



# JEN

## JORNADAS DE ENSEÑANZA DE LA INGENIERÍA

IX Jornadas de Enseñanza de la Ingeniería  
Facultad Regional Paraná  
7 y viernes 8 de septiembre del 2023



Facultad Regional Paraná -UTN

IX Jornadas de Enseñanza de la Ingeniería / Compilación de Ernesto Klimovsky ;  
Coordinación general de Claudio Dominighini ; Editado por Ernesto Acrich ... [et al.].  
- 1a ed - Ciudad Autónoma de Buenos Aires : Universidad Tecnológica Nacional, 2024.  
Libro digital, PDF

Archivo Digital: descarga y online  
ISBN 978-950-42-0237-0

1. Instituto de Enseñanza Superior. 2. Ingeniería. I. Klimovsky, Ernesto, comp. II.  
Dominighini, Claudio, coord. III. Acrich, Ernesto, ed. IV. Título.  
CDD 620.007

ISBN 978-950-42-0237-0



Esta obra está bajo una licencia de Creative Commons Reconocimiento-NonComercial 4.0 Internacional.

# Los inicios en la comunicación en matemática de alumnos de Álgebra y Geometría Analítica

## The beginnings in the communication in mathematics of students of Algebra and Analytical Geometry

### **Marta Graciela Caligaris**

Grupo Ingeniería & Educación - Facultad Regional San Nicolás - Universidad Tecnológica Nacional - Argentina  
[mcaligaris@frsn.utn.edu.ar](mailto:mcaligaris@frsn.utn.edu.ar)

### **María Rosa Romiti**

Grupo Ingeniería & Educación - Facultad Regional San Nicolás - Universidad Tecnológica Nacional-Argentina  
[mromiti@frsn.utn.edu.ar](mailto:mromiti@frsn.utn.edu.ar)

### **Hernan Alfredo Martínez**

Facultad Regional San Nicolás - Universidad Tecnológica Nacional - Argentina  
[hmartinez@frsn.utn.edu.ar](mailto:hmartinez@frsn.utn.edu.ar)

### **Resumen**

El Consejo Federal de Decanos de Ingeniería de la República Argentina ha detallado las competencias que deberá desarrollar el ingeniero argentino durante su formación. En la cátedra de Álgebra y Geometría Analítica de Ingeniería Industrial de la Facultad Regional San Nicolás, Universidad Tecnológica Nacional, se ha tenido en cuenta particularmente, dentro de las competencias genéricas, la de comunicarse con efectividad. Así, se propuso como uno de sus objetivos indagar si los estudiantes pueden lograr una comunicación eficiente utilizando gráficos, el lenguaje natural o el lenguaje simbólico, al analizar un resultado o un texto matemático.

En este trabajo se muestra cómo los alumnos se comunicaron en forma escrita, durante el primer semestre de 2023. Se presentan las tareas trabajadas, analizando los errores cometidos y se discute un video, como recurso asincrónico, en el que se exponen, además, ejemplos de la forma correcta de llevar a cabo las distintas actividades.

Palabras clave: competencia comunicacional, Álgebra y Geometría Analítica, registros semióticos

### **Abstract**

The Federal Council of Deans of Engineering of the Argentine Republic has detailed the competencies that the Argentine engineer must develop during his training. In the chair of Algebra and Analytical Geometry of Industrial Engineering of the Facultad Regional San Nicolás, Universidad Tecnológica Nacional, particular consideration has been given, within the generic competences, to communicate effectively. Thus, one of its proposed objectives was to investigate whether students can achieve efficient communication using graphics, natural language or symbolic language, when analyzing a result or a mathematical text.

This paper shows how the students communicated in written form, during the first semester of 2023. The worked tasks are presented, analyzing the made mistakes and a video is discussed, as an asynchronous resource, in which examples of the correct way to carry out the different activities are also displayed.

Keywords: communicational competence, Algebra and Analytical Geometry, semiotic registers

## Introducción

El Consejo Federal de Decanos de Ingeniería de la República Argentina (CONFEDI) ha detallado las competencias que deberá desarrollar el ingeniero argentino durante su formación, enfatizando el hecho de que los alumnos no sólo deben saber los contenidos sino también “saber hacer” y “saber ser”. Entre estas competencias se encuentra la competencia para comunicarse con efectividad, que requiere la articulación de distintas capacidades: los alumnos deben ser capaces, entre otras cosas, de utilizar y articular de manera eficaz distintos registros (gráfico, natural y simbólico) para comunicar proposiciones matemáticas o textos técnicos y usar eficazmente las herramientas tecnológicas apropiadas para la comunicación (CONFEDI, 2014).

La competencia matemática se define como la capacidad de utilizar de manera efectiva conocimientos, habilidades y actitudes relacionados con la matemática en diversos contextos (Niss et al., 2011). Entre las diversas competencias propuestas por Niss, se encuentran la de comunicarse en, con y sobre la matemática y la de manipular los símbolos y el formalismo matemático, que incluye la habilidad de entender el lenguaje matemático simbólico y formal y su relación con el lenguaje natural, así como también la traducción entre ambos. (Niss, 2003).

Teniendo en cuenta la formación de la competencia para comunicarse con efectividad, se propuso como uno de los objetivos de la cátedra de Álgebra y Geometría Analítica de Ingeniería Industrial de la Facultad Regional San Nicolás de la Universidad Tecnológica Nacional, indagar si los estudiantes pueden comunicar con efectividad un enunciado, resultado o texto matemático considerando tres registros de representación semiótica cuando el enunciado esta expresado con predominio simbólico, que es el lenguaje propio de la Matemática. Los registros considerados para la confección de las actividades, considerando la teoría de registros de representación semiótica (Duval, 2004), son los mismos que se han definido en trabajos previos, vinculados a Análisis Matemático I (Romiti et al., 2014; Caligaris et al., 2019):

- Registro gráfico: contempla representaciones en un sistema de coordenadas cartesianas ortogonales y bocetos informales que prescindan de un sistema de referencia.
- Registro natural: se lo asocia a la lengua materna, primera lengua que una persona aprende y que se emplea como modo de expresión habitual en los diversos ámbitos de la vida corriente, para realizar descripciones, explicaciones, argumentaciones o deducciones, con el objetivo de comunicarse. Puede emplearse en forma oral o escrita, considerándose esta última en el presente trabajo.
- Registro simbólico: la Matemática se apoya en un lenguaje simbólico formal, a veces denominado algebraico, que sigue una serie de convenciones propias. Los símbolos pueden considerarse objetos con valor propio y representan un concepto, una operación o una entidad matemática, según ciertas reglas.

En este trabajo se muestra cómo los alumnos se comunicaron en forma escrita, durante el primer cuatrimestre de 2023. Se presentan las tareas trabajadas, analizando los errores cometidos y se discute un video, como recurso asincrónico, en el que se comentan los errores más frecuentes y se exponen, además, ejemplos de la forma correcta de llevar a cabo las distintas actividades.

## Desarrollo

A modo de integración de capacidades y actitudes que el estudiante debe desarrollar en el transcurso de su formación, la asignatura Álgebra y Geometría Analítica de la especialidad industrial de la FRSN, tiene como meta principal que el alumno adquiera una sólida formación en el Álgebra y en la Geometría Analítica para resolver problemas relacionados con el diseño, planificación y posterior comunicación de proyectos productivos mediante la utilización de herramientas matemáticas. Por esto se propuso trabajar desde el inicio y durante todo el año con actividades en las que los estudiantes tengan que comunicar un resultado o proposición en distintos registros de representación semiótica, sin dejar de lado los saberes ya que las competencias movilizan, es decir, ponen a disposición, diferentes saberes (Perrenoud, 2008).

Para la experiencia se consideró a aquellos estudiantes que realizaron la totalidad de las instancias de evaluación y completaron el primer cuatrimestre de 2023. Así, se analizó el desempeño de 21 alumnos en una evaluación diagnóstica en la unidad de vectores, previo al primer parcial de la asignatura, una evaluación del tema vectores y por último una evaluación acerca de recta y plano.

Se llevaron a cabo tres instancias evaluativas, con dos consignas por registro, mediante cuestionarios de respuestas abiertas, de tipo autoadministrados, ya que se les proporcionó directamente a los alumnos, quienes los contestaron sin intermediarios (Hernández Sampieri et al., 2003).

Luego de cada evaluación, se realizaron actividades de refuerzo similares a las evaluadas, en los tres registros, natural, gráfico y simbólico, y se analizaron los errores cometidos. Además, se han mostrado a los alumnos videos en los que se explicaba en primer lugar cuál era la respuesta esperada para cada consigna; y en segundo lugar ejemplos particulares para casos en que las respuestas se hubieran considerado insatisfactorias, poco satisfactorias o satisfactorias, haciendo hincapié principalmente en los errores más comunes que se suelen cometer en la resolución de cada consigna. Se puede acceder al video generado luego de la evaluación diagnóstica, a través del enlace <https://youtu.be/muMFqL0ZTs8> o con el código QR que se presenta en la Figura 1.



Figura 1. Código que permite acceder al video de análisis de la evaluación diagnóstica

## Resultados y discusión

A continuación, se presentan en la Figura 2, los enunciados de la evaluación diagnóstica correspondiente al contenido vectores geométricos y en la Figura 3 los enunciados de la evaluación de recta y plano.

- 1) Considerar la expresión:  $\forall \bar{u} \in V_3, \exists (-\bar{u}) \in V_3 \ / \ \bar{u} + (-\bar{u}) = \bar{0}$ . Expresar *con tus palabras*:
  - a) Las características que presenta  $-\bar{u}$  si se lo compara con  $\bar{u}$ , y cómo se lo denomina.
  - b) Qué es lo que enuncia la misma.
- 2) Suponer que se conoce que  $\bar{a} + \bar{b} = \bar{c}$  y  $(\bar{a}; \bar{b}) = 30^\circ$ , con  $\bar{a}, \bar{b} \in V_2$ . Representar *de manera gráfica*:
  - a) Alguna posibilidad para los vectores  $\bar{a}$ ,  $\bar{b}$  y  $\bar{c}$ .
  - b) El vector  $\bar{d} = \frac{1}{2}\bar{a} - 3\bar{b}$ .
- 3) Se tienen los vectores  $\bar{a}, \bar{b} \in V_2$  que cumplen que  $(\bar{a}; \bar{b}) = 90^\circ$ . Expresar *de manera simbólica*:
  - a) El valor de  $|\bar{a} + \bar{b}|$ .
  - b) Al vector  $\bar{x}$  en función (CL) de  $\bar{b}$  si  $(\bar{b}; \bar{x}) = 180^\circ$ .

Figura 2. Enunciados de la evaluación diagnóstica

**1) Leer atentamente las siguientes proposiciones:**

A: Si  $\delta_1) 3x - 4y - 6 = 0$  y  $\delta_2) -6x + 8y + 1 = 0$  entonces  $\delta_1 // \delta_2$

B:  $\pi) \begin{cases} x = 1 + 2\alpha - 3\beta \\ y = 3 + 2\alpha + \beta \\ z = 4 - \alpha \end{cases} \alpha, \beta \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \pi) x + 3y + 8z - 42 = 0$

Se pide, utilizar *lenguaje simbólico* para:

a) En A: Probar la posición entre ellas, y calcular  $d(\delta_1; \delta_2)$ .

b) En B: Realizar los cálculos necesarios para mostrar que la forma general corresponde a la forma paramétrica del mismo plano.

**2) Leer atentamente las siguientes proposiciones:**

A: Si  $\delta_1) 4x - 3y + 5 = 0 \quad t \in \mathbb{R}$ , se busca  $\delta_2 \perp \delta_1$  tal que  $P(2; -1) \in \delta_2$

B: Si  $\delta) \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 3 + 3t \\ z = 2 - t \end{cases} t \in \mathbb{R} \quad \angle \delta \cap \text{plano } xy?$

Se pide, explicar *con tus palabras*:

a) En A: cómo se busca la ecuación de  $\delta_2$  en cualquiera de sus formas.

b) En B: los pasos que se deben seguir para resolver la pregunta planteada.

**3) Sean las rectas:**

Del espacio:  $\delta) \begin{cases} 4x + 2z - 8 = 0 \\ x = 0 \end{cases}$

Del plano:  $\delta_1) y = \frac{2}{3}x + 4$  y  $\delta_2 // \delta_1$  con  $O(0,0) \in \delta_2$

Se pide, representar *gráficamente*:

a) La recta en el espacio, mostrándola como intersección entre dos planos.

b) Ambas rectas del plano en el mismo sistema de coordenadas cartesianas.

Figura 3. Enunciados de la evaluación acerca de recta y plano

En el análisis de resultados se clasificó el desempeño de los alumnos de la siguiente manera en cada instancia evaluada: satisfactorio (S), cuando realiza la actividad solicitada en forma completa y correcta en su totalidad, parcialmente satisfactorio (PS), cuando realiza la mitad o más de la actividad solicitada en forma correcta e insatisfactorio (I), cuando resuelve en forma incorrecta la totalidad o la mayoría de la actividad, o entrega en blanco.

Se muestra en la Tabla 1 el criterio con que se evaluó el grado de desempeño en la comunicación del contenido utilizando el registro gráfico.

Satisfactorio	Parcialmente satisfactorio	Insatisfactorio
Representa gráficamente en forma correcta ambas consignas.	Representa gráficamente en forma correcta alguna de las dos consignas y la otra con errores no muy graves.	Representa incorrectamente ambas consignas o no responde.

Tabla 1. Criterio de evaluación del desempeño en la comunicación en el registro gráfico

En la Tabla 2 se presenta el criterio con que se evaluó la comunicación utilizando el registro natural y en la Tabla 3, el simbólico.

Satisfactorio	Parcialmente satisfactorio	Insatisfactorio
Redacta en palabras correctamente ambas consignas.	Redacta ambas consignas con predominio del lenguaje natural pero utiliza algunos términos inadecuados.	Redacta expresiones sin un sentido matemático preciso, lo vuelve a expresar con predominio simbólico o no responde.

Tabla 2. Criterio de evaluación del desempeño en la comunicación en el registro natural

Satisfactorio	Parcialmente satisfactorio	Insatisfactorio
Escribe correctamente en símbolos ambas consignas.	Redacta correctamente en símbolos alguna de las consignas, pero no en forma genérica o no utiliza símbolos que nombró previamente	Escribe expresiones sin un sentido matemático preciso, utiliza símbolos desconocidos o no responde.

Tabla 3. Criterio de evaluación del desempeño en la comunicación en el registro simbólico

A continuación, se presentan algunos ejemplos de las producciones de los estudiantes. En la Figura 4 se muestra el gráfico de un alumno que inicialmente toma dos vectores y que al sumarlos no respeta ni su módulo ni su dirección. Es un ejemplo de comunicación insatisfactoria en el registro gráfico. En la Figura 5 se presenta un resultado satisfactorio en este registro.

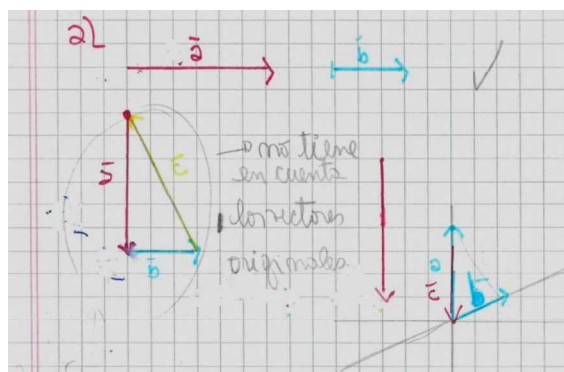


Figura 4. Ejemplo de comunicación insatisfactoria en el registro gráfico

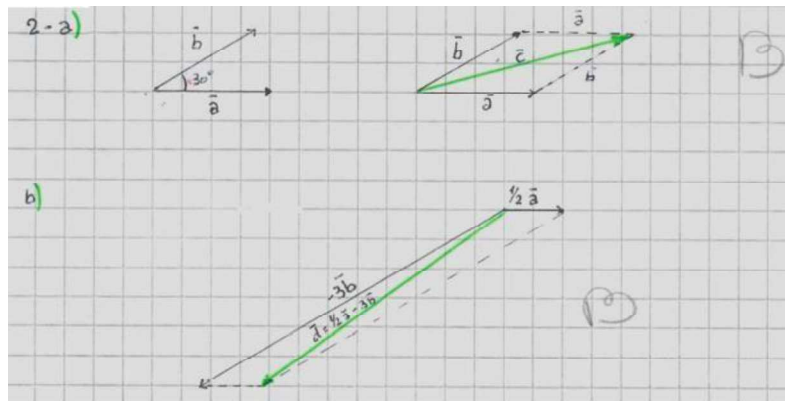


Figura 5. Ejemplo de comunicación satisfactoria en el registro gráfico

En la Figura 6 se muestra un resultado parcialmente satisfactorio de un alumno comunicando en registro natural, explicando cuándo el producto vectorial se anula. En la Figura 7 se presenta un resultado satisfactorio en este registro.

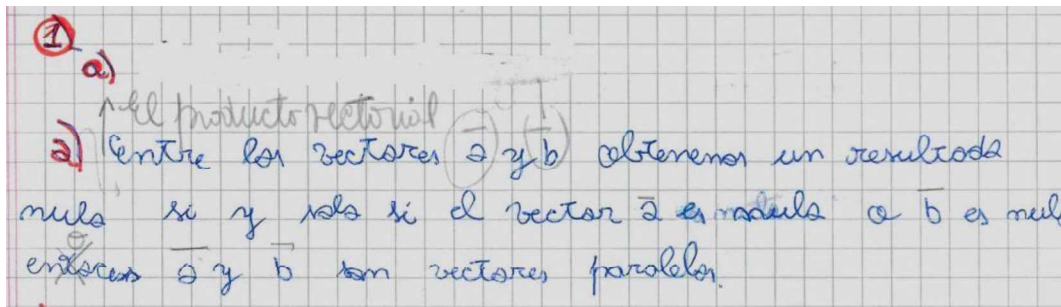


Figura 6. Ejemplo de comunicación parcialmente satisfactoria en el registro natural

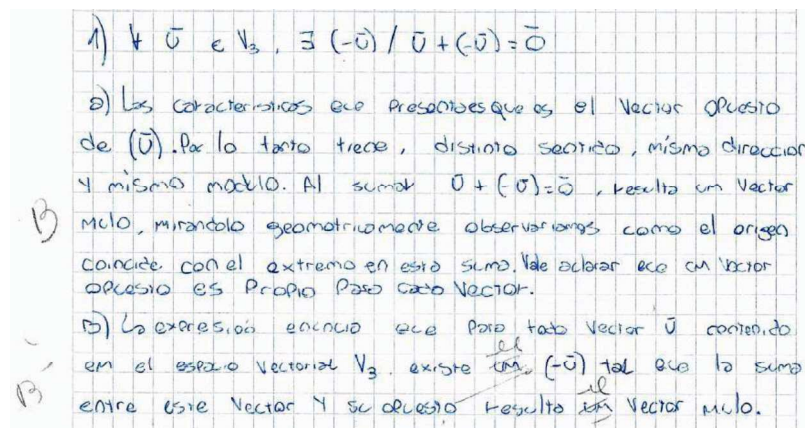


Figura 7. Ejemplo de comunicación satisfactoria en el registro natural

En la Figura 8 se muestra un resultado insatisfactorio en la comunicación simbólica. El alumno se expresa sin sentido matemático igualando el módulo de un vector a la suma de pares ordenados.

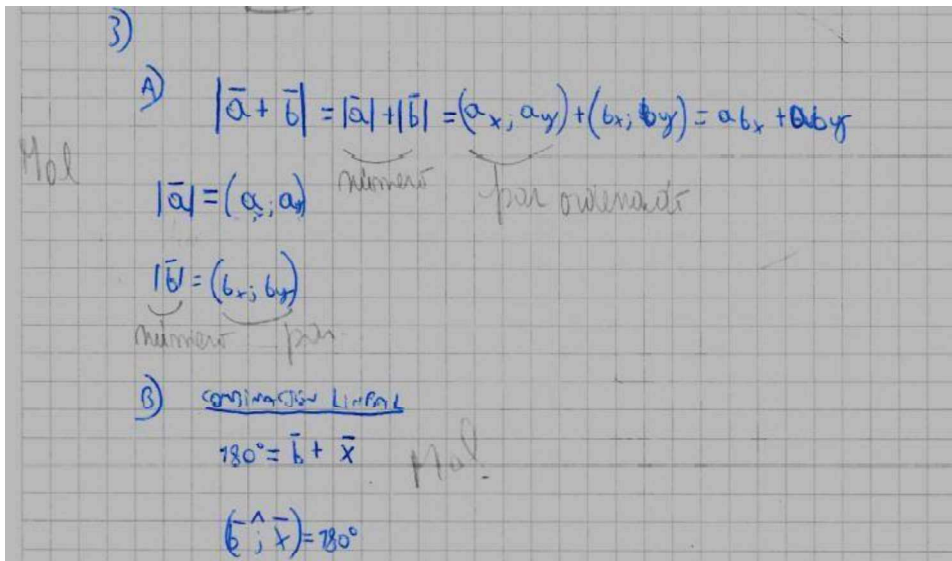


Figura 8. Ejemplo de comunicación insatisfactoria en el registro simbólico

Teniendo en cuenta el objetivo de la investigación: indagar si los estudiantes pueden comunicar con efectividad un enunciado, resultado o texto matemático, se muestra en la Figura 9 el análisis comparativo de los resultados obtenidos en las tres evaluaciones y en cada uno de los registros. En la figura, el color rojo indica que los resultados fueron insatisfactorios, el color amarillo simboliza que los resultados fueron parcialmente satisfactorios y el color verde indica que los resultados fueron satisfactorios. Para cada registro se muestran los resultados de la evaluación diagnóstica, la evaluación sobre vectores y la evaluación acerca de recta y plano, respectivamente.

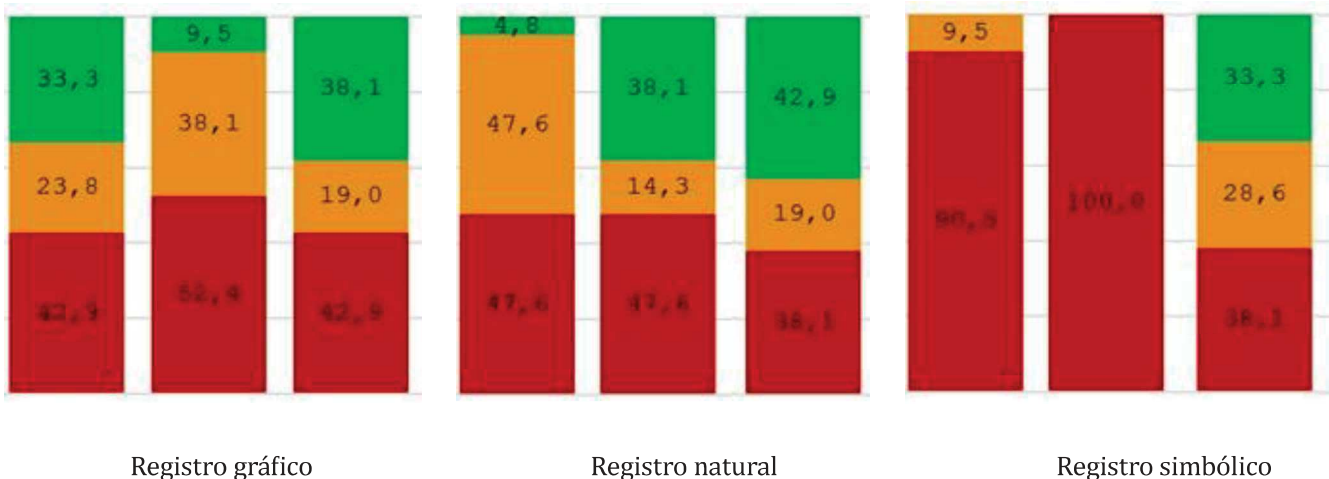


Figura 9. Distribución de los alumnos según su desempeño en la comunicación en los distintos registros

En el diagnóstico se puede ver que comunicando en el registro simbólico fue en donde se obtuvo el peor resultado, casi la totalidad de los estudiantes realizó mal la actividad (90,5%), aunque en los otros registros los resultados también fueron desalentadores, rondando el 50 % de desaprobados. Esto reflejó un claro panorama del gran trabajo que se tendría por delante para intentar revertir la situación. Se trabajó intensamente con las mismas actividades evaluadas mostrando los errores cometidos y discutiendo cómo era la forma correcta de resolverlas. Se solicitó que volvieran a entregarlas para corregirlas y además se brindaron otras similares pero muy pocos alumnos las entregaron.

En la siguiente instancia de evaluación los resultados no variaron demasiado por lo que se decidió insistir en la forma de trabajar, pero en esta oportunidad se realizó además un video donde se mostraron nuevamente los errores y cómo se resuelven las actividades correctamente. Se Pudo observar que algunos alumnos asistían a clase con capturas del video y anotaciones en los márgenes tomados del mismo y de las explicaciones diarias (Figura 10).

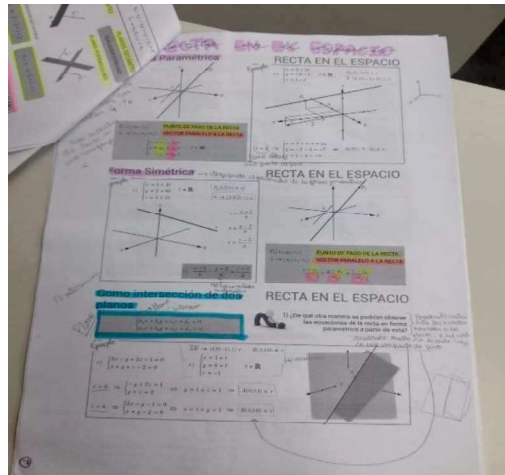


Figura 10. Capturas de video por parte de alumnos y sus anotaciones

En la evaluación de los temas “recta y plano” se empezaron a observar mejores resultados. La comunicación en el registro simbólico que casi la totalidad había desaprobado, ahora lo aprobó la mayoría. La comunicación en el registro natural también tuvo una leve mejoría.

En cambio, comunicando en el registro gráfico da el mismo porcentaje en el diagnóstico que en la última evaluación. Si bien la mayoría (57,1%) aprobó esta instancia, es muy alto el porcentaje de desaprobados (42,9%). Esto claramente relacionado con gráficos en el espacio, que les trae mayores dificultades.

## Conclusiones

Los autores de este trabajo creen que trabajando de la manera descrita, y paulatinamente, se fortalecerá la comunicación de proposiciones y textos técnicos. Está previsto seguir trabajando de manera similar durante el segundo cuatrimestre, pero incorporando proposiciones matemáticas relacionadas con la ingeniería, es decir que puedan movilizar saberes de forma adecuada y en el momento oportuno y en una situación similar a una de trabajo.

Se ha observado que la comunicación en un determinado registro también depende del saber que se está evaluando. No tiene la misma dificultad representar gráficamente una recta en el espacio que un plano o superficie. Con esto se quiere decir que hay que trabajar con la misma intensidad en todos los registros a lo largo del año. Los buenos desempeños obtenidos en la comunicación en un determinado registro pueden no sostenerse al cambiar de contenido.

## Referencias

Caligaris, M.G., Schivo, M.E. y Romiti, M.R. (2019). "Communication competence in Mathematics: Analysis of the evolution of Calculus student skills throughout their freshmen year". *International Journal of Learning, Teaching and Educational Research*, 18 [4], 49-62.

CONFEDI. (2014). *Competencias en Ingeniería*. Mar del Plata: Universidad FASTA Ediciones.

Duval, R. (2004). *Semiosis y pensamiento humano. Registros semióticos y aprendizajes intelectuales*. Cali: Universidad del Valle.

Hernández Sampieri, R.; Fernández Collado, C. y Baptista Lucio, P. (2003). *Metodología de la investigación*. México DF: McGraw Hill.

Niss, M. (2003). "Mathematical competencies and the learning of mathematics: The Danish KOM project", *Proceedings of the Third Mediterranean Conference on Mathematics Education*, Atenas, Grecia, 3 al 5 de enero, 115-124.

Niss, M. & Hojgaard, T. (2011). *Competencies and Mathematical Learning. Ideas and Inspiration for the development of mathematics teaching and learning in Denmark*, English Edition, Roskilde University, Roskilde. 6-7.

Perrenoud P. (2008). "Construir las competencias, ¿es darle la espalda a los saberes?", *Red U. Revista de Docencia Universitaria*, 1-8.

Romiti, M.R., Sgreccia, N. y Caligaris, M.G. (2014) "Preferencia de registros de representación en el concepto de límite de funciones de alumnos de primer año de Ingeniería". *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 27, 1107-1115.