

# Experiencias de modelado matemático para enseñar Ciencias Básicas en la Universidad

## Mathematical modeling experiences to teach Basic Sciences at the University

Presentación: 7/09/2022

### Viviana Cappello

Universidad Tecnológica Nacional Facultad Regional La Plata - Argentina  
vcappello@gmail.com

### María Cristina Kanobel

Universidad Tecnológica Nacional Facultad Regional Avellaneda - Argentina  
mckanobel@fra.utn.edu.ar

### Resumen

Se presentan algunas de las experiencias desarrolladas en dos materias de Ciencias Básicas de diferentes Facultades Regionales cuyo factor común es el uso de modelos como metodología de enseñanza centrada en el aprendizaje del estudiantado. Se fundamenta conceptualmente en elementos que convergen en un aprendizaje activo, en el trabajo cooperativo y en la modelización matemática. El objetivo del trabajo es evidenciar los distintos tópicos comunes que se consideran a la hora de modelizar y los beneficios que ofrece para abordar la enseñanza más allá de las diferentes asignaturas y de los contextos geográficos distintos. Los resultados de esta experiencia permiten apreciar el potencial para trasladar esta modalidad de aprendizaje a otras situaciones con objetivos diferentes pero con igual necesidad de interacción grupal y contexto distribuido.

**Palabras clave:** modelización, aprendizaje cooperativo, probabilidad y estadística, álgebra y geometría analítica.

### Abstract

This work presents some experiences of Basic Science subjects in different Regional Faculties but with the common factor of modeling as a methodology to enhance teamwork, all mediated by technologies. Elements that converge in student-centered active learning, cooperative work and mathematical modeling are conceptually based.

The objective of the present work is to show the different topics that are considered when modeling in a team and the benefits that it offers, even though they are different subjects and different geographical contexts. The results of this experience allow us to appreciate the potential to transfer this learning modality to other situations with different objectives but with the same need for group interaction and distributed context.

**Keywords:** modeling, cooperative learning, probability and statistics, algebra and analytical geometry

## Introducción

En los últimos años, el uso de modelos y de modelización ha tomado relevancia en diversos contextos de la Ciencia, ya que permiten describir, explicar o predecir situaciones y hechos (Gilbert et al., 2000). Así, es posible aprender o poner a prueba teorías científicas o bien, responder preguntas y entender el mundo.

Si bien el significado de modelo todavía presenta ambigüedades, el concepto más aceptado es el que relaciona el modelo con una representación de un objeto, de un proceso, de una idea, de un sistema o un acontecimiento, que es creada con un determinado objetivo (Accorinti, et al., 2016). Dicha representación puede presentarse tanto como una forma de exhibir aspectos visuales de la entidad que es modelada como también como una representación que traduce de otra manera la naturaleza de dicha entidad (Kanobel et al, CADI 2022, en prensa).

En este trabajo se presentan dos experiencias llevadas a cabo en dos facultades regionales de la Universidad Tecnológica Nacional (La Plata y Avellaneda) en dos asignaturas del área matemática: Álgebra y Geometría Analítica y Probabilidad y Estadística, respectivamente. Dichas intervenciones pedagógicas tienen en común el uso de modelos para abordar la enseñanza desde una metodología centrada en el aprendizaje del estudiantado.

Si bien se trata de asignaturas distintas, con contenidos diferentes y contextos diversos, el objetivo de este estudio es describir cada propuesta y analizar similitudes en la naturaleza del abordaje didáctico.

## Marco teórico

El desarrollo de actividades de modelización en las clases de Matemática es una tendencia que se ha extendido en las últimas décadas por todo el mundo. Muchos investigadores consideran que el alumnado debe tener la oportunidad de vivenciar actividades de modelización como parte de su proceso de aprendizaje de la Matemática. El uso de modelización matemática en la enseñanza permite evidenciar las relaciones entre los diferentes contenidos y que no parezcan “atomizados” como tradicionalmente se presentan a los estudiantes (Pochulu et al ,2013). Particularmente, en carreras de Ingeniería, la enseñanza por modelización entendida fundamentalmente como modelización extra matemática, desempeña un rol central en la construcción de conocimiento matemático del estudiantado (CONFEDI, 2018; Ministerio de Educación, 2021).

Una de las herramientas metodológicas de la neurociencia es la modelización matemática. Se fundamenta en la afirmación de que “aquello que se modela corresponde a una realidad dinámica, en constante modificación, entendida como un complejo de fenómenos naturales, ambientales y/o socioculturales en devenir” (LINCIPH, 2022). En ese sentido, la posibilidad de crear modelos a partir de la realidad (estructuras de ingeniería, sucesos naturales, fenómenos naturales, etc) requiere el uso de herramientas para realizar simulaciones que aportan a la comprensión de los fenómenos.

El campo de desarrollo de modelización matemática centrado en Álgebra y Geometría Analítica, se focaliza en las discusiones sobre la modelización, que puede entenderse como un proceso de construcción de modelos interpretativos que permiten aproximarse a la comprensión de un fenómeno dentro de una realidad. Este proceso constituye una representación del sistema, contemplando sus parámetros complejos y dinámicos. Todo abordaje de la realidad desde la modelización depende del nivel de complejidad del fenómeno y del campo epistemológico y teórico del sujeto que la realiza. Si bien el andamiaje epistemológico es fundamental al momento de construir un modelo de un objeto o situación real, también es necesario detenerse en el contexto geográfico del objeto y la finalidad por la cual se pretende modelizar. (Martinez, 2003).

Por su parte, el uso de modelos para la enseñanza de la Estadística permite que el alumnado pueda construir conocimientos integrados a partir de un conjunto de datos extraídos de la realidad (Kanobel et al., 2022). En el proceso, se favorece la discusión entre pares y el análisis para la toma de decisiones. Este planteo excede las actividades asociadas al simple conocimiento de reglas matemáticas, el desarrollo de fórmulas o del reemplazo de números en una expresión (Sánchez Acevedo et al, 2017). En este sentido, la enseñanza basada en modelos es un puente para lograr dicho objetivo.

Por otro lado, es necesario que desde los primeros años de las carreras de ingeniería se fomente el desarrollo de las competencias de egreso requeridas al estudiantado. Entre ellas, se destacan: identificar, formular y resolver problemas de Ingeniería; utilizar de manera efectiva las técnicas y herramientas de aplicación en la Ingeniería, desempeñarse de manera efectiva en equipos de trabajo; comunicarse con efectividad y aprender en forma continua y autónoma (CONFEDI, 2018)

Teniendo en cuenta lo expuesto, las propuestas de enseñanza basada en modelos pueden contribuir al desarrollo de dichas competencias a partir de actividades centradas en el estudiantado.

## Una experiencia en Álgebra y Geometría Analítica

La experiencia en la Facultad Regional La Plata (FRLP), a través de varios años de labor docente universitaria, y en especial en los cursos de Álgebra y Geometría Analítica, en los cuales se ha tenido problemas de representación gráfica en el espacio, de muchas superficies, especialmente las cuádricas, los estudiantes manifiestan tener grandes dificultades.

En los cursos universitarios existe la tendencia a presentar los objetos matemáticos de una manera abstracta, donde se hace el mayor énfasis a los algoritmos y a trabajar con lenguajes analíticos, prestando menos atención al lenguaje gráfico y numérico. Este hecho puede generar en los estudiantes poco interés al no encontrarle un verdadero sentido al curso.

Durante el contexto de post pandemia, con vista a la bimodalidad y tendiente a algunas actividades híbridas, la metodología desarrollada resultó muy propicia para poder aplicarla, ya que contribuyó a que el estudiante sea el verdadero protagonista de su aprendizaje.

En el primer año, de todas las carreras de Ingeniería en la FRLP, se dicta de manera homóloga la materia “Álgebra y Geometría Analítica”. El proceso estuvo dirigido a un curso de Ingeniería Civil con 70 estudiantes durante el primer cuatrimestre de 2022. La actividad propuesta tuvo como objetivo contribuir con los resultados de aprendizaje establecidos para la unidad temática de superficies cuádricas, y hacer aportes a las competencias específicas, definidas en la planificación. La misma consistió en modelar, corroborar y resolver situaciones problemáticas que involucren superficies cuádricas.

La experiencia se desarrolló a lo largo de dos semanas y comenzó en un encuentro en donde se presentó el tema, el marco teórico y el objetivo de la modelización. En el mismo encuentro se dividió la clase en equipos de 4 a 6 integrantes presentando las siguientes consignas: seleccionar las superficies cuádricas con las cuales se trabajaría para su modelización real, definir las ecuaciones de las superficies cuádricas, para ser modelado con el software GeoGebra, modelizar las superficies cuádricas y compararlas minimizando el error con las ecuaciones definidas en la clase magistral, hacer las impresiones en 3D y compararlas con las construcciones reales elegidas, conceptualizar las diferentes superficies cuádricas mediante fichas didácticas de trabajo en clase, debatir el tema con todos los equipos de trabajo y presentar los modelos tridimensionales creados.

En la primera etapa los estudiantes formaron grupos en un máximo de 5 estudiantes, para definir las superficies cuádricas que usarían para realizar el trabajo. Las superficies sugeridas fueron: cilindros, conos, esfera, elipsoide, paraboloides, hiperboloides de una hoja, hiperboloides de dos hojas, y paraboloides hiperbólicos.

Luego, los grupos de trabajo presentaron una ecuación específica que ajustara a la superficie para realizar la modelización mediante el software GeoGebra, y después buscar físicamente la superficie para compararla. Por último, realizaron la impresión 3D, que quedó como maqueta (Figura 1). Una vez finalizada la actividad, se evaluó el desempeño de cada grupo y de cada integrante. También se hizo una autoevaluación grupal y una individual, bajo el formato de rúbrica.



Figura 1. Superficies reales y modeladas con Geogebra

## Resultados en Álgebra

Para medir la experiencia se diseñaron instancias de evaluaciones. Previo a la implementación de la propuesta, se envió un instrumento con material creado ad hoc y al finalizar la actividad, luego de haber modelado la cuádrica y luego de haber trabajado en equipo, se implementó la segunda instancia de evaluación. En ambos casos se utilizó Socrative, una herramienta digital para diseñar cuestionarios que permiten conocer las respuestas en tiempo real a través de dispositivos móviles y computadoras.

En la primera evaluación, se presentó un cuestionario con 10 preguntas referidas al tema propuesto. En segunda se presentó un cuestionario similar pero de mayor complejidad. Las respuestas obtenidas de los grupos en la segunda instancia fueron las siguientes: un 87% obtuvo un nivel superior o igual a 8 puntos, un 13% obtuvo un nivel inferior o igual a 7; 6 fue el valor más bajo obtenido. En la figura 2 se comparan los resultados antes y después de la experiencia:

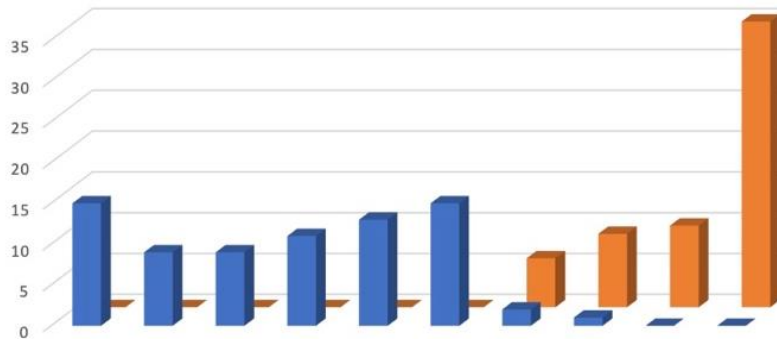


Figura 2. Resultados de la experiencia

## Modelos para aprender Estadística

Desde hace varios años, en la cátedra de Probabilidad y Estadística de la UTN Regional Avellaneda, se vienen implementando diseños didácticos que favorezcan la alfabetización estadística, que promuevan la construcción del pensamiento estadístico y del razonamiento estocástico. Durante los años 2020 y 2021, debido a la situación de emergencia sanitaria mundial, la cursada se presentó en formato virtual mediado por tecnología con instancias sincrónicas y asincrónicas. En dicho contexto se implementó un diseño pedagógico adecuado a la virtualidad y a la llamada Enseñanza Remota de Emergencia (Hodges et al., 2020; Kanobel, 2020; Kanobel et al, 2021).

En los ciclos mencionados, se desarrollaron distintas actividades de evaluación formativa diseñadas para la propuesta didáctica mediada por tecnología. Particularmente, como último requisito para la acreditación de la asignatura se propuso a cada estudiante la resolución de una tarea de integración de contenidos. La tarea académica consistía en el abordaje de un problema asignado al azar que requería el análisis de un conjunto de datos dados en un contexto para luego inferir conclusiones sobre la población de estudio a partir de la muestra dada. Para la resolución era necesario seleccionar los modelos adecuados que permitiera analizar la información y sacar conclusiones. Previamente, en encuentros anteriores el equipo docente había presentado en clase un modelo general para la resolución de una prueba de hipótesis en cinco etapas dejando para el alumnado la investigación sobre los distintos modelos utilizados en distintas situaciones que requieren poner a prueba hipótesis estadísticas. Así, se esperaba que, a partir de una estructura común para pruebas de hipótesis, cada estudiante pudiera desarrollar la capacidad de aplicar un modelo determinado que ajuste para el abordaje de un problema asignado al azar que requería evaluar condiciones y requerimientos que exigen distintos tipos de pruebas. Para ello, se proponía el trabajo autónomo del alumnado a partir del análisis de un problema dado, efectuando los ajustes necesarios para cada parámetro analizado.

La modalidad de entrega de la actividad se debía realizar en formato video con pautas de presentación determinadas en una rúbrica. Luego de una primera devolución realizada por el equipo docente y en caso de una evaluación positiva, cada estudiante accedía a la defensa de su trabajo en un coloquio en pequeños grupos también asignados al azar. En dicho coloquio, cada discente debía explicar brevemente a sus pares el contexto del problema y cuál había sido el modelo utilizado para resolver el problema, justificando sus decisiones. A la vez, el resto debía tomar nota de los datos obtenidos de cada una de las exposiciones de sus pares. A continuación, el equipo docente realizaba preguntas sobre los distintos problemas propuestos al resto del grupo para discutir la validez y las condiciones necesarias para la aplicación de los modelos estadísticos elegidos para abordar las resoluciones de los problemas propuestos. Al final de estas instancias, cada estudiante recibía una devolución y la calificación que le permitía acreditar la asignatura o bien, volver a realizar la presentación oral en otra fecha asignada a partir de la resolución de una nueva situación problemática.

Con esta actividad se esperaba que el alumnado pudiera lograr transferir saberes a nuevos contextos (Kanobel et al, 2022) teniendo en cuenta la estructura del modelo general para las pruebas de hipótesis: i. plantear la hipótesis nula y la alternativa, ii. definir el

nivel de significación del test, ii. establecer el estadístico de prueba, iv. definir la región de rechazo o el p-valor, v. tomar una decisión estadística adaptada al contexto de la situación problemática abordada.

## Resultados en Estadística

Al finalizar el ciclo lectivo se realizó un relevamiento entre el alumnado para conocer su opinión sobre la actividad descripta: un 88% en 2020 y un 92% en 2021 consideró que ese tipo de tareas académicas podría ayudarles a desarrollar algunas habilidades que utilizarán en su futuro profesional. En este sentido, las opiniones vertidas sobre las características de la actividad propuesta fueron muy favorables entre quienes estaban en condiciones de acceder a la actividad: una gran parte del alumnado consideró un desafío realizar un examen en formato vídeo y lo consideraron una experiencia novedosa en el contexto de su trayectoria académica (92% en 2020 y 89% en 2021).

Sobre el nivel de dificultad de la tarea, en 2021 solo un 16% afirmó haber tenido dificultades mientras que en 2020 dicho porcentaje fue menor (11%). Además, respecto al formato de presentación de entrega de la actividad, un 20,8% (2020) y un 17% (2021) afirmó que fue muy demandante la realización del video.

Al dar una opinión sobre la instancia de coloquio, en 2020 solamente un 11% de quienes accedieron a ella y el 8% en 2021 afirmó que le resultó difícil afrontar dicha instancia.

Para fundamentar el sentido de las opiniones dadas, se seleccionaron algunas respuesta representativas: *“las exposiciones orales favorecen a la exposición y al desarrollo de la vida profesional”*, *“Es bueno tener un coloquio, para poder discutir como también hacerlo grupal y escuchar a los otros alumnos con sus distintos problemas y dificultades que pueden haber tenido, eso lo veo muy positivo para consolidar los temas”*, *“Me pareció una buena idea hacer el parcial en dos instancias, hacer el video fue bueno para ponernos a prueba a nosotros mismos y como experiencia.”*

Por último, respecto del rendimiento académico de dicho grupo, se observó que un gran porcentaje de estudiantes acreditó la asignatura (78% en 2020 y 81% en 2021) mientras que el resto logró regularizar la cursada dejando pendiente el examen final.

## Conclusiones

El uso de modelos como estrategia didáctica en las clases de matemática contribuye a un cambio de paradigma donde cada estudiante es centro de su propio aprendizaje. Así, se diseñan instancias individuales y grupales donde el estudiantado pueda transferir sus saberes y socializar aprendizajes a partir de actividades que cobran sentido.

En la actualidad es casi imprescindible pensar el aprendizaje como una construcción colectiva, proponiendo actividades que enriquezcan la producción en equipo efectivos de trabajo y contribuir con propuestas que aporten a la formación en competencias propias de la disciplina como así también habilidades blandas que contribuyan a formar el perfil de egreso.

Consideramos que las experiencias descritas en este trabajo forman parte de propuestas que favorecen el desarrollo de competencias a partir de la resolución de problemas situados (Tobón et al, 2010)

A modo de conclusión, cabe destacar que la enseñanza universitaria aún reclama en el país un cambio significativo en lo que respecta a su concepción. Ya es hora de abandonar definitivamente las clases rutinarias y tradicionales, apuntando a evolucionar, para lograr la innovación, que nos llevará hacia un posicionamiento superior en la educación donde la calidad, la creatividad y las actividades significativas se tomen de la mano para alcanzar logros en la formación de las nuevas generaciones de ingenieros.

## Referencias

Accorinti, H.; Martínez González, J. (2016). Acerca de la independencia de los modelos respecto de las teorías. *Theoria*, 31(2), 225-245. <https://doi.org/10.1387/theoria.15235>

Consejo Federal de Decanos de Ingeniería - CONFEDI (2018). *Propuesta de estándares de segunda generación para la acreditación de carreras de ingeniería en la República Argentina*. Libro Rojo de CONFEDI. Argentina: Universidad FASTA Ediciones

- Gilbert, J.; Boulter, C.; Elmer, R. (2000). Positioning Models in Science Education and in Design and Technology Education, en Gilbert, J.; Boulter, C. (eds.). Developing Models in Science Education. Kluwer. Dordrecht, 3-17.
- Hodges, C., Moore, S., Lockee, B., Torrey, T., Bond, A. (27 de marzo de 2020). The Difference Between Emergency Remote Teaching and Online Learning. Educause Review. <https://bit.ly/3KK4sP9>
- Kanobel, M. (2020). Motivación y rendimiento académico de estudiantes en contextos de enseñanza remota de emergencia: un estudio en el nivel universitario. En A. Rosas (Ed.), Resúmenes del 6° Congreso Internacional de Matemática Educativa (págs. 85-86). Editorial Lectorum. <https://bit.ly/31A7MdB>
- Kanobel, M., Chan, D., Galli, M.G. (2021). Herramientas digitales utilizadas por docentes del nivel superior en contexto de pandemia. En E. Aveleyra (comp), Convergencia entre educación y tecnología: hacia un nuevo paradigma. (págs. 292-296). Eudeba S.E.M. <https://bit.ly/3w58agX>
- Kanobel, M., García, M. y Belfiori, L., (2022). *Modelos estadísticos y modelización para desarrollar competencias en estudiantes de Ingeniería* en Memorias del 12° Congreso Argentino de Enseñanza de la Ingeniería- CAEDI.
- Laboratorio Interdisciplinar de Ciencias y Procesos Humanos -LINCIPH (2022). Modelización en Ciencias. Universidad del Externado. <https://linciph.uexternado.edu.co/modelizacion-en-ciencias/#>
- Martínez M, M. (2003) Naturaleza y aplicabilidad de los Modelos Matemáticos. Cuadernos del CENDE. ISSN 1012-2508.
- Ministerio de Educación (2021). Resolución 1539 /2021. <https://www.argentina.gob.ar/normativa/nacional/resoluci%C3%B3n-1539-2021-349952/texto>
- Pochulu M. y Aparisi, L. (2013). Obstáculos y desafíos que enfrentan los profesores en escenarios de modelización. En C. Dolores Flores, J. Hernández, M. S. Gargonza y L. Sosa Guerrero (Eds.), Matemática Educativa: La formación de profesores (251-266). México: Díaz de Santos. Disponible en <https://drive.google.com/open?id=1mhlk2BGaEGaYYnvO4PH3mxFmKDBMaaaR>
- Pochulu, M. (2018). Optimización del diseño de empaques de cartón del tipo Tetra Brik. En M. Pochulu (Coord.), La Modelización Matemática: Marco de referencia y aplicaciones (pp. 85-96). Villa María, Argentina: GIDED - UNVM. Disponible en <https://drive.google.com/open?id=10hb9vZLPclveXMxxXHTTcilEvXS-5u6N>
- Sánchez Acevedo, N.; Ruiz Hernández, B. (2017). La Inferencia Informal En la enseñanza de la estadística. Una propuesta por medio del estudio de clases. Avances en Matemática Educativa. El profesor investigador.