

## OPTIMIZACIÓN DE LA RECOLECCIÓN DE LECHE DE DIFERENTES CALIDADES.

### OPTIMIZATION OF THE COLLECTION OF MILK OF DIFFERENT QUALITIES.

---

**Martín LEGUIZAMON**

UTN - Facultad Regional Santa Fe

[martinlegui\\_10@hotmail.com](mailto:martinlegui_10@hotmail.com)

**Nabila ABZUG**

UTN - Facultad Regional Rafaela

[nabila\\_abzug@hotmail.com](mailto:nabila_abzug@hotmail.com)

---

#### Resumen

Identificar la ruta óptima para la recolección de leche en granjas lecheras remotas en áreas rurales es un problema de interés en la industria láctea. En este contexto, minimizar el mezclado de diferentes calidades y el tiempo de recorrido son medidas viables si el objetivo de las industrias es obtener leche de mejor calidad. Para solucionar este problema, en este trabajo se propone un modelo de optimización basado en la problemática de múltiples viajeros, contemplando equilibrar la ruta de transporte teniendo en cuenta su velocidad y el estado de los caminos rurales, buscando como objetivo minimizar la mezcla de leches de diferentes calidades.

**Palabras Claves:** Problema de múltiples viajantes; Industria Láctea; Optimización; calidad.

#### Abstract

Identifying the optimal route for milk collection on remote dairy farms in rural areas is a problem of concern in the milk industry. In this context, minimizing the mixing of different qualities and the routing time are important measures when the objective of the industries is to obtain better quality milk. To solve this problem, in this work, an optimization model based on the multiple travelling problem is proposed, contemplating balancing the transport route taking into account its speed and the state of rural roads, seeking as an objective to minimize the mixture of milk from different qualities.

**Keyword:** Multiple travelling problem; Milk industry; Optimization; Quality

---

#### 1. Introducción

Los tambos están dispersos en áreas rurales, distanciados de las plantas industriales (Paredes-Belmar et al., 2017). Por ello, la recolección de la leche impacta significativamente en el costo de la principal materia prima de las industrias lácteas (Lahrichi et al., 2015). Identificar el recorrido que minimiza el costo de recolección es un problema de ruteo de vehículos, VRP (Vehicle Routing Problem) y una variante del problema del viajante de comercio, TSP (Traveling

Salesman Problem) (Amiama et al., 2012). El problema se complejiza cuando se adiciona la necesidad de gestionar leches de diferentes calidades (Paredes-Belmar et al., 2016).

La resolución de este tipo de problemas ha sido abordada mediante enfoques heurísticos y de optimización clásica (Butler et al., 1997; Ostermeier et al., 2021). En el dominio de la recolección de leche, los métodos de optimización fueron pioneros (Butler et al., 1997).

En este trabajo se presenta un modelo de optimización basado en el problema de múltiples viajantes, mTSP (multiple Traveling Salesman Problem). En el modelado se tiene en cuenta la distancia entre los tambos a visitar, la velocidad de los transportes, el estado de los caminos, la cantidad de leche a recolectar y su calidad.

El trabajo se organiza del siguiente modo: en la Sección 2 se describe el problema, en la Sección 3 el modelo, en la Sección 4 se presenta un caso de estudio, en la Sección 5 los resultados y en la Sección 6 se plasman las conclusiones y el trabajo a futuro.

## 2. Descripción del problema

En la recolección de leche intervienen:  $m$  camiones con  $t$  tanques de diferentes capacidades, que inician su recorrido desde un estacionamiento, desplazándose a una cierta velocidad; los tambos, accedidos a través de caminos rurales de estado variable, que producen leche cuya calidad puede ser A, B o C, siendo A la mejor; y la industria láctea a la cual arriban los camiones. El objetivo es obtener la mayor cantidad de leche de calidad A mezclada lo menos posible con calidades inferiores, en el menor tiempo (menor recorrido) posible.

## 3. Modelo de optimización propuesto

### **Función Objetivo**

$$\min \sum_{k=1}^m \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n d_{ij} * y_{kij} * \left(\frac{\varphi_{ij}}{v_k}\right) + \sum_{k=0}^m \sum_{t=0}^T [\omega_{ac} * Pac_{tk} + \omega_{ab} * Pab_{tk} + \omega_{bc} * Pbc_{tk}] \quad (1)$$

La función objetivo minimiza el tiempo de recorrido y la mezcla de leche de diferentes calidades.  $d_{ij}$  es la distancia entre los nodos  $i, j$  de la red de recolección de leche, integrada por el estacionamiento de camiones, los tambos y la industria.  $y_{kij}$  es una variable binaria que toma valor 1 si el camión  $k$  recorre el camino  $i, j$ .  $\varphi_{ij}$  es el factor que califica el camino  $i, j$ .  $v_k$  es la velocidad media del camión  $k$ .  $\omega$  son ponderaciones para penalizar la mezcla de leche.  $Pac_{tk}, Pab_{tk}, Pbc_{tk}$  son variables binarias que toman valor 1 si se mezclan las distintas calidades que completan su denominación en el tanque  $t$  del transporte  $k$ .

### **Restricciones de recorrido**

$$\sum_{j>1}^n \sum_{k=1}^m y_{kij} = 1; \quad \forall j \neq N \quad (2)$$

$$\sum_{i>1}^n \sum_{k=1}^m y_{kij} = 1; \quad \forall i \neq N \quad (3)$$

$$\sum_{j=1}^n y_{k1j} = 1 \quad \forall k \quad (4)$$

$$\sum_{i=1}^n y_{ki1} = 1 \quad \forall k \quad (5)$$

La Ec. 2 indica que solo se llega a cada tambo por un camino. La Ec. 3 limita de igual manera la salida desde cada tambo. Quedan exceptuados los nodos primero (estacionamiento) y último (industria). La Ec. 4 restringe la salida de cada camión desde el primer tambo a un camino y la Ec. 5 tiene el mismo efecto para la llegada al mismo punto.

#### Restricción de balanceo de recorrido

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n y_{kij} \geq V + 2 \quad \forall k \quad (6)$$

La Ec. 6 impone un mínimo de  $V$  tambos a recorrer por cada camión.

#### Restricción de recolección

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n y_{kij} * P_j \leq C_k \quad \forall k \quad (7)$$

La Ec. 7 indica que cada camión carga toda la producción  $P_j$  de cada tambo  $j$  que recorre e impide que se supere la capacidad  $C_k$  del camión  $k$ .

#### Restricciones de continuidad

$$\sum_{j=1}^n y_{kij} - y_{kji} = 0 \quad \forall i, k ; i \neq j \quad (8)$$

$$y_{kii} = 0 \quad \forall i, k \quad (9)$$

La Ec. 8 especifica que el camión que ingresa al tambo  $j$  debe salir del mismo y la Ec. 9 define que un camión no puede llegar al mismo tambo desde el que sale.

#### Restricción de eliminación de sub-ciclos

$$U_i - U_j + (N - K) * y_{kij} \leq (N - K - 1) \quad \forall k, i, j ; i \neq j ; j \geq 2 \quad (10)$$

La Ec. 10 garantiza que el recorrido de cada camión incluya los nodos inicial y final.

#### Restricciones de mezcla en tanque

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n y_{kij} * P_j * \frac{[Q_j - C_{TEB}] * [Q_j - C_{TEC}]}{[C_{TEA} - C_{TEB}] * [C_{TEA} - C_{TEC}]} = VA_k \quad \forall k \quad (11)$$

$$\sum_{t=1}^T OA_{tk} * CT_{tk} = VA_k \quad \forall k \quad (12)$$

$$OA_{tk} + OB_{tk} + OC_{tk} \leq 1 \quad \forall t, k \quad (13)$$

$$OA_{tk} \leq AA_{tk} \quad \forall t, k \quad (14)$$

La Ec. 11 define el volumen de leche  $VA_k$  de calidad  $A$  que se carga en el camión  $k$ . El parámetro  $Q_j$  especifica la correspondiente al tambo  $j$  y  $C_{TEA}$ ,  $C_{TEB}$  y  $C_{TEC}$  el tipo de leche que completa su denominación. La Ec. 12 fuerza que la leche  $VA_k$  asignada al camión  $k$  se cargue en el tanque correspondiente a la calidad  $A$ .  $CT_{tk}$  es la capacidad del tanque  $t$  y  $OA_{tk}$  es la fracción que ocupa la calidad  $A$ . La Ec.13 indica que la suma de las fracciones de diferentes calidades no puede superar 1. La Ec. 14 activa la variable  $AA_{tk}$  que indica la existencia de leche de calidad  $A$  en el tanque  $t$ . Ecuaciones similares se definen para las calidades  $B$  y  $C$ .

$$AA_{tk} + AB_{tk} - 1 \leq Pab_{tk} \quad \forall t, k \quad (15)$$

$$AA_{tk} + AC_{tk} - 1 \leq Pac_{tk} \quad \forall t, k \quad (16)$$

$$AC_{tk} + AB_{tk} - 1 \leq Pbc_{tk} \quad \forall t, k \quad (17)$$

Las Ecs. 15, 16 y 17 activan penalizaciones en caso de existir dos calidades distintas en el tanque.  $AA_{tk}$ ,  $AB_{tk}$  y  $AC_{tk}$  son variables binarias que indican la presencia de leche de la calidad definida por la segunda letra de su denominación.  $Pac_{tk}$ ,  $Pab_{tk}$  y  $Pbc_{tk}$  indican mezcla de leche de las calidades definidas por la segunda y tercera letra de su denominación.

#### 4. Caso de estudio

El caso de estudio consta de 8 tambos, definiendo una red de recolección de 10 nodos ( $N = 10$ ) incluyendo el estacionamiento de los camiones y la industria. Se dispone de 2 camiones ( $m = 2$ ) que deben recorrer 4 tambos ( $V = 4$ ) cada uno. El modelo se implementó con el software de optimización LINGO, y la interfaz de ingreso de datos y de salida de resultados se implementó utilizando la planilla Excel de Microsoft. Por razones de espacio no se incluyen las matrices de distancia entre nodos y de calificación de los caminos.

La Tabla 1 muestra la cantidad en metros cúbico y la calidad (A, B o C) de la leche producida por los tambos. A cada calidad se le asigna una ponderación numérica.

	Salida C	Tambo 1	Tambo 2	Tambo 3	Tambo 4	Tambo 5	Tambo 6	Tambo 7	Tambo 8	Industria
Producción (m <sup>3</sup> )	0	25	15	12	7	25	52	36	18	0
Calidad (denominación)	A	A	B	A	A	C	A	B	A	
Calidad (factor)	3	3	3	2	3	3	1	3	2	3

Tabla 1: Matriz de información de tambos

La Tabla 2 muestra la velocidad media, la cantidad de tanques y sus capacidades, y la capacidad total de cada camión.

	Transporte 1	Transporte 2
Velocidad (km/h)	2	3
T1 (m <sup>3</sup> )	25	15
T2 (m <sup>3</sup> )	20	25
T3 (m <sup>3</sup> )	40	25
T4 (m <sup>3</sup> )	50	0
Capacidad (m <sup>3</sup> )	135	65

Tabla 2: Matriz de información de transportes

Las ponderaciones para penalizar la mezcla de leche son:  $\omega_{ac} = 3, \omega_{ab} = 2, \omega_{bc} = 1$

#### 5. Resultados

Los recorridos obtenidos se detallan en la Figura 1.

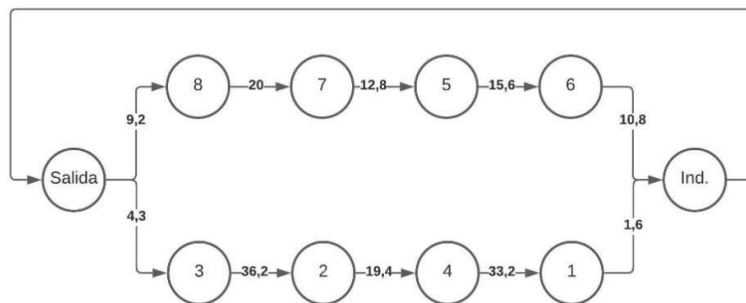


Figura 1: Recorrido de los transportes

En la Tabla 3 se observará la carga de los tanques según la calidad de leche.

	Transporte 1			Transporte 2		
	Calidad A	Calidad B	Calidad C	Calidad A	Calidad B	Calidad C
T1 (m <sup>3</sup> )	21,00	0,00	0,00	0,00	12,00	0,00
T2 (m <sup>3</sup> )	0,00	18,00	2,00	22,00	0,00	0,00
T3 (m <sup>3</sup> )	40,00	0,00	0,00	25,00	0,00	0,00
T4 (m <sup>3</sup> )	0,00	0,00	50,00	0,00	0,00	0,00

Tabla 3: Llenado de tanques

### 5.1. Análisis de resultados

Se observa que el recorrido de los camiones 1 y 2 es 68 y 95 kilómetros respectivamente. Esta diferencia se compensa con las velocidades, obteniéndose tiempos de recorrido parejos. Es llamativo que los dos tambos más cercanos a la industria (1 y 6) son los elegidos para finalizar los recorridos. También se observa que el recorrido del camión 2 es determinado por la calidad de los caminos mientras que el del camión 1 es determinado por las distancias entre tambos.

### 6. Conclusiones y trabajo futuro

El aspecto innovador del modelo propuesto relacionado con el dominio de la industria láctea radica en el balanceo del recorrido de los camiones considerando la velocidad de desplazamiento y el estado de los caminos, con el objetivo de minimizar el mezclado de leche de diferentes calidades. El modelo funciona correctamente y los resultados obtenidos son de utilidad para los transportistas y la industria. A futuro se evaluarán redes conformadas por mayor cantidad de tambos y transportes, a efectos de estudiar el impacto en el tiempo de cálculo. También se planea analizar el problema de la logística de recolección de leche con los principios de los sistemas físico-cibernéticos que dan fundamento a la industria 4.0.

### Reconocimientos

Los autores agradecen a los directores y a la UTN Facultad Regional Rafaela y UTN Facultad Regional Santa Fe por su constante apoyo y seguimiento para que este trabajo fuese posible. Este trabajo ha sido realizado bajo la dirección del Dr. Pedro L Querini, en el marco del proyecto "Proceso de digitalización de la cadena de suministro láctea basado en fundamentos de la industria 4.0" dirigido por el Mg. José Luis Torres y la Dra. Erica Fernández. (2021-2023)

### Referencias

- Butler, M., Williams, H. P. y Yarrow, L.-A. (1997). "The Two-Period Travelling Salesman Problem Applied to Milk Collection in Ireland". *Computational Optimization and Applications*, 7(3), 291–306.
- Carlos Amiama, Jacobo Salgado y José Manuel Pereira. (2012). "6 GESTIÓN DE RUTAS EN LA RECOGIDA DE LECHE. ESTUDIO DE CASOS". XVI Congreso Internacional de Ingeniería de Proyectos, Valencia, España, 11 al 13 de julio.
- Lahrichi, N., Gabriel Crainic, T., Gendreau, M., Rei, W. y Rousseau, L.-M. (2015). "Strategic analysis of the dairy transportation problem". *Journal of the Operational Research Society*, 66(1), 44–56.
- Ostermeier, M., Henke, T., Hübner, A. y Wäscher, G. (2021). "Multi-compartment vehicle routing problems: State-of-the-art, modeling framework and future directions". *European Journal of Operational Research*, 292(3), 799–817.
- Paredes-Belmar, G., Lüer-Villagra, A., Marianov, V., Cortés, C. E. y Bronfman, A. (2017). "The milk collection problem with blending and collection points". *Computers and Electronics in Agriculture*, 134(1), 109–123.
- Paredes-Belmar, G., Marianov, V., Bronfman, A., Obreque, C. y Lüer-Villagra, A. (2016). "A milk collection problem with blending". *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 94(6), 26–43.