

# DESARROLLO DE MODELO MATEMÁTICO PARA LA ESTIMACIÓN DE LAS PÉRDIDAS ELÉCTRICAS A TRAVÉS DEL USO DE TERMOGRAFÍA INFRARROJA.<sup>1</sup>

**Federico Borucki, Fabricio Ezequiel Leguizamón, Juan Pablo Madsen, Leonardo Melo\*, Juan Carlos Pitman**

Universidad Tecnológica Nacional, Facultad Regional Avellaneda, Av. Ramón Franco 5050, Avellaneda. Argentina.

*\*Autor a quien la correspondencia debe ser dirigida  
Correo electrónico: lmelo@fra.utn.edu.ar*

## RESUMEN

El presente trabajo muestra una estimación de las pérdidas Joule generadas en un determinado sector de un circuito eléctrico a partir de la energía térmica que dicha área emite al medio circundante. Para lo cual, se plantea realizar un modelo de cálculo que permita, a partir de una imagen termográfica de la sección bajo estudio, cuantificar el valor de dichas pérdidas. Este artículo también presenta la validación del modelo a partir de ensayos realizados en laboratorio.

**Palabras Clave:** Termografía infrarroja, pérdidas Joule, modelo de cálculo térmico.

## ABSTRACT

This paper shows an estimate of Joule losses generated in a specific electrical circuit location getting use of the heat that it emits to the environment. It sets out to make a calculus model that allows to quantify the losses from a thermal image of the area under study. Besides this work presents the validation of the model through laboratory tests.

**Key Words:** IR image, Joule losses, Thermal calculus model.

## INTRODUCCIÓN

La circulación de corriente a través de un conductor produce, por efecto Joule, un aumento de la temperatura del mismo convirtiéndolo en una “fuente caliente”. Este aumento de temperatura va a derivar una transferencia de energía hacia el medio ambiente circundante. Este mecanismo de transferencia depende básicamente de la temperatura superficial de la fuente. Los cálculos resultan sencillos cuando se tiene una superficie y temperatura uniformes, pero en la mayoría de los casos la situación resulta más compleja. Este trabajo plantea la posibilidad de evaluar las pérdidas que

---

<sup>1</sup> Trabajo realizado en el marco del proyecto de investigación y desarrollo: [Cuantificación de las pérdidas de energía en los tableros eléctricos en el marco Capacidades Científico Tecnológicas Universitarias para el Desarrollo Energético Ingeniero Enrique Mosconi, de la Secretaria De Políticas Universitarias].

se generan en un conductor por efecto Joule a través de una estimación de la potencia emitida por convección y radiación. Para ello, se desarrollará un modelo de cálculo que permita, a través de la información brindada por la captura de una cámara termográfica, valorar dichas pérdidas. A su vez se presentará la validación del modelo desarrollado mediante pruebas en laboratorio.

## DESARROLLO

Para una comprensión de los principios físicos y algoritmos con los cuales se desarrollará este trabajo, se introducirán algunos conceptos elementales utilizados en este trabajo sobre la transferencia de calor.

### 1. Transferencia de calor

La transferencia de calor puede efectuarse de tres formas físicas diferentes: conducción, convección y radiación. Debido a que en este trabajo el elemento que transfiere calor lo realiza principalmente hacia el aire circundante, se considera despreciable la conducción, con lo que se tendrán en cuenta los fenómenos de convección y radiación.

#### 1.1 Transferencia de energía por convección

De acuerdo con (Çengel & Ghajar, 2004), la convección es aquella transferencia de energía entre una superficie sólida y el fluido adyacente que está en movimiento relativo que abarca los efectos combinados de la conducción y movimiento de fluido.

Este fenómeno es descrito a través de la Ley de Enfriamiento de Newton:

$$\dot{q}_{\text{conv}} = h \cdot (T_s - T_\infty) \left[ \frac{W}{m^2} \right] \quad (1)$$

$$\dot{Q}_{\text{conv}} = h \cdot A_s \cdot (T_s - T_\infty) [W] \quad (2)$$

Donde:

$\dot{q}_{\text{conv}}$  : Densidad de flujo calórico por convección.  $\left[ \frac{W}{m^2} \right]$

$\dot{Q}_{\text{conv}}$  : Flujo calórico por convección.  $[W]$

$h$  : coeficiente de transferencia de calor por convección  $\left[ \frac{W}{m^2 \cdot ^\circ C} \right]$

$A_s$  : área superficial de transferencia de calor  $[m^2]$

$T_s$  : temperatura de la superficie del cuerpo  $[^\circ C]$ .

$T_\infty$  : temperatura del ambiente  $[^\circ C]$ .

El coeficiente  $h$  de transferencia de calor por convección es una constante que depende de muchos factores (temperatura, viscosidad, difusividad, régimen del fluido, entre otras). Para lo cual para su cálculo se deben definir las condiciones de trabajo. En el presente trabajo, se utilizará un flujo conectivo en régimen natural. Si bien la ecuación es una aproximación de una ecuación

diferencial parabólica, el hecho de adoptar un  $h$  en forma empírica facilita el cálculo de la transferencia de energía por convección.

En el caso de estudio no habrá factores que produzcan un flujo convectivo forzado, por lo que se trabajará con los efectos de la convección natural.

Dicho estudio responde a una ecuación diferencial. Pero de manera empírica se ha logrado en la actualidad facilitar el cálculo mediante constantes para distintos gases y condiciones ambientales. Estas constantes terminan conformando al coeficiente de transferencia de calor por convección.

A continuación, se muestra sintéticamente el procedimiento para determinar el coeficiente  $h$  de convección del calor.

### Número de Prandtl

El Número de Prandtl muestra la relación entre la difusividad de la cantidad de movimiento y la difusividad térmica. Dicho número está tabulado en (Çengel & Ghajar, 2004).

### Número de Grashof

Es un número adimensional que describe la relación entre flotabilidad y viscosidad dentro del fluido. Está dada por la siguiente expresión:

$$Gr_L = \frac{g \cdot \beta \cdot (T_s - T_\infty) \cdot L_c^3}{\nu^2} \quad (3)$$

Donde:

$g$  : aceleración gravitacional  $\left[ \frac{m}{s^2} \right]$

$\beta$  : coeficiente de expansión volumétrica. Para gases ideales, resulta  $\frac{1}{T_\infty} \left[ \frac{1}{K} \right]$

$T_s$  : temperatura de la superficie analizada  $[^\circ C]$

$T_\infty$  : temperatura del fluido suficientemente lejos de la superficie  $[^\circ C]$

$L_c$  : longitud característica de la configuración geométrica.  $[m]$

$\nu$  : viscosidad cinemática del fluido.  $\left[ \frac{m^2}{s} \right]$

### Número de Rayleigh

Se considera al Número de Rayleigh como la razón de las fuerzas de flotabilidad y (los productos de) la difusividad térmica y difusividad de cantidad de movimiento

$$Ra_L = Gr_L \cdot Pr \quad (4)$$

**Número de Nusselt:**

Esta constante depende de la geometría del cuerpo a analizar y de su posición, ya que la dinámica de fluidos se comporta de manera diferente. Este tiene relación directa con la constante general de convección.

La determinación de Nusselt se basa en correlaciones empíricas para la convección natural. En el modelo actual, se utilizará la correlación correspondiente a la disposición de una placa vertical:

$$Nu = \left\{ 0,825 + \frac{0,387 \cdot Ra_L^{1/6}}{\left[ 1 + (0,492 / Pr)^{9/16} \right]^{8/27}} \right\}^2 \tag{5}$$

**Coefficiente h de convección**

Luego de determinar las constantes anteriores, se determina el coeficiente de convección h mediante la siguiente ecuación

$$h = \frac{Nu \cdot k}{L_c} \tag{6}$$

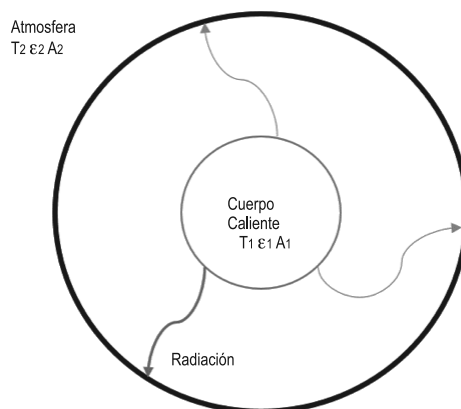
Donde:

k : conductividad térmica del fluido correspondiente (en este caso el aire)

L<sub>c</sub> : longitud característica (longitud en la dirección de la circulación del flujo).

**1.2. Transferencia de calor por radiación:**

Según (Gottler, 1951), se la define como la transmisión de calor por medio de ondas electro-magnéticas de longitudes de onda de 0,4 a 340 μm.



**Figura 1:** Modelo esquemático de radiación térmica

Si el objetivo que se desea es calcular la transferencia de calor desde un cuerpo hacia la atmósfera, suponiendo que solamente se produce un intercambio entre éstos dos, despreciando al

resto de los cuerpos que lo rodean, (ver Figura 1) la ecuación característica es la proveniente de la Ley de Stefan-Boltzmann:

$$Q_{\text{rad}} = \varepsilon \cdot \sigma \cdot A_s \cdot (T_s^4 - T_\infty^4) \quad (7)$$

Donde:

$\varepsilon$  : emisividad del cuerpo.

$\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \left[ \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}^4} \right]$  : constante de Stefan-Boltzmann.

$A_s$  : superficie del cuerpo  $[\text{m}^2]$

$T_s$  : temperatura del cuerpo a evaluar  $[\text{K}]$

$T_\infty$  : temperatura de la atmósfera.  $[\text{K}]$

## 2. Efecto Joule:

Cuando por un conductor circula corriente eléctrica, éste se calienta produciendo calor. Esto es debido a que parte del trabajo que se realiza para mover las cargas eléctricas entre dos puntos de un conductor se transforma en calor producto de la colisión entre electrones al momento de la circulación.

La ecuación que describe este fenómeno es:

$$\dot{Q} = I^2 \cdot R \quad (8)$$

Donde:

$\dot{Q}$  : Potencia eléctrica  $[\text{W}]$

$I$  : corriente circulante por el conductor  $[\text{A}]$

$R$  : resistencia del conductor  $[\Omega]$

## 3. Modelo de cálculo desarrollado

En este apartado se procederá a detallar el modelo de cálculo elaborado para obtener la potencia transferida. Para lo cual se enumerarán las partes clave del diseño.

### 3.1. Datos de entrada del modelo

Los datos de entrada del modelo son una matriz de temperatura y la temperatura ambiente. La matriz de temperaturas surge de la información almacenada en una fotografía termográfica. La misma es tomada mediante una cámara termográfica que permite obtener la temperatura de cada píxel.

Partiendo de esto, se fragmenta la captura en píxeles, conteniendo una temperatura uniforme. El área de los píxeles los denominaremos áreas diferenciales.

### 3.2. Criterio para la determinación de la fuente

Debido a que la cámara termográfica no puede obtener una imagen con un recinto delimitado a la geometría que se requiere, de forma tal que sólo se disponga de la fuente de flujo calórico, se busca hallar algún criterio que descarte las temperaturas que no provengan de la fuente. Para su determinación, se recurre al siguiente análisis.

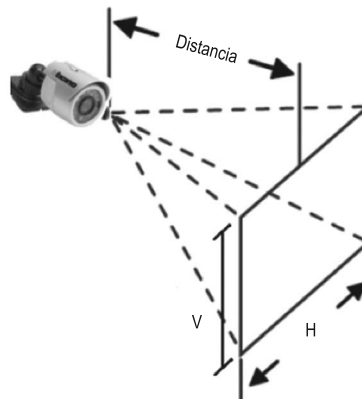
La imagen tomada con la cámara muestra zonas de altas temperaturas (provenientes de la fuente) y zonas de bajas temperaturas (del medio circundante), bien diferenciadas unas de otras. Para el modelo solo se necesita obtener la información de los píxeles provenientes de la fuente de calor. Para obtener esta información se calculará la diferencia entre dos píxeles contiguos a lo largo de cada fila de la matriz de temperaturas. Una vez encontrada donde se ubica la máxima diferencia, se toma el valor medio de los dos valores que forman parte de la máxima variación de temperaturas. Denominaremos a ésta Temperatura de Criterio ( $T_{crit}$ ).

### 3.3. Escalado de la imagen

En esta sección se analizará el método que permite dimensionar geoméricamente la imagen obtenida con la cámara. Se va a comenzar por determinar las dimensiones de las secciones diferenciales. Es necesario saber la distancia de captura del cuerpo a analizar, ya que con ella se determinará las dimensiones de la imagen (Ver Figura 2) que vienen dadas, acorde a (Fluke, 2012), por las siguientes ecuaciones:

$$H = d \cdot \text{sen}(32^\circ) \quad (9)$$

$$V = d \cdot \text{sen}(22,5^\circ) \quad (10)$$



**Figura 2:** Esquema de la captura de la imagen.

Donde:

$d$  : distancia de enfoque [m]

$H$  : longitud horizontal [m]

$V$  : longitud vertical. [m]

Conocidas las longitudes de la captura, mediante el tamaño de la matriz de temperaturas T<sub>FxC</sub>, se va a dividir cada longitud en cantidades iguales, denominadas longitudes diferenciales:

$$dx = \frac{H}{C} \quad (11)$$

$$dy = \frac{V}{F} \quad (12)$$

Con ambas longitudes diferenciales se determinará el área diferencial:

$$ds = dx \cdot dy \quad (13)$$

### 3.4. Modelado de las ecuaciones de transferencia de calor

Respecto de la convección, las constantes dependen de la diferencia de temperatura entre la superficie tomada y el ambiente. Como los cálculos referentes a las constantes que intervienen para obtener coeficiente de transferencia de calor por convección “h”, dependen de una diferencia de temperatura y de la longitud característica (en este caso, del píxel), carece de sentido realizar este cálculo diferencialmente. Es por esto que el valor de “h” a adoptar es el coeficiente promedio de convección. El mismo es obtenido considerando la temperatura promedio del elemento a analizar y la longitud total en la dirección del flujo.

Ya que todas nuestras áreas diferenciales de la fuente poseen diferentes temperaturas, la transmisión de calor por convección total estará dada por la siguiente ecuación:

$$\dot{Q}_{conv} = \sum_{i=1}^n h \cdot ds \cdot (T_i - T_{\infty}) \quad (14)$$

Donde:

$T_i$  :temperatura del área diferencial [°C]

En base a, se procede a realizar la siguiente deducción:

$$\dot{Q}_{conv} = \sum_{i=1}^n h \cdot ds \cdot (T_i - T_{\infty}) = h \cdot ds \cdot \sum_{i=1}^n (T_i - T_{\infty}) = h \cdot ds \cdot (T_1 + T_2 + \dots + T_n - n \cdot T_{\infty})$$

Sacando factor común “n”:

$$\dot{Q}_{conv} = h \cdot ds \cdot n \cdot \left( \frac{T_1 + T_2 + \dots + T_n}{n} - T_{\infty} \right)$$

Con esto se concluye que el flujo total por convección resulta ser:

$$\dot{Q}_{conv} = h \cdot A_s \cdot (\bar{T} - T_{\infty}) \quad (15)$$

Donde:

$\dot{Q}_{\text{conv}}$  : flujo de calor por convección de la fuente.

$h$  : constante de convección.

$A_s$  : área superficial de la fuente.

$\bar{T}$  : temperatura promedio de la captura perteneciente a la fuente.

$T_\infty$  : temperatura del ambiente.

Para el caso de la radiación, la emisividad que se utilizará en el algoritmo será  $\varepsilon = 1$ , ya que la cámara nos brinda la opción de seleccionar la emisividad al momento de realizar la toma termográfica.

La transmisión de calor por radiación total estará dada por:

$$\dot{Q}_{\text{rad}} = \sum_{i=1}^n \varepsilon \cdot \sigma \cdot ds \cdot (T_i^4 - T_\infty^4) \quad (16)$$

De acuerdo a , se procede a realizar la siguiente deducción:

$$\dot{Q}_{\text{rad}} = \sum_{i=1}^n \varepsilon \cdot \sigma \cdot ds \cdot (T_i^4 - T_\infty^4) = \varepsilon \cdot \sigma \cdot ds \cdot \sum_{i=1}^n (T_i^4 - T_\infty^4) = \varepsilon \cdot \sigma \cdot ds \cdot (T_1^4 + T_2^4 + \dots + T_n^4 - n \cdot T_\infty^4)$$

Sacando factor común "n":

$$\dot{Q}_{\text{rad}} = \varepsilon \cdot \sigma \cdot ds \cdot n \cdot \left( \frac{T_1^4 + T_2^4 + \dots + T_n^4}{n} - T_\infty^4 \right)$$

Con esto se concluye que el flujo total por radiación:

$$\dot{Q}_{\text{rad}} = \varepsilon \cdot \sigma \cdot A_s \cdot (\bar{T}^4 - T_\infty^4) \quad (17)$$

Finalmente, se suman ambos flujos obteniendo el total:

$$\dot{Q}_T = \dot{Q}_{\text{conv}} + \dot{Q}_{\text{rad}} \quad (18)$$

## 4. Validación del modelo

### 4.1. Introducción

Para poder validar el modelo planteado se realizó un ensayo de laboratorio. El mismo consistió en someter a un fleje de cobre a una corriente determinada para luego, una vez alcanzado el régimen estable térmico tomar captura termográficas de la muestra bajo ensayo

### 4.2. Metodología de ensayo

Como muestra de ensayo se utilizó un fleje de cobre de 460 mm de longitud, 40 mm de ancho y 0,5 mm de profundidad colocado espacialmente de forma vertical (ver Figura 3). La misma

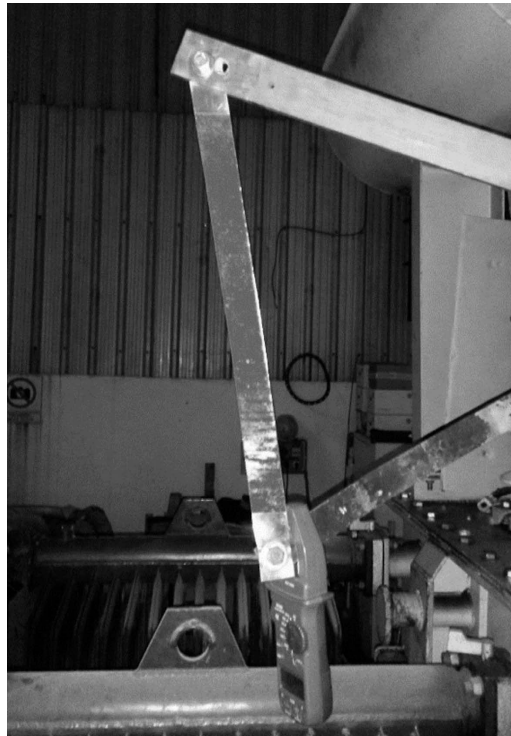


se colocó como carga en el secundario de un transformador monofásico de 10 MVA, 80 kV/6,6kV. Al mismo se lo alimentó con un autotransformador regulable, el cual permitió ajustar las corrientes deseadas.

Para poder mejorar la eficiencia en la captura termográfica desde el punto de vista de uniformidad en la emisividad térmica y eliminar cualquier efecto de reflejo se tomaron dos recaudos. El primero fue recubrir con cinta aislante eléctrica la superficie del fleje de cobre (Con esto se logró uniformidad en la emisividad adoptando un valor de 0,95). El segundo fue apagar las luces de laboratorio para eliminar cualquier posible perturbación en la medición infrarroja producida por el reflejo de las lámparas de descarga.

Para cada valor de corriente se tomaron a ambos lados del fleje dos distancias de captura: 20 cm y 100 cm. Las caras fotografiadas fueron las de 40 mm de ancho.

A través de una pinza amperométrica se tomó la corriente que circulaba por el fleje al momento de las fotografías térmicas.



**Figura 3:** Muestra de cobre ensayada.

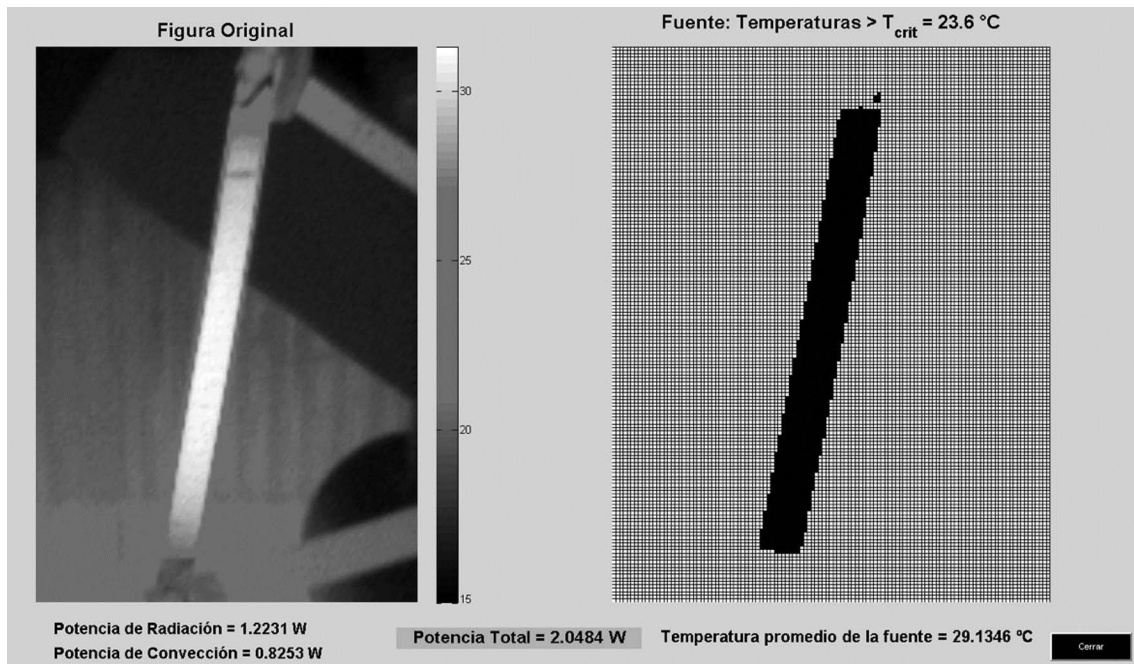
Al ser la muestra una pieza de sección rectangular, se calculó la resistencia del elemento de acuerdo a (Sadiku, 2003):

$$R = \frac{\rho \cdot l}{s} \quad (19)$$

Midiendo los parámetros geométricos mediante el uso de un calibre y cinta métrica. Se utilizó el coeficiente de resistividad del cobre tabulado por (Sadiku, 2003).

## RESULTADOS

Las Tablas 1 a 3 muestran los resultados obtenidos en el ensayo de validación del modelo planteado. En ellas la potencia eléctrica calculada es la que se obtiene a partir del cálculo de las pérdidas Joule con las corrientes medidas y la resistencia del fleje de cobre obtenida según . Las potencias de convección, radiación y total son las calculadas mediante el modelo térmico, a partir de la captura infrarroja. El error relativo compara la potencia eléctrica (tomada como valor verdadero) y las obtenidas por el programa desarrollado. A modo de ejemplo, la Figura 4 muestra la ventana de salida del software desarrollado para la medición M2.



**Figura 4:** Ventana de salida del software para la medición M2.

**Tabla 1:** Valores obtenidos para una corriente de 104 A.

Tabla de comparación de Potencias				
Distancia de captura [cm]	20		100	
	M1	M3	M2	M4
Captura				
Potencia de Convección [W]	0,205	0,193	0,825	0,740
Potencia por Radiación [W]	0,240	0,231	1,223	1,099
Potencia Total [W]	<b>0,445</b>	<b>0,424</b>	<b>2,048</b>	<b>1,839</b>
Potencia calculada analíticamente [W]	<b>0,958</b>		<b>4,279</b>	
Error relativo [%]	<b>-9%</b>		<b>-9%</b>	

**Tabla 2:** Valores obtenidos para una corriente de 155 A.

Tabla de comparación de Potencias				
Distancia de captura [cm]	20		100	
Captura	M5	M7	M6	M8
Potencia de Convección [W]	0,461	0,461	1,766	1,590
Potencia por Radiación [W]	0,494	0,494	2,359	2,133
Potencia Total [W]	<b>0,955</b>	<b>0,955</b>	<b>4,125</b>	<b>3,723</b>
Potencia calculada analíticamente [W]	<b>2,128</b>		<b>9,504</b>	
Error relativo [%]	<b>-10%</b>		<b>-17%</b>	

**Tabla 3:** Valores obtenidos para una corriente de 210 A.

Tabla de comparación de Potencias				
Distancia de captura [cm]	20		100	
Captura	M9	M11	M10	M12
Potencia de Convección [W]	0,849	0,850	3,621	3,015
Potencia por Radiación [W]	0,886	0,888	4,619	3,823
Potencia Total [W]	<b>1,735</b>	<b>1,738</b>	<b>8,240</b>	<b>6,838</b>
Potencia calculada analíticamente [W]	<b>3,907</b>		<b>17,446</b>	
Error relativo [%]	<b>-11%</b>		<b>-14%</b>	

## ANÁLISIS DE RESULTADOS

De los valores obtenidos se puede observar que la diferencia entre la medición eléctrica de la potencia (tomada como valor verdadero) y las potencias calculadas a partir del modelo térmico difieren en promedio en un 11,7% por defecto. Si bien este resultado es alentador, muestra que aún hay elementos no contemplados que podrían mejorar el resultado del modelo.

Cabe destacar que las mediciones realizadas a 20 cm arrojan resultados con errores menores, lo cual se estima que se debe a que se tiene mejor resolución de las fotografías, la cual se toma como dato de entrada para el software de cálculo.

Otra fuente de error posible es la de subestimar el aporte realizado por las caras de 0,5 mm de espesor, que no se tuvieron en cuenta en el ensayo realizado.

Además, se nota en los resultados que el error obtenido no parecería tener dependencia con la circulación de corriente.

## CONCLUSIONES

De acuerdo a los resultados obtenidos, se puede concluir, que el modelo planteado para obtener las pérdidas eléctricas generadas en un elemento conductor a través de una estimación térmica, ha sido validado satisfactoriamente. Aceptando que, el modelo utiliza una captura termográfica como elemento de entrada, el error promedio del 10% para mediciones a 20 cm es más que aceptable para tomarlo como un resultado útil para propósitos de estimación, teniendo en cuenta la complejidad que trae al cálculo en lo que respecta a la transferencia de calor y masa.

## PERSPECTIVAS A FUTURO

Este trabajo pretende sentar las bases para desarrollos posteriores que permitan estimar las pérdidas eléctricas adicionales generadas en tableros eléctricos industriales. Ya sea por malas ejecuciones o falta de mantenimiento. La idea posterior es cuantificar monetariamente la energía en exceso.

Sobre este tema (pérdidas en tableros eléctricos) existen trabajos previos que tratan la temática planteada (Kilindjian, 2003), (IEC 60890, 2014), pero ninguno muestra el método de estimación aquí planteado.

Se espera con esta futura contribución concientizar a los usuarios sobre la real importancia que conlleva mantener en buenas condiciones los tableros eléctricos.

## REFERENCIAS

Çengel, Y. A., Ghajar, A. J. (2011). Introducción y conceptos básicos. En Transferencia de calor y masa (25). México D.F.: McGraw-Hill.

Çengel, Y. A., Ghajar, A. J. (2011). Tabla A-15. Transferencia de calor y masa (884). México D.F.: McGraw-Hill.

Fluke Corporation (2012). Especificaciones Generales. En Thermal Imagers – Manual de Uso. (46 – 50)

Gotter, G. (1951). Los elementos físicos. En Calentamiento y refrigeración de las maquinas eléctricas (31). Universidad Nacional de Tucumán: Editorial bibliográfica Argentina.

IEC 60890 (2014). A method of temperature-rise verification of low-voltage switchgear and control-gear assemblies by calculation. Suiza.

Kilindjian, C. (2003) Cuaderno técnico N° 145: Estudio térmico de los Tableros Eléctricos de BT. Schneider Electric Argentina.

Sadiku, M. (2003). Campos eléctricos en el espacio material. En Elementos de electromagnetismo. (166). México D.F: Oxford University Press México.