30368-5 (vid. págs. 2, 5, 14, 15, 23).
- [8] Venkat Venkatasubramanian, Jinsong Zhao y Shankar Viswanathan. «Intelligent systems for HAZOP analysis of complex process plants». En: *Computers and Chemical Engineering* 24.9-10 (2000), págs. 2291-2302. ISSN: 00981354. DOI: 10.1016/S0098-1354(00)00573-1 (vid. pág. 2).
- [9] Janos J. Gertler. «Fault Detection and Isolation Using Parity Relations». En: *Control Engineering Practice* 5.5 (1997), págs. 653-661. ISSN: 0967-0661 (vid. págs. 2, 10).
- [10] Michèle Basseville. «Detecting changes in signals and systems-A survey». En: *Automatica* 24.3 (1988), págs. 309-326. ISSN: 00051098. DOI: 10.1016/0005-1098(88)90073-8 (vid. pág. 2).

- [11] Paul M. Frank. «Fault Diagnosis in Dynamic Systems Using Analytical and Knowledge-Based Redundancy - A Survey and Some New Results». En: *Automatica* 26.3 (1990), págs. 459-474 (vid. pág. 2).
- [12] Paul M. Frank. «On-line Fault Detection in Uncertain Nonlinear Systems using Diagnostic Observers: A Survey». En: *International Journal of Systems Science* 25.12 (1994), págs. 2129-2154. ISSN: 14645319. DOI: 10.1080/00207729408949341 (vid. pág. 2).
- [13] Paul M. Frank. «Analytical and Qualitative Model-based Fault Diagnosis – A Survey and Some New Results». En: *European Journal of Control* 2.1 (1996), págs. 6-28. ISSN: 09473580. DOI: 10.1016/S0947-3580(96)70024-9 (vid. pág. 2).
- [14] Paul M. Frank y Steven X. Ding. «Survey of Robust Residual Generation and Evaluation Methods in Observer-based Fault Detection Systems». En: *Process Control* 7.6 (1997), págs. 403-424 (vid. pág. 2).
- [15] Paul M. Frank, Steven X. Ding y T. Marcu. *Model-based fault diagnosis in technical processes*. Vol. 22. 1. 2000, págs. 57-101. DOI: 10.1177/014233120002200104 (vid. pág. 2).
- [16] E. Alcorta García y Paul M. Frank. «Deterministic Nonlinear Observer-Based Approaches to Fault Diagnosis: A Survey». En: *Control Engineering Practice* 5.5 (1997), págs. 663-670. ISSN: 09670661. DOI: 10.1016/S0967-0661(97)00048-8 (vid. pág. 2).
- [17] Rolf Isermann y P. Ballé. «Trends in the Application of Model-Based Fault Detection and Diagnosis of Technical Processes». En: *Control Eng. Practice* 5.5 (1997), págs. 709-719. ISSN: 09670661. DOI: 10.1016/S0967-0661(97)00053-1 (vid. pág. 2).
- [18] Rolf Isermann, Ralf Schwarz y Stefan Stölzl. «Fault Tolerant Drive-by-Wire Systems». En: *IEEE Control Systems Magazine* 22.October (2002), págs. 64-81. ISSN: 02721708. DOI: 10.1109/MCS.2002.1035218 (vid. págs. 2, 13).
- [19] Dubravko Miljković. «Fault Detection Methods: A Literature Survey». En: *Proceedings of the 34th International Convention MIPRO* (2011), págs. 750-755. URL: <http://bib.irb.hr/prikazi-rad?lang=en&rad=515529> (vid. págs. 2, 14).
- [20] Venkat Venkatasubramanian y col. «A Review of Process Fault Detection and Diagnosis Part I: Quantitative Model-Based Methods». En: *Computers and Chemical Engineering* 27.3 (2003), págs. 293-311. ISSN: 00981354. DOI: 10.1016/S0098-1354(02)00160-6 (vid. pág. 2).
- [21] Venkat Venkatasubramanian, Raghunathan Rengaswamy y Surya N. Kavuri. «A Review of Process Fault Detection and Diagnosis Part II : Qualitative Models and Search Strategies». En: *Computers & Chemical Engineering* 27.3 (2003), págs. 313-326. ISSN: 00981354. DOI: 10.1016/S0098-1354(02)00161-8 (vid. pág. 2).

- [22] Venkat Venkatasubramanian y col. «A Review of Process Fault Detection and Diagnosis Part III: Process History Based Methods». En: *Computers & Chemical Engineering* 27.3 (2003), págs. 327-346. ISSN: 00981354. DOI: 10.1016/S0098-1354(02)00160-6 (vid. pág. 3).
- [23] IFAC SAFE-PROCESS. *Bibliography Database*. 2013. URL: <https://tc.ifac-control.org/6/4/bibliography-database> (vid. págs. 3, 5).
- [24] Martín F. Picó. «Diseño de Controladores Tolerante a Fallas Aplicados a Procesos de la Industria Química». Tesis doct. Universidad Nacional del Litoral, 2015 (vid. págs. 5, 7, 15, 19).
- [25] Rolf Isermann. *Fault-Diagnosis Applications Model-Based Condition Monitoring: Actuators, Drives, Machinery, Plants, Sensors, and Fault-tolerant Systems*. Springer Science & Business Media, 2011. ISBN: 9783642127663 (vid. págs. 5, 15).
- [26] Katsuhiko Ogata. *Modern Control Engineering*. 5.^a ed. Pearson Education, 2010. ISBN: 9780136156734. DOI: 10.1109/TAC.1972.1100013 (vid. págs. 6, 8, 17, 47).
- [27] Carlos A. Smith y Armando B. Corripio. *Principles and Practice of Automatic Process Control*. 2.^a ed. Wiley, 1997. ISBN: 9780471575887 (vid. pág. 6).
- [28] Eduardo J. Adam. *Instrumentación y Control de Procesos. Notas de Clase*. 2.^a ed. Santa Fe: Ediciones UNL, 2014, pág. 794. ISBN: 9789877491227 (vid. pág. 6).
- [29] Farid Golnaraghi y Benjamin C. Kuo. *Automatic Control Systems*. 9.^a ed. Wiley, 2009, pág. 944. ISBN: 9780470048962 (vid. págs. 6, 47).
- [30] C. N. Rautenberg y C. E. D'Attellis. *Control Lineal Avanzado y Control Óptimo*. Asociación Argentina de Control Automático, 2004 (vid. pág. 6).
- [31] Richard V. Beard. «Failure Accomodation in Linear Systems Through Self-Reorganization». Tesis doct. MIT, 1971 (vid. pág. 9).
- [32] Edward Y. Chow y Alan S. Willsky. «Analytic redundancy and the design of robust failure detection systems». En: *IEEE Transactions on Automatic Control* 29.7 (jul. de 1984), págs. 603-614 (vid. págs. 10, 15).
- [33] N. Viswanadham, J. H. Taylor y E. C. Luce. «A Frequency-domain Approach to Failure Detection and Isolation with Application to GE-21 Turbine Engine Control Systems». En: *Control, theory and advanced technology* 3.1 (1987), págs. 45-72. ISSN: 09110704 (vid. pág. 10).
- [34] Janos J. Gertler. «Analytical Redundancy Methods in Fault Detection and Isolation - Survey and Synthesis». En: *IFAC Proceedings Volumes* 24.6 (1991), págs. 9-21. ISSN: 14746670. DOI: 10.1016/S1474-6670(17)51119-2. URL: [http://dx.doi.org/10.1016/S1474-6670\(17\)51119-2](http://dx.doi.org/10.1016/S1474-6670(17)51119-2) (vid. pág. 10).
- [35] Mattias Nyberg. «Framework and Method For Model Based Diagnosis With Application to an Automotive Engine». En: *European Control Conference, ECC 1999 - Conference Proceedings* (1999), págs. 1872-1877 (vid. pág. 10).

- [36] Janos J. Gertler y Kenneth C. Anderson. «An Evidential Reasoning Extension to Quantitative Model-Based Failure Diagnosis». En: *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics* 22.2 (1992), págs. 275-289. ISSN: 21682909. DOI: 10.1109/21.148430 (vid. pág. 10).
- [37] Scott D. Sagan. «The Problem of Redundancy Problem: Why More Nuclear Security Forces May Produce Less Nuclear Security». En: *Risk Analysis* 24.4 (2004), págs. 935-946. ISSN: 02724332. DOI: 10.1111/j.0272-4332.2004.00495.x (vid. pág. 11).
- [38] David Alejandro R. Zumoffen. «Desarrollo de Sistemas de Diagnóstico de Fallas Integrado al Diseño de Control Tolerante a Fallas en Procesos Químicos». Tesis doct. Universidad Nacional de Rosario, 2008 (vid. pág. 13).
- [39] Steven H. Rich y col. «Development of a diagnostic expert system for a whipped toppings process». En: *Journal of Loss Prevention in the Process Industries* 2.3 (1989), págs. 145-154. ISSN: 09504230. DOI: 10.1016/0950-4230(89)80019-1 (vid. pág. 14).
- [40] Jie Zhang. «Expert Systems in On-line Process Control and Fault Diagnosis». Tesis doct. City University London, 1991 (vid. pág. 14).
- [41] T. Jiang, K. Khorasani y S. Tafazoli. «Parameter Estimation-Based Fault Detection, Isolation and Recovery for Nonlinear Satellite Models». En: *IEEE Transactions on Control Systems Technology* 16.4 (2008), págs. 799-808. ISSN: 1063-6536. DOI: 10.1109/TCST.2007.906317 (vid. pág. 15).
- [42] Jie Chen y Ron J. Patton. *Robust Model-Based Fault Diagnosis for Dynamic Systems*. Kluwer Academic Publishers, 1999. ISBN: 978-0-7923-8411-3 (vid. págs. 15, 17, 23, 35).
- [43] Steven X. Ding. *Model-Based Fault Diagnosis Techniques*. Springer-Verlag, 2008. ISBN: 978-3-540-76303-1. DOI: 10.1007/978-3-540-76304-8 (vid. pág. 15).
- [44] Halim Alwi, Christopher Edwards y Chee Pin Tan. *Fault Detection and Fault-Tolerant Control Using Sliding Modes*. Springer-Verlag, 2011. ISBN: 978-0-85729-649-8. DOI: 10.1007/978-0-85729-650-4 (vid. págs. 15, 16).
- [45] Hongwen He, Zhentong Liu y Yin Hua. «Adaptive Extended Kalman Filter Based Fault Detection and Isolation for a Lithium-Ion Battery Pack». En: *Energy Procedia* 75 (2015), págs. 1950-1955. ISSN: 18766102. DOI: 10.1016/j.egypro.2015.07.230. URL: <http://dx.doi.org/10.1016/j.egypro.2015.07.230> (vid. pág. 15).
- [46] Behrooz Safarinejadian y Elham Kowsari. «Fault detection in non-linear systems based on GP-EKF and GP-UKF algorithms». En: *Systems Science and Control Engineering* 2.1 (2014), págs. 610-620. ISSN: 21642583. DOI: 10.1080/21642583.2014.956843 (vid. pág. 15).

- [47] Mickaël Rodrigues, Didier Theilliol y Dominique Sauter. «Design of a Robust Polytopic Unknown Input Observer for FDI: Application for Systems Described by a Multi-Model Representation». En: *Proceedings of the 44th IEEE Conference on Decision and Control, and the European Control Conference, CDC-ECC '05* 2005 (2005), págs. 6268-6273. DOI: 10.1109/CDC.2005.1583166 (vid. pág. 15).
- [48] Weitian Chen y Mehrdad Saif. «Unknown Input Observer Design for a Class of Nonlinear Systems: an LMI Approach». En: *2006 American Control Conference*. Jun. de 2006, págs. 834-838. DOI: 10.1109/ACC.2006.1655461 (vid. pág. 16).
- [49] Stephen P. Boyd y col. *Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory*. Vol. 15. Society for Industrial y Applied Mathematics, 1994, pág. 203. ISBN: 089871334X. DOI: 10.1109/TAC.1997.557595 (vid. págs. 16, 34, 63).
- [50] Javad Mohammadpour y Carsten W. Scherer. *Control of Linear Parameter Varying Systems with Applications*. Springer Science & Business Media, 2012. ISBN: 9781461418320. DOI: 10.1007/978-1-4614-1833-7 (vid. pág. 16).
- [51] Carlos Alberto Cappelletti y col. «Optimum Multiobjective Regulator with Variable Gain Matrix Applied to an Industrial Process». En: *2018 Argentine Conference on Automatic Control (AADECA)*. IEEE, nov. de 2018, págs. 1-6. ISBN: 978-9-8746-8591-9. DOI: 10.23919/AADECA.2018.8577354. URL: <https://ieeexplore.ieee.org/document/8577354/> (vid. pág. 16).
- [52] María M. Seron y José A. De Doná. «Robust fault estimation and compensation for LPV systems under actuator and sensor faults». En: *Automatica*. 2015. DOI: 10.1016/j.automatica.2014.12.003 (vid. pág. 16).
- [53] Sungyung Lim. «Analysis and Control of Linear Parameter-Varying Systems». Tesis doct. Stanford, 1998 (vid. pág. 16).
- [54] V. A. Yakubovich. «The solution of some matrix inequalities encountered in automatic control theory». En: *Dokl. Akad. Nauk SSSR* 143.6 (1962), págs. 1304-1307 (vid. pág. 17).
- [55] Yurii Nesterov y Arkadi Nemirovski. *Interior-Point Polynomial Algorithms in Convex Programming*. SIAM, 1994. ISBN: 0-89871-319-6 (vid. pág. 17).
- [56] Pascal Gahinet y col. *LMI Control Toolbox For Use with MATLAB*. Inf. téc. The MathWorks, Inc., 1995 (vid. págs. 17, 36, 63).
- [57] Jos F Sturm. *Using SeDuMi 1.02, a MATLAB toolbox for optimization over symmetric cones*. Inf. téc. 1998 (vid. pág. 17).
- [58] Martín F. Picó y Eduardo J. Adam. «Fault Diagnosis and Tolerant Control Using Observer Banks Applied to Continuous Stirred Tank Reactor». En: *Advances in Science, Technology and Engineering Systems Journal* 2.3 (2017), págs. 171-181. ISSN: 24156698. DOI: 10.25046/aj020322 (vid. págs. 19, 23).

- [59] Martín F. Picó y Eduardo J. Adam. «Control Tolerante a Fallas Utilizando Bancos de Observadores para la Detección de Fallas: Aplicación a un Sistema de tres Tanques Interconectados». En: *XXIV Congreso Argentino de Control Automático*. 2014 (vid. pág. 19).
- [60] Martín F. Picó y Eduardo J. Adam. «Control Tolerante a Fallas en un CSTR usando Banco de Observadores para el Diagnóstico de Fallas». En: *VII Congreso Argentino de Ingeniería Química*. 2013 (vid. pág. 19).
- [61] Ming Hou y Peter C. Muller. «Design of Observers for Linear Systems with Unknown Inputs». En: *IEEE Transactions on Automatic Control* 37.6 (jun. de 1992), págs. 871-875. DOI: 10.1109/9.256351 (vid. págs. 20, 22).
- [62] P. Kudva, N. Viswanadham e I. Ramakrishna. «Observers for Linear Systems with Unknown Inputs». En: *IEEE Transactions on Automatic Control* 25.4 (1980), págs. 113-115. ISSN: 15582523 (vid. pág. 22).
- [63] Mohamed Darouach, Michel Zasadzinski y Shi Jie Xu. «Full-order observers for linear systems with unknown inputs». En: *IEEE Transactions on Automatic Control* 39.3 (1994), págs. 606-609. ISSN: 0018-9286 (vid. pág. 22).
- [64] Emanuel Bernardi y Eduardo J. Adam. «Reduced Order Observer Applied to a Linear Parameter Varying System with Unknown Input». En: *2018 Argentine Conference on Automatic Control (AADECA)*. IEEE, nov. de 2018, págs. 1-6. ISBN: 978-9-8746-8591-9. DOI: 10.23919/AADECA.2018.8577337. URL: <https://ieeexplore.ieee.org/document/8577337/> (vid. pág. 31).
- [65] David G. Luenberger. «Observing the State of a Linear System». En: *IEEE Transactions on Military Electronics* 8.2 (1964), págs. 74-80. ISSN: 05361559. DOI: 10.1109/TME.1964.4323124 (vid. págs. 33, 49).
- [66] Emanuel Bernardi y Eduardo J. Adam. «Esquema de Detección y Diagnóstico de Fallas Basado en Observadores de Tiempo Discreto». En: *Jornadas de Ciencia y Tecnología 2019 de la UTN Facultad Regional San Francisco*. San Francisco: UTN-RIA, oct. de 2019, págs. 110-111. ISBN: 978-950-42-0193-9 (vid. pág. 46).
- [67] James B. Rawlings, David Q. Mayne y Moritz M. Diehl. *Model Predictive Control: Theory, Computation, and Design*. Nob Hill Publishing, LLC, 2017. ISBN: 9780975937730 (vid. pág. 46).
- [68] Jan M. Maciejowski. «Fault-tolerant aspects of MPC». En: *IEE Colloquium on Model Predictive Control: Techniques and Applications Day 2* (1999). DOI: 10.1049/ic:19990538 (vid. pág. 46).
- [69] Emanuel Bernardi, Carlos Alberto Cappelletti y Eduardo J. Adam. «Fault-tolerant Model Predictive Control Strategy Applied to Industrial Processes». En: *XVIII Reunión de trabajo en Procesamiento de la Información y Control*. Bahía Blanca, Argentina: Universidad Nacional del Sur, sep. de 2019, págs. 193-198. ISBN: 978-987-1648-44-3 (vid. pág. 46).

- [70] Rudolf Emil Kalman. *On the General Theory of Control Systems*. 1959. DOI: 10.1109/TAC.1959.1104873 (vid. pág. 47).
- [71] Corentin Briat. «Commande et Observation Robustes des Systèmes LPV Retardés». Tesis doct. Grenoble Institute of Technology, 2008 (vid. pág. 51).
- [72] Kazuo Tanaka y Hua O. Wang. *Fuzzy Control Systems Design and Analysis: A Linear Matrix Inequality Approach*. Wiley, 2001. ISBN: 0471323241. DOI: 10.1002/0471224596 (vid. pág. 51).
- [73] Eduardo J. Adam. *Instrumentación y Control de Procesos. Notas de Clase*. 3.^a ed. Santa Fe: Ediciones UNL, 2018, pág. 796. ISBN: 978-987-749-122-7 (vid. págs. 56, 58, 59).
- [74] J. Duane Morningred y col. «An Adaptive Nonlinear Predictive Controller». En: *Chemical Engineering Science* 47.4 (1992), págs. 755-762 (vid. pág. 59).