

Ortogonalidad entre señales analógicas y digitales moduladas sobre portadoras en cuadratura

Pedro Danizio^a, Alejandro Danizio^b, Marcelo Cejas^a, Eduardo Danizio^c, Fabian Sensini^a, JavierGonella^a

^a UTN Facultad Regional Villa María Avda. Universitaria 450, CP: X5900, Villa María, Córdoba, Argentina

^b UTN Facultad Regional Córdoba Maestro López esq. Cruz Roja Argentina, CP: 5000, Córdoba, Argentina

^c INVAP. Gerencia de proyectos de gobierno, defensa y seguridad. Esmeralda 356, PB, C1035 ABH, Buenos Aires, Argentina

pdanizio@gmail.com

Resumen

Dos o más señales pueden ocupar el mismo espacio energético sin mezclarse, si estas son ortogonales, entre sí. Esto se puede lograr ortogonalizando por diferentes acciones:

a) Multiplicando las diferentes informaciones con palabras códigos ortogonales entre sí, la ortogonalidad de dichas palabras códigos se transfiere a las diferentes bandas bases. Este concepto permite que sean muchas bandas bases conviviendo espectralmente en el mismo espacio de energía. Las palabras códigos son digitales pero las bandas base pueden ser analógicas o digitales.

b) Mediante portadoras de igual frecuencia con fases corridas 90° entre ellas, moduladas en la misma o diferentes técnicas, sean analógica y/o digitales.

c) Con la misma portadora utilizando diferentes técnicas de modulación.

Lo descripto, se lo denomina convivencia ortogonal de señales moduladas.

En el presente trabajo se demostrará la convivencia ortogonal de dos bandas bases diferentes una analógica y otra digital que modulan dos portadoras de igual frecuencia y ortogonalizadas por la diferencia de fase de 90° . La modulación de la banda base analógica será de producto (DSB) y la de la banda base digital será modulación digital por amplitud (ASK). La recuperación de cada banda base será por detección sincrónica (correlación).

La analítica del proceso MoDem (modulación - demodulación), tendrá un enfoque de manera general demostrando la convivencia ortogonal. La verificación de la ortogonalidad descripta, se validará como conclusión, con una simulación del proceso MoDem en un entorno MSv14, con enfoque periódico. Con una banda base de 20 Kbits/seg y una banda base analógica de 4 KHz, las portadoras serán de 100 KHz con fase 0 y 90° respectivamente y se mostrará el proceso en tiempo y frecuencia con el soporte analítico correspondiente.

Palabras Clave: Ortogonalidad – Módem - Correlación

1 Introducción

Un significativo aporte al desarrollo de las comunicaciones analógicas y digitales se basó en poder colocar mayor cantidad de información reduciendo el ancho de las señales. Los sistemas ortogonales son el aporte significativo a ese hecho, ya que permiten convivir en el mismo espacio de densidad espectral informaciones diferentes con igual ancho de banda. Esto se designa como convivencia ortogonal de señales.

El enfoque es que si las señales no correlacionan se mantienen ortogonales y pueden convivir en el mismo espacio de energía y luego recuperar cada una de las informaciones por separado por correlación. Entre las diversas alternativas de convivencia se utiliza la multiplicación de palabras códigos ortogonales entre sí con las informaciones en banda base o moduladas. Este sistema digital permite tener muchas informaciones juntas y esta es la característica principal de los sistemas CDMA (acceso múltiple por división de códigos).

Existen otras maneras con sistemas analógicos donde sobre una misma portadora se modulan dos técnicas tales como AM y FM y en ciertas condiciones se mantienen ortogonales.

También esto se puede resolver con dos portadoras de la misma frecuencia y ortogonalizadas por la fase se pueden modular ambas con diversas técnicas con bandas base diferentes. Pudiendo combinar procesos Módem diferentes sean analógicos y/o digitales.

A partir de esto último demostraremos que es posible modular dos portadoras de la misma frecuencia y ortogonalizadas por la fase, con dos técnicas diferentes pero una analógica y otra digital y que se mantienen ortogonales y podremos correlarlas para obtener las informaciones por separado. Veremos que el ancho de banda de la señal resultante es igual al mayor ancho de banda que tenga alguna de las técnicas.

A tal efecto una de las portadoras se modulará por producto (DSB), con una banda base analógica y la otra banda base digital modulará en amplitud (ASK) a la portadora restante.

2 Materiales y métodos

Sean dos señales $f_1(t)$ y $f_2(t)$, analizadas en la concepción de vectores en espacios k dimensionales, se puede definir en forma "canónica" (esto es adaptando la definición para cada caso) como producto escalar de estos vectores en un intervalo de tiempo [1]

(t_A, t_B) a:

$$\langle f_1(t), f_2(t) \rangle = \int_{t_A}^{t_B} f_1(t) f_2(t) dt \quad (1)$$

A veces se lo divide por el intervalo $\left(\frac{1}{t_A - t_B}\right)$, pero insistimos esta definición es canónica. Si el producto escalar de dos vectores con magnitudes diferentes de cero es nulo, son perpendiculares. Si este producto escalar es nulo y no lo son permanentemente las señales en el intervalo de tiempo, se dice que las señales son ortogonales; linealmente independientes. Además, si las señales son periódicas y poseen un período común T , puede adoptarse como intervalo de tiempo un período. Las señales son ortogonales si se cumple que:

$$\langle f_1(t), f_2(t) \rangle = \int_0^T f_1(t) f_2(t) dt \quad (2)$$

Dos señales ortogonales pueden ocupar el mismo espacio energético sin mezclarse. Esto se puede lograr ortogonalizando por diferentes acciones: a) por codificación de palabras códigos ortogonales entre sí, b) mediante portadoras de igual frecuencia con fases corridas 90° entre ellas, moduladas en la misma o diferentes técnicas (analógicas y/o digitales), c) también con la misma portadora utilizando diferentes técnicas de modulación [2]

En este trabajo adoptamos, como portadoras, dos señales de igual frecuencia y desfasadas 90° entre ellas, una como cosenoidal y la otra senoidal, que se mantienen ortogonales tal como se muestran a continuación:

$$\langle \cos \omega_c t, \sin \omega_c t \rangle = \int_0^T \cos \omega_c t \sin \omega_c t dt = 0 \quad (3)$$

Lo que permite modularlas con diferentes técnicas, DSB y ASK. Con dos bandas base diferentes (una analógica y otra digital) ya que se extiende la ortogonalidad a las señales moduladas. Para lo cual comenzaremos el análisis modulando en DSB (doble banda lateral) una portadora y la otra en ASK (amplitud modulada digital) [3]. Ambas modulaciones se mantendrán ortogonales y podrán ser recuperadas nuevamente por autocorrelación (detección coherente). El proceso Módem (modulación - demodulación) se muestra en la Fig. 1.

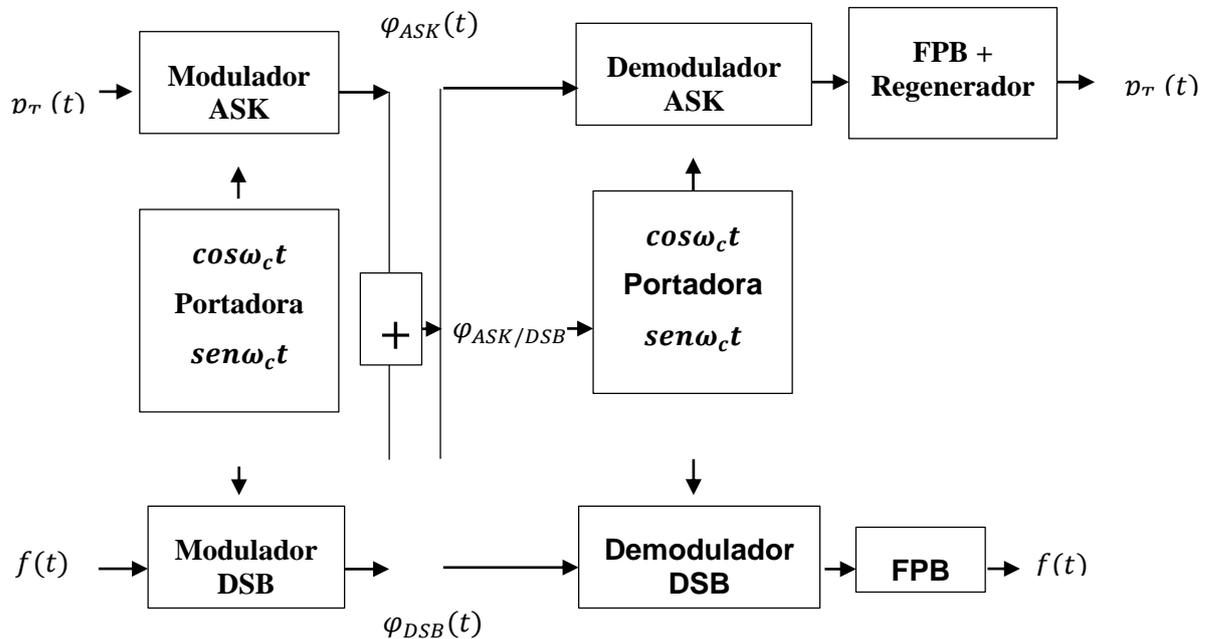


Fig. 1. Diagrama del proceso Módem

$p_{T_r}(t)$ Banda base digital binaria, con transformada $P_{T_r}(\omega) = 2\pi A \frac{\tau}{T} \sum_{n=-\infty}^{\infty} S_a(n\omega_0 \frac{\tau}{2}) \delta(\omega - n\omega_0)$

$f(t)$ Banda base analógica, con transformada $F(\omega)$

$A_c \cos \omega_c t$ portadora a modular en ASK, con transformada $\pi A_c [\delta(\omega + \omega_c) + \delta(\omega - \omega_c)]$

$A_c \sin \omega_c t$ portadora a modular DSBC, con transformada $J\pi A_c [\delta(\omega + \omega_c) - \delta(\omega - \omega_c)]$

2.1 Modelo de simulación

Complementando el diagrama de la Fig. 1, se presenta en la Fig. 2 el modelo de simulación en el entorno MSv 14. A partir del diagrama de simulación se completará la analítica de cada bloque general y con los valores usados en la simulación y a continuación se colocan los resultados en tiempo y frecuencia de la simulación, como validación de lo expuesto en el trabajo. A efectos de la calidad de presentación se usa el modo gráfico del simulador. Al final se colocan los procesos MoDem de la señal ASK, DSB y la combinada presentadas en un osciloscopio Tektronix de cuatro canales de este entorno de simulación.

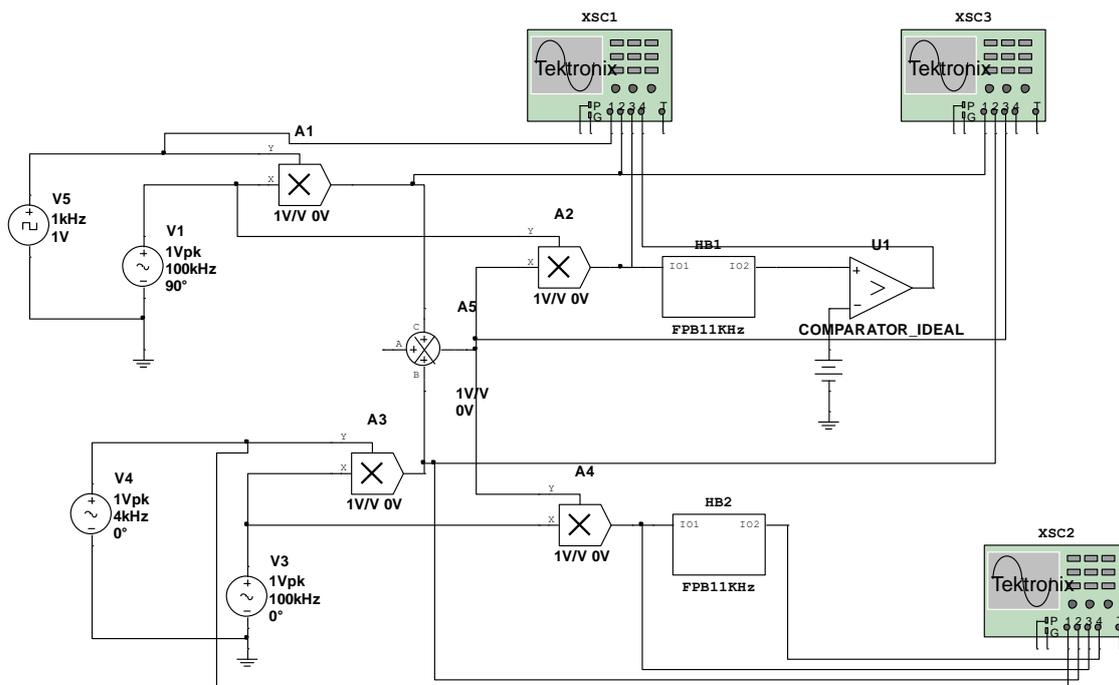


Fig. 2. Diagrama del proceso Módem

2.2 De la Modulación

La modulación en ASK, toma la banda base digital, como una secuencia binaria de 20 Kbits/seg, con amplitud de 1 Voltio y multiplica a una portadora cosenoidal de 100 KHz con 1 V de amplitud [4]

$$\varphi_{ASK}(t) = p_{T_\tau}(t) \cdot \cos \omega_c t \quad (4)$$

Convolucionando obtenemos el espectro en frecuencia

$$\Phi_{ASK}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \{P_{T_\tau}(\omega) * \pi[\delta(\omega + \omega_c) + \delta(\omega - \omega_c)]\} \quad (5)$$

La composición espectral de la banda base digital tiene la forma de una función $Sinc(x) = \frac{\sin x}{x}$, que en comunicaciones es común denominarla como $S_a(x)$ y se ve que esta función aparece simétricamente repetida a ambos lados de la portadora, por la convolución. Produciendo una modulación de doble banda lateral con portadora ya que esta señal tiene componente continua y hace aparecer la portadora (ASK).

Tomando una señal con una velocidad de $20 \frac{Kbits}{seg}$, lo que implica una fundamental de 10 KHz. Teniendo un ciclo de aprovechamiento ($\rho_c = \frac{\tau}{T}$) del 50 %, la banda base queda expresada como una función $S_a(n\omega_0 \frac{\tau}{2})$, discreta con frecuencia de corte en valores impares de 10 KHz y con amplitud de 1 Voltio nos queda:

$$\begin{aligned} p_{T_\tau}(t) \Leftrightarrow P_{T_\tau}(\omega) &= 2\pi A \frac{\tau}{T} \sum_{n=-\infty}^{\infty} S_a\left(n\omega_0 \frac{\tau}{2}\right) \delta(\omega - n\omega_0) \\ &= \pi \sum_{n=-\infty}^{\infty} S_a\left(n \frac{\pi}{2}\right) \delta(\omega - n 2\pi 10^4) \end{aligned} \quad (6)$$

Reemplazando (6) en (5) y resolviendo la convolución $\Phi_{ASK}(\omega)$ será:

$$\Phi_{ASK}(\omega) = \frac{1}{2} \left[\sum_{n=-\infty}^{\infty} S_a\left(n\frac{\pi}{2}\right) \delta [2\pi(10^5 - n10^4)] + \sum_{n=-\infty}^{\infty} S_a\left(n\frac{\pi}{2}\right) \delta [2\pi(-10^5 - n10^4)] \right] \quad (7)$$

En la Fig. 3 se muestra la representación en el tiempo de la banda base digital de $20 \frac{Kbits}{seg}$, con ciclo de aprovechamiento del 50 %, la portadora cosenoidal de 1 Voltio de amplitud y la señal ASK resultante. La Fig. 3, muestra en tiempo y frecuencia la señal ASK, utilizando el modo gráfico del simulador.

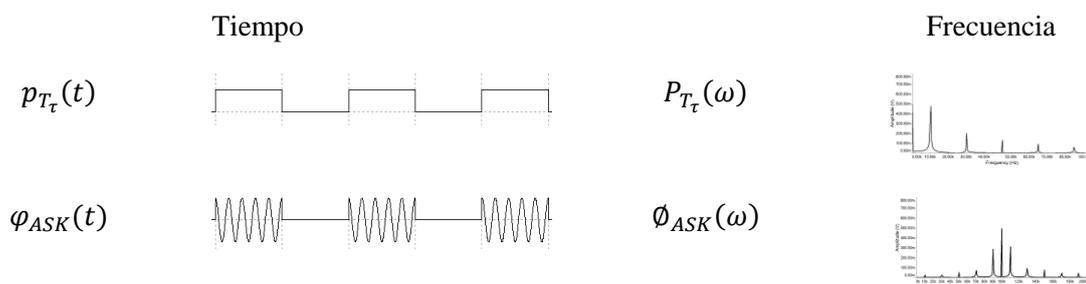


Fig. 3. Representación en tiempo y frecuencia de la señal ASK

2.3 Señal modulada por producto DSB

La banda base analógica, $f(t)$ se la multiplica por la portadora senoidal $A_c \text{ sen } \omega_c t$ [5], siendo una modulación de producto o doble banda lateral con portadora suprimida $\varphi_{DSB}(t)$, que se muestra en la (8) y su correspondiente transformada que resulta de la convolución de ambas se presenta en la (9)

$$\varphi_{DSB}(t) = f(t) \cdot \text{sen } \omega_c t \quad (8)$$

$$\Phi_{DSB}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \{F(\omega) * J\pi\delta(\omega + \omega_c) - \delta(\omega - \omega_c)\} = \frac{1}{2} J [F(\omega + \omega_c) - F(\omega - \omega_c)] \quad (9)$$

Como banda base analógica se toma un tono cosenoidal de 1 Volt de amplitud y frecuencia 4 KHz, con la portadora de 100 KHz, de 1 Voltio de amplitud con fase senoidal, de donde la señal de DSB queda, con dos bandas laterales ubicadas en 104 y 96 KHz.

$$\varphi_{DSB}(t) = 1V \cos 2\pi 4 \cdot 10^5 t \cdot \text{sen } 2\pi 10^5 t = \frac{1}{2} \text{sen } 2\pi 0,96 \cdot 10^5 + \frac{1}{2} \text{sen } 2\pi 1,04 \cdot 10^5 t \quad (10)$$

La Fig. 4, muestra la representación en tiempo y frecuencia la señal DSB, utilizando la representación gráfica del simulador.

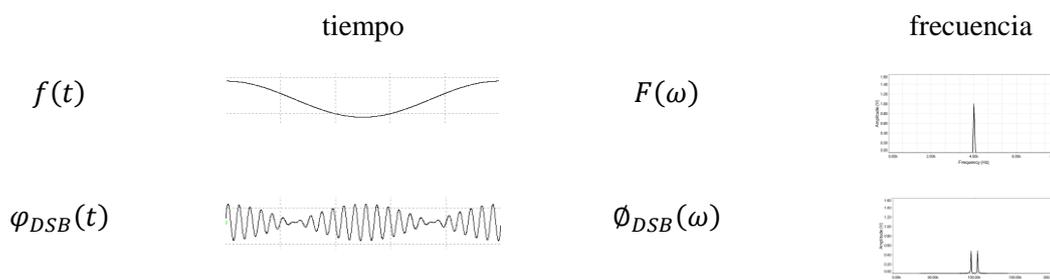


Fig.4. Representación en tiempo y frecuencia de la señal DSB

2.4 Señal modulada en ASK/DSB

La señal a transmitir es la resultante de la suma de las funciones $\varphi_{ASK/DSB}(t) = \varphi_{ASK}(t) + \varphi_{DSB}(t)$

$$\varphi_{ASK/DSB}(t) = p_{T_r}(t) \cdot \cos \omega_c t + f(t) \cdot \text{sen } \omega_c t \quad (11)$$

La composición espectral es la suma de ambas señales [7] y encontraremos una función *de ASK* con dos bandas laterales adicionales que corresponden a DSB. Sin embargo, están ortogonalizadas por las portadoras en cuadratura. La Fig 5, muestra en tiempo y frecuencia la señal ASK/DSB. Donde el ancho de banda de la señal ASK que es dos veces el ancho de banda base, que para este caso es de 20 KHz incluye a la señal de producto. [6]

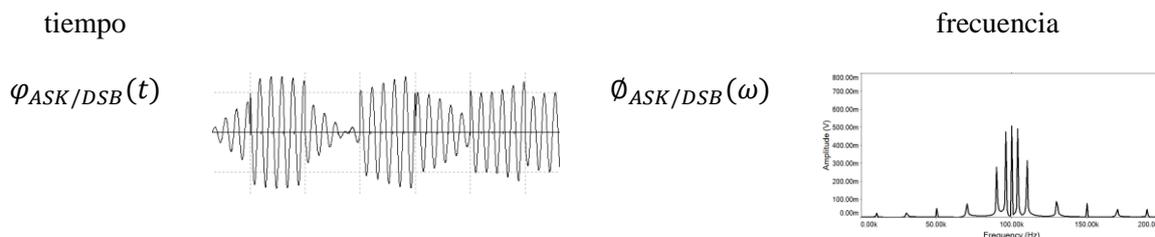


Fig. 5. Función ASK/DSB en tiempo y frecuencia

2.5 Detección coherente de ASK

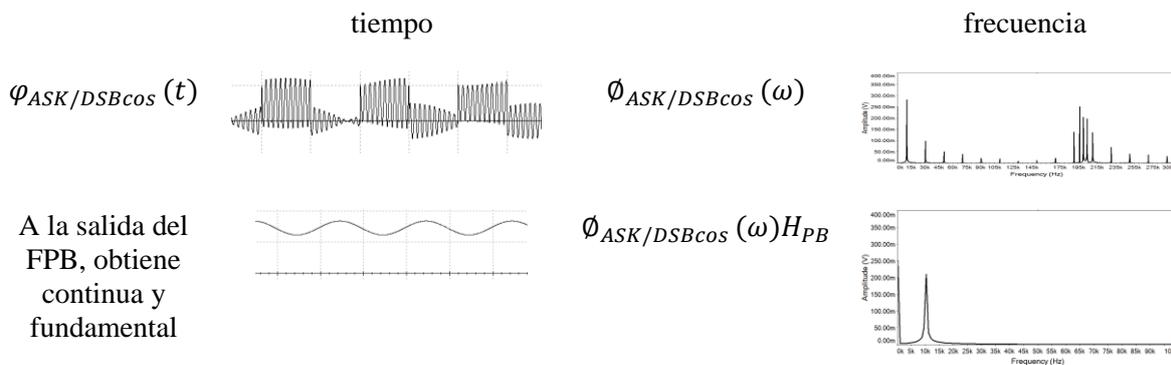
Atento a que las portadoras son ortogonales entre sí, la función ASK/DSB se la multiplica por seno y coseno y a la salida se obtendrá la banda base y la misma ASK/DSB en segunda armónica un filtro pasa bajo recuperará la función analógica de 4 KHz por un camino y por el otro a la salida del filtro el regenerador devuelve la señal binaria a partir de la fundamental de 10 KHz. Denominamos $\varphi_{ASK/DSBcos}$ a la salida en correlato con coseno y $\varphi_{ASK/DSBsen}$ a la salida en correlato con seno. [8]

$$\varphi_{ASK/DSBcos}(t) = \varphi_{ASK/DSB}(t) \cdot \cos \omega_c t \quad (12)$$

Que de hecho cuando se convoluciona esta señal por el filtro pasa bajo y por el regenerador (comparador A/D) se convierte la fundamental de 10 KHz en una onda binaria

$$p_{T_r}(t) = \varphi_{ASK/DSBcos}(t) * h_{PB}(t) \cdot R_{A/D}(\omega) \quad (13)$$

La Fig. 6, muestra el proceso de recuperación de la banda base digital, en tiempo y frecuencia



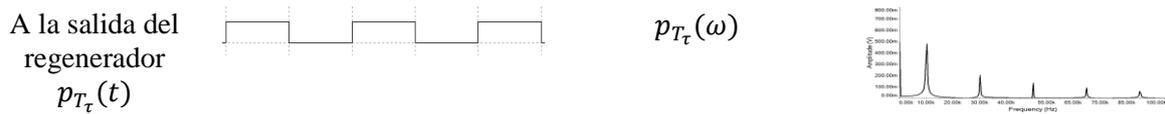


Fig. 6. Proceso de recuperación de la banda base digital en tiempo y frecuencia

2.6 Detección coherente de DSB

La banda base analógica de 4 KHz se obtiene, de multiplicar la señal ASK/DSB, por la portadora senoidal. Esta correlación hace aparecer la banda base de 4 KHz y la misma ASK/DSB en segunda armónica el filtro pasa bajo nos devuelve la señal inicial de 4 KHz. [9]

$$\varphi_{ASK/DSBsen}(t) = \varphi_{ASK/DSB}(t) \cdot \text{sen } \omega_c t \quad (14)$$

$$f(t) = \varphi_{ASK/DSB}(t) \cdot \text{sen } \omega_c t * h_{PB}(t) \quad (15)$$

La Fig. 7 es la representación en tiempo y frecuencia del proceso.

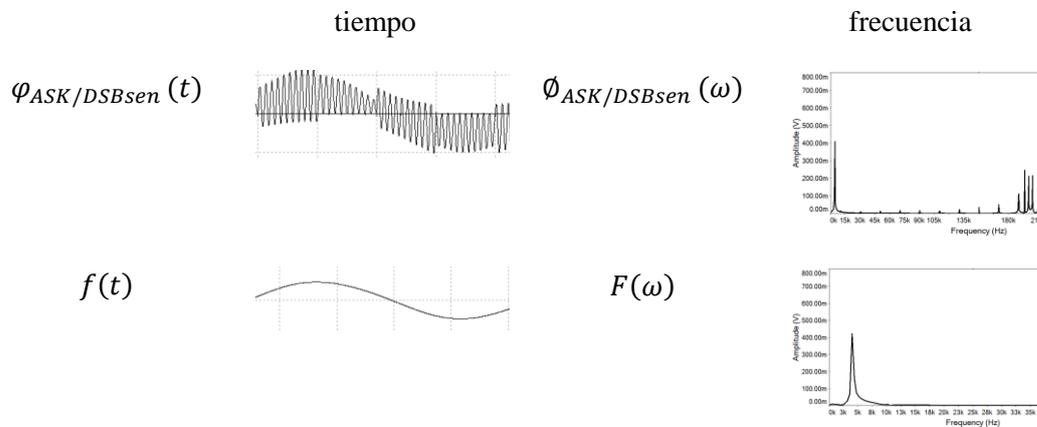


Fig. 7. Detección coherente para obtener la banda base de 4 KHz en tiempo y frecuencia

2.7 Representaciones con el osciloscopio Tektronix, del entorno MS v 14



Fig. 7. Procesos Modem ASK y DSB



Fig. 8. Señal ASK, DSB ASK/DSB temporales y ASK/DSB en frecuencia