INDICE

ELABORÓ	REVISÓ	APROBÓ
Nombre: PABLO MARTIN AGUILAR **Ayudante de 1º** Fecha: 16/09/2022	Nombre: NICOLÁS GUILLERMO COPPOLECCHIA **JTP** Fecha: 16/09/2022	Nombre: PABLO CARON **DIRECTOR** Fecha: 03/11/2022

1. Objetivo

Presentar en forma de guía como realizar una evaluación de la incertidumbre de una medición, dando una idea general de cómo aplicar este método a cualquier medición que se quiera efectuar dando ejemplo y/o criterios en cada paso.

2. Introducción conceptual

En la vida diaria uno podría decir que la temperatura de una habitación es alrededor de 23 ºC, pero al decir que es “alrededor” implica que no es exactamente 23ºC ya que existe una duda sobre dicho valor que hemos estimado. Ahora si se especificara que dicho valor se encuentra en un rango de alrededor de un par de grados de nuestro valor estimado, la duda seguiría existiendo pero se tendrá una serie de limites sobre dicha duda y además información cuantitativa. Si en cambio se dijera que en vez de 2ºC el rango es de 5ºC, se podría asumir que se tendría más seguridad que el valor “verdadero” de la temperatura esté contenido dentro de dicho rango. Esto incrementará la incertidumbre pero se tendría más confianza, dando a entender que la incertidumbre y el nivel de confianza se encuentran relacionados.
Hasta ahora el valor de la temperatura de la habitación ha sido obtenido de una evaluación subjetiva, la cual no necesariamente puede ser una suposición ya que se podría haber tenido alguna exposición a un ambiente similar. Igualmente, para obtener una medición objetiva es necesario recurrir al uso de un termómetro que permita medir temperatura y el cual a pesar de ser un instrumento se tendrá dudas (o incertidumbre) del resultado que dé.
En orden de cuantificar la incertidumbre del resultado sobre la medición de la temperatura del ambiente, es necesario considerar todos los factores que pueden influenciar el resultado. Para esto tomaremos de ejemplo algunos factores que pueden afectar el resultado:

¿El termómetro es preciso?

Para saberlo es necesario comparar el termómetro con otro cuya precisión es conocida y a su vez este último compararlo con uno mejor caracterizado y así sucesivamente generando una cadena de calibraciones trazable. La calibración de por si es una fuente de incertidumbre y es por eso que a cada calibración el laboratorio de calibración asigna un valor de incertidumbre al reporte de calibración.
Además de la incertidumbre de la calibración también habrá incertidumbre sobre la deriva del instrumento. Esta deriva surge de la tendencia de algunos instrumentos a cambiar sus características en función del tiempo y el porqué se exige una calibración regular sobre los instrumentos. Es posible predecir usando datos anteriores como será el error de lectura del

instrumento en el futuro, pero como esta predicción no será perfecta existirá una incertidumbre sobre el valor correcto.
La última fuente de incertidumbre debido a la precisión es por ejemplo cuando se tiene una calibración para 15 ºC, 20 ºC y 25 ºC y se necesita medir a 23 ºC. En este caso es necesario determinar el error para dicha temperatura utilizando una interpolación entre los puntos de calibración el cual originara una incertidumbre. En algunos casos será necesario utilizar otras fuentes de información como las especificaciones del fabricante.

¿Qué bien puedo leerlo?

Hay un límite a la lectura que podemos obtener al observar un termómetro, como puede ser en el caso de un termómetro de vidrio y liquido este límite será impuesto por la habilidad que se tenga para interpolar entre las marcas de graduación y en el caso de una lectura digital en el número finito de cifras que la pantalla tenga.
La lectura que se ve en una pantalla digital es un numero redondeado del número infinito de cifras que podría mostrar si la pantalla tuviera más dígitos disponibles. Por ejemplo, si se tuviera una lectura de un termómetro digital en el cual el ultimo digito cambia en pasos de 0.1ºC y se tuviera una indicación de 23.4 ºC, el valor subyacente podría estar entre 23.35 ºC y 23.45 ºC. Como no es posible saber el valor subyacente se asume el que error de redondeo puede estar entre -0.05 ºC y +0.05 ºC y por lo tanto habrá una incertidumbre de ± la mitad del cambio representado por un incremento en el último digito de la pantalla digital.
Esto aplica siempre que un número es registrado (en forma escrita o digital) ya que siempre habrá algún tipo de redondeo. Esta fuente de incertidumbre se la denomina generalmente “resolución”.

¿La lectura no se mantiene constante?

En la mayor parte de las mediciones es probable que esto ocurra debido a variaciones en la temperatura de la habitación, variaciones en la performance del termómetro y variaciones en otras variables de influencia como por ejemplo la forma en que se sostiene el termómetro.
Una manera de “suavizar” estas variaciones (de corto plazo) y obtener un valor correcto de la medición, es realizar un promedio de varias mediciones en condiciones constates, el cual suele estar más cerca del valor “real” que una medición única. Sin embargo, para esto es necesario realizar una infinita cantidad (o muy grande) de mediciones para obtener dicho valor “real”. Como esto no es practico de realizar surgirá un error desconocido además de también una incertidumbre representada por la diferencia entre nuestro valor promedio calculado y el “verdadero” valor promedio (si se hiciera infinitas mediciones).
Para poder evaluar esta incertidumbre no es posible usar los métodos anteriores ya que no se tiene de suficiente información en la que podemos basar la evaluación, por esa razón es necesario utilizar en estos casos la estadística de manera de obtener la incertidumbre asociada a la repetitividad y determinar qué tan lejos nuestro promedio calculado puede estar del “verdadero” promedio.

Tengo el termómetro con mi mano ¿Puede que la esté calentando?

Puede ser posible, ya que el calor de la mano por un proceso de conducción puede calentar el termómetro o incluso que la radiación del cuerpo afecte al termómetro. Estos fenómenos pueden ser poco significativos, pero hasta que no se realice un experimento que demuestre lo contrario no se sabrá. Un posible experimento es medir con el termómetro en un ambiente con temperatura controlada y realizar dicha medición a distancia, luego repetirla pero con el operador en diferentes posiciones y determinar si resulta significante o no. En el caso que sea significativo se podría mejorar el método modificando la forma en como el operador manipula el termómetro, de manera de eliminar los efectos que puede ejercer el mismo o incluir dicha contribución al cálculo de la incertidumbre basado en lo obtenido en el experimento. Esto revela que la medición puede no ser independiente del operador y sea necesario entrenarlo para utilizarlos de una manera especial. Otros experimentos pueden ser necesarios para determinar otros efectos de manera de evaluar su aporte a la incertidumbre, pudiendo revelar mejores métodos que den mejores resultados.

La humedad relativa del ambiente puede variar en gran medida ¿Afectara esto a mis resultados?

Tal vez, si estamos usando un termómetro de vidrio y liquido es muy probable que no, pero sí en cambio estamos usando un termómetro digital es muy posible que la humedad afecte la electrónica del sistema de amplificación de la señal del sensor o incluso también el sensor mismo.

Cada aspecto del ambiente en que se realiza la medición debe ser considerado y evaluado para determinar qué tan sensitivo es el termómetro y establecer si tienen algún efecto significativo que deba ser considerado. Los siguientes efectos ambientales se encuentran entre los más comunes cuando se considera la evaluación de la incertidumbre:

- Temperatura
- Humedad Relativa
- Presión Barométrica
- Campos eléctricos o magnéticos
- Gravedad
- Suministro eléctrico al equipo de medición
- Movimiento del aire
- Vibraciones
- Luz y refracción ópticas

Algunas de estas influencias pueden llegar a tener poco efecto mientras se mantienen constantes, pero pueden afectar los resultados si empiezan a cambiar.

Resumiendo, es necesario tener un conocimiento del sistema de medición de manera de identificar y cuantificar las diferentes fuentes de incertidumbres que puedan surgir durante la medición. El análisis de la incertidumbre a menudo puede generar un conocimiento más profundo del sistema y revelar mejores formas de realizar el proceso de medición.

¿Importa el lugar de la habitación donde se hace la medición?

Esto dependerá de lo que se busca medir, si estamos interesados en la temperatura de un lugar específico o de la temperatura promedio en diferentes lugares de la habitación, o la temperatura promedio a la altura de una silla o una mesa. Otra pregunta puede ser si la

temperatura medida es tomada en un momento particular del día, o el promedio sobre un tiempo específico de tiempo. Todas estas preguntas deben ser respondidas de manera de diseñar un método de medición apropiado que nos de la información que requerimos y hasta no tener los detalles de dicho método no es posible evaluar las incertidumbres que surjan del método.
Esto nos lleva finalmente a la pregunta esencial que se debe preguntarse antes dé siquiera evaluar la incertidumbre, que es:

¿Qué es exactamente lo que estoy tratando de medir?

3. Definiciones

Magnitud o mensurable: Atributo de un fenómeno, cuerpo o sustancia como puede ser la longitud, tiempo, masa, resistencia eléctrica o concentración.

Mensurando: es la “magnitud que se pretende medir”. La longitud de una barra de acero, la temperatura de un líquido, son ejemplos de magnitudes que pueden ser medidas.

Medición: conjunto de operaciones que tienen el objeto de determinar el valor del mensurando o el valor de la magnitud en particular. El proceso de medición consiste en **definir el mensurando**, determinar el **método de medida** y el **procedimiento de medida**.

Error (de medición): Resultado de una medición menos el “valor real” del mensurando. Este puede ser **sistemático** o **aleatorio**.
El **error aleatorio** es impredecible o estocásticos y genera variaciones en las observaciones repetidas del mensurando. No es posible compensarlo pero se puede reducirse incrementando el número de observaciones. La desviación típica experimental de la media aritmética no es el error aleatorio de la media, sino es la medida de la incertidumbre de la media debido a efectos aleatorios.
El **error sistemático** al igual que el aleatorio no puede eliminarse pero puede ser reducido, identificado las magnitudes de influencia y cuantificándolas, de manera de aplicar una **corrección** o **un factor de corrección**. La aplicación de las correcciones debe darse cuando el error es significativo en relación con la precisión y exactitud de la medición.

Error relativo: relación entre el error de medida y un valor verdadero del mensurando.

Incertidumbre: La incertidumbre del resultado de una medición refleja la falta del conocimiento exacto del valor del mesurando, ya que para tenerlo se necesitaría una cantidad infinita de información. El resultado de una medición aunque corregida por los efectos sistemáticos reconocidos, es todavía una estimación del valor del mensurando debido a los efectos aleatorios y a la corrección imperfecta de los efectos sistemáticos.

4. Expresión matemática de la medición

En la mayoría de los casos el mensurando **Y** no se mide en forma directa sino que se determina a partir de otras **N** variables de entrada $\mathbf{X_1, X_2, \ldots, X_N}$ a través de una relación funcional **f:**

$$Y = f(X_1, X_2, \ldots, X_N) \qquad (1)$$

Las magnitudes de entrada $\mathbf{X_i}$ pueden a su vez depender de otras magnitudes o ser factores de corrección por errores sistemáticos. **f** puede ser determinado en forma experimental o partir de un cálculo numérico. Si la función **f** no modela con la precisión requerida el mensurando, es necesario incluir una variable adicional que refleje el conocimiento incompleto de los fenómenos que afectan al mensurando.
En la practica la definición del mensurando es función de la exactitud de medida buscado, por ejemplo, si se busca saber la longitud de un metro con exactitud micrométrica, cuando se define el mensurando es necesario incluir la temperatura y la presión, sin embargo, si se pretende medir con exactitud milimétrica no se requerirá de ninguno de estos dos.

Por ejemplo, el mensurando puede ser la presión indicada por un instrumento que se define como:

$$p = p_i$$

El cual no depende de ninguna otra magnitud, salvo que se mida en forma indirecta.
Otro ejemplo donde el mensurando se obtiene en forma indirecta es el cálculo de la potencia disipada por una resistencia el cual depende del voltaje aplicado **V**, la temperatura de la resistencia **T**, la resistencia $\mathbf{R_0}$ y un coeficiente lineal térmico de resistencia **α**, dando la siguiente ecuación:

$$P = f(V, R_0, \alpha, T) = \frac{V^2}{R_0(1 + \alpha(T - T_0)}$$

Las variables de entrada $\mathbf{X_i}$ pueden clasificarse en:

- Magnitudes cuyos valores e incertidumbres se determinan directamente de una medición directa.
- Magnitudes cuyos valores provienen de fuentes externas, como patrones de medición calibrados[1], datos de referencia obtenidos de manuales, materiales de referencia certificados.

[1] Un Patrón Calibrado es aquel que puede demostrar su trazabilidad metrológica mediante un Certificado de Calibración Acreditado.

Cuando se realiza una medición es difícil determinar los valores de las magnitudes $\mathbf{X_1, X_2, \ldots, X_N}$ con exactitud ya que siempre existirá un error para determinarlas, pero es posible obtener una estimación de ellas, que se denominan $\mathbf{x_1, x_2, \ldots, x_N}$ y que cuando las apliquemos a la función **f** no obtendremos el valor de **Y** sino su valor estimado **y**.

$$y = f(x_1, x_2, \ldots, x_N) \qquad (2)$$

Cada valor estimado de $\mathbf{x_i}$ de la magnitud de entrada $\mathbf{X_i}$ tendrá a su vez asociada una incertidumbre denominada incertidumbre típica o incertidumbre estándar que se la simboliza con "$u(x_i)$" el cual lleva siempre asociada una probabilidad.

$$X_i = x_i \pm u(x_i) \qquad (3)$$

5. Evaluación de la incertidumbre de medida de las estimaciones de entrada

Los valores de $\mathbf{x_i}$ y $\mathbf{u(x_i)}$ se obtienen a partir de una distribución de valores posibles que puede adquirir la magnitud $\mathbf{X_i}$, los cuales que pueden ser obtenidos a partir de una serie de observaciones (ensayos, mediciones, etc.) denominada "Evaluación Tipo A" o de una distribución conocida "a priori" o "Evaluación Tipo B". La principal diferencia entre estos tipos de evaluación se da en como se determina la incertidumbre.

5.1. Evaluación Tipo A de la incertidumbre típica

En este tipo de evaluación la incertidumbre se determina utilizando un análisis estadístico en el que se realizan **n** (n>1) observaciones *estadísticamente independientes* $\mathbf{q_k}$ de una de las magnitudes de entrada $\mathbf{X_i}$ bajo las mismas condiciones de medida. La expresión "estadísticamente independientes" refiere a que dos observaciones de un muestreo no tienen ninguna relación entre sí o que se afecten entre sí de alguna manera y es posible probarlo mediante diferentes pruebas.

En la mayor parte de los casos el mejor estimador de $\mathbf{X_i}$ es el promedio $\bar{q}$ de los $\mathbf{q_k}$ valores medidos:

$$\bar{q} = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} q_k \qquad (4)$$

Los valores de las observaciones individuales $\mathbf{q_k}$ difieren entre sí debido a variaciones aleatorias de las magnitudes de influencia o a efectos aleatorios. El valor estimado de la varianza de la distribución de probabilidad de **q** es la *varianza experimental* que viene dada por:

$$s^2(q_k) = \frac{1}{n-1}\sum_{k=1}^{n}(q_k - \bar{q})^2 \qquad (5)$$

Esta estimación de la varianza $s^2(\mathbf{q_k})$ y su raíz cuadrada $s(\mathbf{q_k})$, denominada desviación típica experimental, caracterizan la variabilidad de los valores observados $\mathbf{q_k}$ o su dispersión alrededor de su media.

Ahora para estimar la varianza de la media $\sigma^2(\bar{\boldsymbol{q}})$**,** es necesario calcular la varianza experimental de la media, que se calcula como:

$$s^2(\bar{q}) = \frac{s^2(q_k)}{n} \qquad (6)$$

Y que cuantifica que tan bien $\bar{\boldsymbol{q}}$ estima el valor esperado de **q** y que puede ser utilizado para medir la incertidumbre de $\bar{\boldsymbol{q}}$, o de otra forma, la desviación típica de la distribución de valores de **q** que se obtendrían si la medición se repitiera un número infinito de veces.

Por lo tanto, la incertidumbre estándar $u(\mathbf{x}_i)$ de un conjunto de mediciones es:

$$\mathrm{u(x_i)} = \sigma(\bar{x_i}) \cong s(\bar{q}) = \frac{s(q_k)}{\sqrt{n}} \qquad (7)$$

$$\mathrm{u(x_i)} = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^{n}\left(q_k - \bar{q}\right)^2}{n(n-1)}} \qquad (8)$$

Esto es válido únicamente cuando el número de muestras **n** sea lo suficientemente grande, ya que si el número de muestras es muy chico por ejemplo **n**<10 la ecuación (8) deja de ser valida.
Si no es posible aumentar el número de muestras y la distribución de probabilidad de **q** es una distribución normal, es posible estimar $s(\bar{\boldsymbol{q}})$ usando la distribución "t de Student" usando la siguiente ecuación:

$$\mathrm{u(x_i)} = \sigma(\bar{x_i}) \cong s(\bar{q}) = t\,\frac{s(q_k)}{\sqrt{n}} \qquad (9)$$

$$\mathrm{u}(\mathrm{x_i}) = \mathrm{t}\sqrt{\frac{\sum_{k=1}^{n}\left(q_k - \overline{q}\right)^2}{n(n-1)}} \qquad (10)$$

Donde **t** es el factor que se obtiene de las tablas de "t de student" para una probabilidad de 68.27% (1 desviación estándar) y un grado de libertad **v** de "n-1". La variable **t** estima la dispersión entre la media de una muestra y una población o universo (∞ muestras). Las tablas de "t de student" se pueden encontrar en el Anexo I - Distribución "t" de Student del documento.

Siempre que se evalúen componentes de la incertidumbre Tipo A es necesario informar los grados de libertad **v**. Este se determina para los casos más simples donde $x_i = \overline{X_\iota}$ y $u(x_i) = s(X_i)$ como "n-1" sino se debe utilizar la ecuación (28) para casos más complejos.

<u>Nota complementaria 1:</u>
Cuando se determina la estimación de **y** existen dos formas de calcular, una primera aproximación usando la media aritmética de cada variable **X_i**.

$$y = \sum_{k=1}^{n} f\left(\overline{X}_1, \overline{X_2}, \dots, \overline{X}_N\right)$$

Donde $\bar{X}_i$ es la media aritmética de las observaciones individuales **$X_{i,k}$**.

$$\bar{X}_i = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} X_{i,k}$$

Y una segunda aproximación, donde **y** es la media aritmética de **n** determinaciones independientes **Y_k** de **Y**, teniendo cada determinación la misma incertidumbre, y cada **Y_k** obtenida a partir del grupo de valores de las **N** magnitudes de entrada **X_i** las cuales fueron obtenidas al mismo tiempo.

$$y = \bar{Y} = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} Y_k = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} f\left(X_{1,k}, X_{2,k}, \dots, X_{N,k}\right)$$

Las dos aproximaciones darán en general los mismos resultados siempre que **f** sea una función lineal de sus magnitudes de entrada. De no ser así la 1º aproximación dará valores diferentes a la 2º aproximación dependiendo de la no linealidad y de las varianzas y covarianzas estimadas de las **X_i**. Por lo que es recomendable usar la 2º aproximación pues evita la aproximación $y = f\left(\overline{X}_1, \overline{X_2}, \dots, \overline{X}_N\right)$ y refleja mejor el procedimiento de medición generalmente utilizado, donde los datos son tomados en grupos y no por separado. Eso sí, es importante que el número de mediciones de cada $\mathbf{X_i}$ sean iguales $\mathbf{n_1}=\mathbf{n_2}=...=\mathbf{n_n}$ sino el 2º método no es válido.

<u>Nota complementaria 2:</u>
Antes de realizar los cálculos de la incertidumbre Tipo A es necesario realizar las siguientes evaluaciones:

- Analizar si las observaciones repetidas que se realizan resultan ser independientes del procedimiento de medida.
- Verificar que las medias y la varianza no varíen durante el periodo en que se realizan las observaciones. Esto puede ser causado por ejemplo por una deriva de una magnitud de influencia no medida o por algún efecto en función del tiempo. Para verificarlo se puede evaluar las medias aritméticas $(\overline{\boldsymbol{q}})$ y las desviaciones típicas experimentales $s(\boldsymbol{q_k})$ al inicio del periodo de medición y al final, compararlos y analizar si su diferencia es estadísticamente significativa como para deducir que hay un efecto en función del tiempo.
- Verificar que los “servicios comunes “del laboratorio como por ejemplo la tensión y frecuencia eléctrica, presión del agua, etc. no son magnitudes de influencia sobre el mensurando.
- Si existiera ruido sobre una lectura digital durante una observación donde la última cifra significativa variara continuamente, es necesario determinar algún método que permita congelar dicha indicación en un cierto tiempo arbitrario y poder registrar el resultado, de manera de evitar elegir cifras personalmente preferidas en forma involuntaria.

5.2. <u>Evaluación Tipo B de la incertidumbre típica</u>

Cuando se tiene una estimación $\mathbf{x_i}$ de una magnitud $\mathbf{X_i}$ que no se ha obtenido a partir de observaciones repetidas, la varianza estimada $u^2(\mathbf{x_i})$ o la incertidumbre estándar $u(\mathbf{x_i})$ se establecen mediante decisión científica basada en toda la información disponible acerca de la variabilidad posible de $\mathbf{X_i}$. Entre ésta se pueden incluir:

- Datos de mediciones anteriores.
- Experiencia o conocimiento general acerca del comportamiento y propiedades de materiales de referencia, patrones o instrumentos.
- Especificaciones del fabricante.
- Datos provistos en calibraciones u otros certificados.
- Incertidumbres asignadas a datos de referencia tomados de manuales.

<u>Ejemplos:</u> El valor proviene de una medición que se realizó en otro laboratorio ; Se sabe que el patrón utilizado para medir puede tener una incertidumbre debido a un efecto de la temperatura ; El instrumento fabricado indica con la incertidumbre con la que mide ; Se tiene un certificado de calibración indicando la incertidumbre de medición del instrumento ; El valor que necesito se obtiene de manual o paper e indica la incertidumbre con que lo obtuvo el autor.

Por lo tanto, basado en la información suministrada es necesario determinar la forma probable que tiene la distribución de los datos analizados de manera de calcular la incertidumbre en forma efectiva. Existen diferentes formas de calcular la incertidumbre Tipo B:

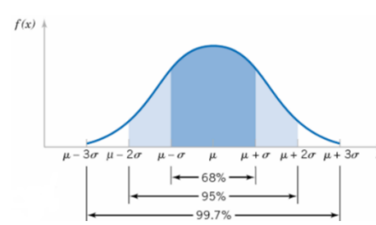
<u>Se especifica la incertidumbre como múltiplo del desvío estándar</u>

Si la estimación de $\mathbf{x_i}$ se obtiene a partir de una especificación, un certificado de calibración, de manual, o de otra fuente, y su incertidumbre evaluada se indica como un múltiplo "k" de una desviación estándar "σ", la incertidumbre estándar u(xi) es simplemente ese valor dividido por el factor de multiplicación.

$$\mathrm{u}(\mathrm{x_i}) = \sigma = \frac{dato\ proporcionado}{k} \qquad (11)$$

<u>Se especifica distribución normal, la incertidumbre y su intervalo de confianza</u>

Si la incertidumbre indicada posee una probabilidad de cobertura como 90%, 95%, 99% u otro porcentaje, a menos que indique lo contrario, se puede suponer que se asumió una distribución normal y se puede obtener $\sigma(\mathbf{x_i})$ usando la probabilidad indicada. Los factores **k** son 1.64, 1.96 y 2.58 respectivamente para los niveles de confianza citados previamente.

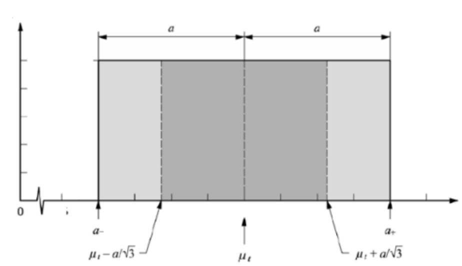


$$\mathrm{u}(\mathrm{x_i}) = \sigma = \frac{dato\ proporcionado}{k_{intervalo}} \qquad (12)$$

<u>Se especifica la incertidumbre con un límite inferior y uno superior. (Distribución Rectangular)</u>

Si sólo pueden estimarse unos límites superior e inferior, **a+** y **a-** para el valor de la magnitud $\mathbf{X_i}$ (por ejemplo: especificaciones del fabricante de un instrumento de medición, intervalo de temperaturas, error de redondeo o de truncamiento resultante de la reducción automatizada de los datos), puede suponerse una distribución de probabilidad con una densidad de probabilidad constante entre dichos límites (distribución de probabilidad rectangular) para la variabilidad de magnitud de entrada $\mathbf{X_i}$.

En una distribución rectangular la probabilidad de que el valor de $\mathbf{X_i}$ esté comprendido en el intervalo de (a− ; a+) es a todos los efectos prácticamente igual a uno y la



probabilidad de que $\mathbf{X_i}$ se encuentre fuera de este intervalo es esencialmente "cero".

El valor estimado **y** y la incertidumbre estándar u($\mathbf{x_i}$) se obtienen como:

$$x_i = \frac{1}{2}(a_- + a_+) \qquad (13)$$

$$u^2(x_i) = \frac{1}{12}\,(a_- - a_+)^2 \qquad (14)$$

Si la diferencia entre los valores limites se expresa como **2a** (±a), la ecuación (14) se convierte en:

$$u^2(x_i) = \frac{1}{3}a^2 \qquad (15)$$

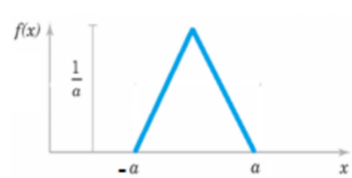
La distribución rectangular raramente se da en la física ya que posee una discontinuidad en sus límites. Por lo tanto, cuando uno de los componentes con este tipo de distribución tenga un gran peso sobre la incertidumbre de un resultado, es recomendable obtener datos complementarios para su evaluación posterior de manera de determinar en mejor medida la distribución que tiene ese componente.

<u>Se especifica la incertidumbre con un límite inferior y uno superior, pero se tiene evidencia del lugar mas probable donde se ubicarían los datos</u>

Si además del conocimiento de los límites superior e inferior hay evidencia de que la probabilidad es más alta para valores en el centro del intervalo y se reduce hacia los límites, puede ser más adecuado basar la estimación de la incertidumbre típica en una distribución triangular, trapezoidal o incluso normal.

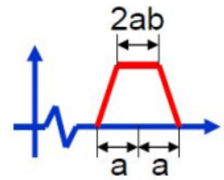
Distribución triangular

$$u^2(x_i) = \frac{1}{6}a^2 \qquad (16)$$



Distribución Trapeizoidal

$$u^2(\mathrm{x_i}) = a^2\ \frac{1+b^2}{6} \qquad (17)$$



Por otro lado, cuando los valores cercanos a los extremos son más probables que los valores cercanos al centro, es más apropiada una distribución con forma de U.

Con referencia al número de grados de libertad **ν** en la evaluación Tipo B de la incertidumbre típica, es conveniente señalar que, cuando la información utilizada proviene de especificaciones de los fabricantes con distribución rectangular, se puede asumir su valor como infinito (∞).

5.2.1. Evaluacion de las componentes de incertidumbre Tipo B

Resolución de una indicación digital

Una de las fuentes de incertidumbre atribuibles a los instrumentos digitales es la resolución de su dispositivo indicador. Aunque las indicaciones en cada observación se mantuvieran constantes, la incertidumbre no sería cero, ya que para un rango de variación de la magnitud de entrada del instrumento la indicación no variaría. Este tipo de componente puede ser caracterizado mediante una distribución rectangular, donde la magnitud de entrada **X** podrá situarse con igual probabilidad en cualquier punto del intervalo $\boldsymbol{X} - \boldsymbol{\delta}\mathbf{x}/2$ a $\boldsymbol{X} + \boldsymbol{\delta}\mathbf{x}/2$, siendo $\boldsymbol{\delta}\mathbf{x}$ la resolución del dispositivo indicador del instrumento. Por ejemplo, si un instrumento de pesaje en el cual el dispositivo indicador tenga 1 gr como su cifra significativa más pequeña, este tendrá una varianza debido a la resolución del dispositivo igual a $u^2 = \left(\frac{1}{12}\right)[g^2]$ o una incertidumbre típica de $u = 0.29\ [g]$.

$$u^2(\mathrm{x_i}) = \frac{(\delta \mathrm{x})^2}{12} \qquad (18)$$

Histéresis

Algunos tipos de histéresis pueden causar un tipo similar de incertidumbre, ya que la indicación de un instrumento podrá diferir en una cantidad fija y conocida dependiendo de si las lecturas consecutivas son crecientes o decrecientes. Pero como no siempre es posible observar el sentido de la histéresis, ya que puede haber oscilaciones ocultas dentro del instrumento cuando se acerca al punto de equilibrio es necesario incorporar esta componente a la incertidumbre de la medición. Esta puede caracterizarse mediante una distribución rectangular donde el rango de posibles lecturas debidas a estas causas es $\boldsymbol{\delta}\mathbf{x}$.

Valores de entrada de origen externo

Un valor de origen externo es aquella magnitud de entrada que no ha sido estimado a partir de una medición, sino que proviene de una fuente externa. Tal valor viene en general acompañado de una indicación de su valor de incertidumbre que puede ser dada por una desviación típica, un múltiplo de esta, una semiamplitud de un intervalo, con un nivel de confianza dado, los limites inferior y superior o sin ninguna información, donde en esta última se deberá emplear su propio conocimiento sobre la posible incertidumbre en función de la naturaleza de la magnitud, fiabilidad de la fuente y las incertidumbres obtenidas en la práctica para tales magnitudes.

Valores de entrada medidos

Observación única, instrumento calibrado: Si una estimación de entrada se obtuvo a partir de una única observación utilizando un **instrumento calibrado** respecto a un patrón de baja incertidumbre, la incertidumbre de la estimación será principalmente una incertidumbre por repetibilidad (estadística), la cual se puede obtener a partir de mediciones anteriores que se hayan realizado con un valor cercano al valor de lectura.

Observación única, instrumentos verificados: No todos los instrumentos suelen venir acompañados de un certificado de calibración o una curva de calibración, en estos casos se debe recurrir a las normas escritas las cuales contienen exigencias metrológicas en forma de “errores máximos permitidos” para dicho instrumento, siendo esta una componente de incertidumbre del instrumento.

Magnitudes bajo control: Generalmente las mediciones de las magnitudes se realizan en condiciones controladas, las cuales se suponen constantes a lo largo del curso de una serie de mediciones. Por ejemplo, se pueden realizar mediciones sobre muestras situadas en un baño de aceite cuya temperatura es controlada por un termostato, donde el valor de la temperatura de la muestra es igual a la temperatura del baño. Pero si en cambio la temperatura del baño tuviera un ciclo, es probable que la temperatura instantánea de la muestra no sea igual a la indicada por el termómetro del baño y sea necesario hacer un análisis de la fluctuación de la temperatura de la muestra a partir del ciclo conocido o asumido de temperatura del baño, junto con las varianzas que surjan.

Incertidumbre debida al método de medida

La incertidumbre asociada al método de medida es la componente más difícil de evaluar y debe ser evaluada utilizando una distribución a priori. Una manera de determinar la incertidumbre de un método particular de medida es realizando mediciones de un mismo mensurado mediante diferentes métodos, en un mismo laboratorio o en otros laboratorios, o mediante un mismo método en laboratorios diferentes. El intercambio de patrones o materiales de referencia entre laboratorios, para realizar mediciones independientes, es una forma útil de comprobar la fiabilidad de las evaluaciones de incertidumbre y de identificar efectos sistemáticos no puestos de manifiesto con anterioridad.

Incertidumbre debida a la muestra

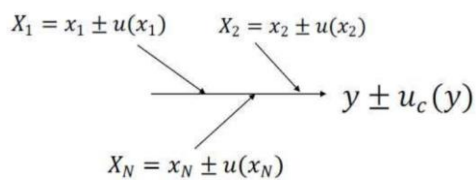
En algunas situaciones de medida, el muestreo y el tratamiento de la muestra juegan un papel importante, como es el caso de análisis químico de materiales naturales ya que estos son a menudo muy inhomogéneos.

Nota complementaria

Si se tuviera de tiempo y recursos ilimitados un laboratorio podría determinar todas las causas inimaginables de incertidumbres (por ejemplo, utilizando instrumentos de diferentes tipos y fabricantes, diferentes métodos de medida, diferentes modos de aplicación del método y diferentes aproximaciones en sus modelos teóricos de medición) y evaluarlas usando un método estadístico a partir de una serie de observaciones caracterizando cada incertidumbre mediante una desvía típica, o sea mediante evaluaciones Tipo A. Como esto es inviable económicamente la incertidumbre generalmente se evalúa por otros métodos más prácticos.

6. Evaluación de la Incertidumbre combinada "$u_c(y)$"

Una vez calculadas las incertidumbres de cada estimación de entrada $\mathbf{x_i}$, se debe calcular la incertidumbre del mensurando **y** denominada incertidumbre combinada $\mathbf{u_c(y)}$, la cual representa el desvió estándar del resultado de la medición.



Existen diversos procedimientos para calcular la incertidumbre estándar combinada dependiendo de si las cantidades de entrada son independientes o no, es decir, si existe alguna *correlación* entre ellas.

6.1. Magnitudes de entrada no correlacionadas

Se considera que NO existe correlación entre variables cuando:

- Las magnitudes de entrada $\mathbf{X_i}$ y $\mathbf{X_k}$ son independientes.
- Cualquiera de las magnitudes de entrada $\mathbf{X_i}$ y $\mathbf{X_k}$ puede tratarse como constante.
- No existe información suficiente para valorar la existencia de una correlación entre las magnitudes de entrada $\mathbf{X_i}$ y $\mathbf{X_k}$.

La incertidumbre combinada en estos casos se calcula como:

$$u_c(y)^2 = \sum_{i=1}^{N} \left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\right)^2 u(x_i)^2 \qquad (19)$$

A esta ecuación se la conoce como la "*ley de propagación de la incertidumbre*" y se obtiene de desarrollar una serie de Taylor de primer orden de la ecuación **Y**=**f**(**X_1**,**X_2**,…,**X_N**).
Las derivadas parciales **∂f/∂x_i** son iguales a **∂f/∂X_i**, calculadas para **X_i = x_i**. Estas derivadas, frecuentemente denominadas coeficientes de sensibilidad **c_i**, describen cómo varía la estimación de salida **y**, en función de las variaciones en los valores de las estimaciones de entrada **x_1, x_2, ..., x_N**. Este coeficiente puede evaluarse a partir de la función **f** como se ven en la ecuación (19) o utilizando métodos numéricos, como puede ser el método de Montecarlo.

$$u_c(y)^2 = \sum_{i=1}^{N} [c_i * u(x_i)]^2 = \sum_{i=1}^{N} u_i^2(y) \qquad (20)$$

Donde

$$c_i = \frac{\partial f}{\partial x_i} \qquad ; \qquad u_i\ (y) = |c_i|\, u(x_i) \qquad (21)$$

<u>Nota complementaria 1:</u> Existen casos pocos frecuentes donde la función modelo **f** es claramente no lineal o algunos de los coeficientes de sensibilidad **c_i** se anulan, para estos casos se deberá incluir los términos de orden superior a la ecuación (19).

<u>Nota complementaria 2:</u> Una forma de calcular los coeficientes de sensibilidad $\partial f/\partial x_i$ de forma experimental es midiendo como varia el mensurando, variando una entrada dada **X_i** y manteniendo el resto constante. Este tipo de proceso para determinar **f** es en definitiva un desarrollo empírico en serie de Taylor de primer orden a partir de los coeficientes de sensibilidad que se obtengan.

<u>Nota complementaria 3:</u> La ecuación (20) surge de la concepción que una variación en **y** por una pequeña variación de un Δ**x_i** es $(\Delta y)_i = (\partial f/\partial x_i)\ (\Delta x_i)$, y si consideramos que esta variación es debido a la incertidumbre típica de la estimación de **x_i**, podríamos decir que la variación de **y** es $(\partial f/\partial x_i) * u(x_i)$ y que $u_c(y)^2$ es la sumatoria de la influencia de cada variable **x_i** sobre el mensurando **y**.

6.2. <u>Magnitudes de entrada correlacionadas</u>

Si dos magnitudes de entrada **X_i** y **X_k** están correlacionadas en cierto grado; es decir, si son mutuamente dependientes de una forma u otra, su covarianza tiene que considerarse también como una contribución a la incertidumbre. Para estos casos se utiliza "ley de propagación de la varianza para variables correlacionadas" la cual es similar a la ecuación (19).

$$u_c(y)^2 = \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}\frac{\partial f}{\partial x_i}\frac{\partial f}{\partial x_j}u(x_i,x_j) = \sum_{i=1}^{N}\left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\right)^2 u(x_i)^2 + 2\sum_{i=1}^{N-1}\sum_{j=1+1}^{N}\frac{\partial f}{\partial x_i}\frac{\partial f}{\partial x_j}\overbrace{u(x_i,x_j)}^{cov(x_i,x_j)} \quad (22)$$

El termino u(**x**$_i$, **x**$_j$)=u (**x**$_j$,**x**$_i$) es la covariancia estimada asociada a **x**$_i$ y **x**$_j$.

La manera de determinar la covarianza, por ejemplo, de dos medias aritméticas $\bar{\boldsymbol{q}}$ y $\bar{\boldsymbol{r}}$ se puede calcular usando la siguiente ecuación:

$$s(\bar{q},\bar{r}) = \frac{1}{n(n-1)}\sum_{k=1}^{n}(q_k-\bar{q})\,(r_k-\bar{r}) \quad (23)$$

Donde $\bar{\boldsymbol{q}}$ y $\bar{\boldsymbol{r}}$ son dos medias aritméticas que estiman dos magnitudes $\boldsymbol{q}$ y $\boldsymbol{r}$, las cuales son obtenidas a partir de **n** pares de observaciones independientes simultaneas, siendo cada una realizada en las mismas condiciones de medida. Si las observaciones son realmente no correlacionadas, puede esperarse un valor de la covarianza calculada próximo a cero. Esta forma de calcular la covarianza es una evaluación Tipo A.

El grado de correlación entre las variables **x**$_i$ y **x**$_j$ viene caracterizado por el coeficiente de correlación estimado:

$$r(x_i,x_j) = \frac{u(x_i,x_j)}{u(x_i)*u(x_j)} \quad (24)$$

Cuando las variables son independientes, el coeficiente de correlación es igual a $r(x_i,x_j)=0$, mientras que para valores cercanos a ± 1, la dependencia entre ambas variables es lineal, decreciente o con pendiente negativa con el valor -1, y creciente o pendiente positiva si el coeficiente de correlación es +1. En este sentido, como el coeficiente de correlación es más fácilmente comprensible que la covarianza, el último término de la ecuación (22) se puede escribir en la forma siguiente.

$$u_c(y)^2 = \sum_{i=1}^{N}\left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\right)^2 u(x_i)^2 + 2\sum_{i=1}^{N-1}\sum_{j=1+1}^{N}\frac{\partial f}{\partial x_i}\frac{\partial f}{\partial x_j}u(x_i)\,u(x_j)\,r(x_i,x_j) \quad (25)$$

Las correlaciones entre magnitudes de entrada no pueden ser ignoradas. Las covarianzas asociadas a estas correlaciones deben ser evaluadas, si es posible, en forma experimental variando las magnitudes de entrada (Tipo A) o buscando información sobre dicha correlación entre estas magnitudes en cuestión (Tipo B). La experiencia y el conocimiento general es de

gran importancia a la hora de estimar el grado de correlación entre dos magnitudes de entrada generada por influencias comunes como la temperatura ambiente, la presión atmosférica y la humedad. Aunque en numerosos casos estas dependencias mutuas entre variables son despreciables y se pueden suponer como no correlacionadas.
Una forma de evitar estas correlaciones es introducir las magnitudes de influencia comunes como magnitudes de entradas adicionales e independientes. Por ejemplo, si dos variables cambian con el valor de la temperatura ambiente es probable que si esta no es adicionada al funcional **f** la covarianza o correlación entre estas magnitudes no sea nula.

6.3. Limitaciones de la ley de propagación de la incertidumbre

La ley de propagación de incertidumbres se puede aplicar cuando:

1. Únicamente aparezca una magnitud de salida en el modelo matemático.
2. El modelo matemático sea un modelo explícito, es decir, $Y = f(X_i)$.
3. Puedan ser calculadas la esperanza matemática, las incertidumbres típicas y las incertidumbres mutuas de las magnitudes de entrada.
4. El modelo sea una buena aproximación a un desarrollo lineal en torno al mejor estimador de las magnitudes de entrada.

7. Determinación de la Incertidumbre Expandida

Aunque $\mathbf{u_c(y)}$ puede ser utilizada universalmente para expresar la incertidumbre de un resultado de medida, es necesario en ciertas ocasiones dar una medida de la incertidumbre con un nivel de confianza **p**, dentro del cual es razonable suponer, con alta probabilidad de no equivocarse, que se encuentran los infinitos valores que pueden ser “razonablemente” atribuidos al mensurando. A esta cantidad se le conoce como “incertidumbre expandida”, y se denota con **U**. Ésta se obtiene al multiplicar la incertidumbre combinada $\mathbf{u_c(y)}$ por un “factor de cobertura” **k**.

$$U = k\, u_c(y) \qquad (26)$$

Quedando finalmente el resultado de la medición expresado como:

$$Y = y \pm U = y \pm k\, u_c(y) \qquad (27)$$

Debe observarse que al multiplicar la incertidumbre estándar combinada $\mathbf{u_c(y)}$ por una constante no proporciona más información, sino que la presenta de una manera distinta.

7.1. Elección del factor de cobertura

La selección del factor de cobertura **k** dependerá del nivel de confianza especificado **p**, y la obtención de su valor requerirá poseer un conocimiento detallado de la distribución de probabilidad caracterizada por el resultado de medida y su incertidumbre típica combinada $\mathbf{u_c}$. En general el valor de **k** estará entre 2 y 3.

En casos lineales donde **Y** es una función lineal de las magnitudes de entrada, por ejemplo $Y = c_1 * X_1 + C_2 * X_2 + \cdots + C_N * X_N$, la distribución de probabilidad puede obtenerse mediante la convolución de las distribuciones de probabilidad individuales y a partir de esta obtener el valor de **k** para el nivel de confianza especifico **p**. Pero tales convoluciones raramente se realizan debido a la complejidad que involucra y en su lugar o se asume una distribución final o se utilizan una serie de criterios.

Se conoce la distribución final

Si se conoce la distribución que tiene **Y**, utilizar el valor de **k** que corresponda al nivel de confianza requerido. Los valores de **k** para diferentes distribuciones para varios niveles de confianza se encuentran en la tabla del Anexo 2 - Distribuciones Normal, Rectangular y Triangular.

No se conoce la distribución final

Cuando no se conoce la forma de la distribución de **Y**, se puede estimar la forma de la distribución mediante otros métodos más sencillos basados en los siguientes criterios:

Criterio - 1

Cuando la incertidumbre combinada $\mathbf{u_c(y)}$ está dominada por una contribución Tipo A con pocos grados de libertad (pocas muestras), se recomienda que **k** sea igual al valor de **t** de la distribución de “t de Student”, para el número de grados de libertad **ν** de la contribución dominante $\mathbf{x_i}$ y para el nivel de confianza que se requiera. Se debe usar en estos casos la tabla en el Anexo I - Distribución “t” de Student.

Criterio - 2

Cuando la incertidumbre combinada $\mathbf{u_c(y)}$ está dominada por una contribución Tipo B, se puede asumir que la distribución resultante de **y** tiene la misma forma de la distribución dominante $\mathbf{x_i}$. En este caso se puede usar la tabla en Anexo 2 - Distribuciones Normal, Rectangular y Triangular o buscar datos sobre la distribución buscada.

Criterio - 3

Cuando hay 3 o más fuentes de incertidumbres comparables (contribuciones simulares de "$c_i^2\sigma^2(X_i)$") se cumplen las condiciones del llamado “Teorema del Límite Central” y puede suponerse, con un elevado grado de aproximación, que la distribución **y** es normal, pudiéndose usar la tabla de Gauss para elegir el **k**, no teniendo importancia la forma de las distribuciones de las magnitudes de entrada. Se puede usar la tabla en Anexo 2 - Distribuciones Normal, Rectangular y Triangular para la distribución normal.

Criterio - 4

Cuando no se cumple ninguno de los criterios anteriores, se utiliza la distribución "t de Student" con el "grado de libertad efectivo" ν_{ef} (a través de la ecuación de Welch-Satterhwaite) (28). El valor del ν_{ef} final debe ser redondeado al entero **inferior** más próximo, y a partir de ahí obtener el factor **t(ν_{ef})** (t de Student), el cual será el factor de cobertura con la probabilidad deseada.

$$\nu_{ef} = \frac{u_c(y)^4}{\sum_{i=1}^{n} \frac{\left(c_i\, u(x_i)\right)^4}{\nu_i}} \qquad (28)$$

ν_{ef}: Grados de libertad efectivos.

$u_c(y)$: incertidumbre combinada de **y**.

$u_c(x_i)$: incertidumbre de la estimación de la entrada $\mathbf{x_i}$.

ν_i: Grados de libertad para la incertidumbre de $\mathbf{x_i}$.

<u>Nota:</u> Recordar que sí **u(x_i)** es obtenido mediante una evaluación de Tipo B el valor de los grados de libertad tiende a $\nu i \rightarrow \infty$, ya que se considera que fueron tomados de infinitas muestras, salvo se indique lo contrario.

8. Informe de la incertidumbre

Cuando se informa el resultado de una medición, o una serie de ellas, se exige en líneas generales que el informe contenga la siguiente información:

1. Describir claramente los métodos usados para calcular el resultado de la medición y su incertidumbre a partir de las observaciones experimentales y datos de entrada.
2. Enumerar todas las componentes de la incertidumbre y documentar por completo cómo se evaluó cada una de ellas.
3. Presentar el análisis de los datos en una forma que cada una de las etapas importantes se pueda seguir con facilidad y el cálculo del resultado presentado se pueda repetir independientemente, si es necesario.
4. Proporcionar todas las correcciones y constantes usadas en el análisis y sus fuentes.

Guías especificas

Cuando uno reporta el resultado de una medición y la medida de la incertidumbre viene dada por la incertidumbre estándar combinada **u_c(y)** uno debería realizar:

a) Dar una descripción completa de cómo se define el mensurando **Y**.
b) Dar la estimación **y** del mensurando **Y** y su incertidumbre estándar combinada **u_c(y)**. Las unidades de ambas deben escribirse **siempre**.
c) Incluir la incertidumbre estándar combinada relativa, **u_c(y)/|y|**, **|y|**≠0, cuando sea apropiado.

d) Proporcionar información detallada que se describe al final del capítulo o documento que posea dicha información.

Las formas en cómo se debe expresar los resultados para estos casos se omiten en este documento, se puede encontrar dicha información en la sección **7.2.2** de la norma **JCGM 100**:**2008**.

Cuando se informe sobre el resultado de una medición y se utiliza la incertidumbre expandida **U** = **k** $\mathbf{u_c(y)}$, el informe debería realizarse de la siguiente manera:

a) Dar una descripción completa de cómo se define el mensurando **Y.**
b) Escribir el resultado de la medición como **Y** = **y** ± **U**, y dar las unidades de **y** y de **U**.
c) Incluir la incertidumbre estándar combinada relativa, $\mathbf{u_c(y)}/|\mathbf{y}|$, $|\mathbf{y}|\neq 0$, cuando sea apropiado.
d) Dar el valor de **k** usado para obtener **U**, o también el de $\mathbf{u_c(y)}$.
e) Dar el nivel de confianza aproximado asociado con el intervalo **y** ± **U** y explicar cómo se estableció.
f) Proporcionar información detallada que se describe al final del capitulo o documento que posea dicha información.

La forma en cómo debe expresarse en estos casos el resultado, para máxima claridad, debe ser como el siguiente ejemplo. Las palabras entre paréntesis pueden omitirse cuando los valores de si **U**, $\mathbf{u_c}$ y **k** son especificados en otra parte del documento.
“m_s= (100,021 47 ± 0,000 79) g, donde el numero seguido del símbolo ± es el valor numérico de (la incertidumbre expandida) **U** = $\mathbf{k*u_c}$, con **U** determinado a partir (de la incertidumbre estándar combinada) $\mathbf{u_c}$ = 0,35 mg y (un factor de cobertura) **k**=2.26 basado en la distribución t-student para **v** = 9 grados de libertad, que define un intervalo estimado que tiene un nivel de confianza del 95 por ciento”.

Información necesaria para un informe detallado:

a) Dar el valor de cada estimación de entrada $\mathbf{x_i}$ y de su incertidumbre estándar $\mathbf{u(x_i)}$, junto con una descripción de cómo han sido obtenidas.
b) Proporcionar las covarianzas estimadas, o los coeficientes de correlación estimados (preferiblemente ambas cosas), asociadas a todas las estimaciones de entrada que están correlacionadas, así como los métodos utilizados para su obtención.
c) Dar los grados de libertad de la incertidumbre estándar de cada estimación de entrada, y la forma en que se obtuvieron.
d) Indicar la relación funcional $\mathbf{Y}=f(\mathbf{X_1},\mathbf{X_2},\ldots,\mathbf{X_N})$ y, cuando se juzgue útil, las derivadas parciales o coeficientes de sensibilidad $\partial \mathbf{f} / \partial \mathbf{x_i}$. Si alguno de estos coeficientes han sido obtenidos experimentalmente, también debe incluirse su proceso de obtención.

9. Manejo de Cifras

Los valores numéricos de la estimación **y** y su incertidumbre estándar $\mathbf{u_c(y)}$ o la incertidumbre expandida **U** no deben tener un número excesivo de cifras. Los siguientes puntos son recomendaciones de cómo proceder:

- Es práctica común usar un valor máximo de dos cifras significativas.
- Es posible retener mas cifras adicionales en situaciones donde se quiera evitar errores por redondeo en cálculos subsecuentes.
- Se recomienda redondear o utilizar un numero de cifras significativas en función de la incertidumbre calculada.
- El número cero será tratado como cualquier cifra.
- No usar mas cifras que la resolución del instrumento, ya que no es posible afirmar cifras más allá de la resolución.
- Los coeficientes de correlación $\mathbf{r(x_i,x_j)}$ deberían ser expresados con 3 cifras significativas, si su valor es cercano a la unidad.

Por ejemplo, si el valor estimado de una medición es y = 10.057 62 Ω y su incertidumbre estándar combinada es $\mathbf{u_c(y)}$ = 27 mΩ, se debe redondear a y = 10.058 Ω.

<u>Nota:</u> la estructura dada en este ejemplo es del tipo y = 0.000 000 [unidad], no confundirse con la separación luego de la milésima con otro número aparte.

10. <u>Resumen del procedimiento para evaluar la incertidumbre</u>

Las etapas a seguir para evaluar y expresar la incertidumbre del resultado de una medición, tal como se presentan en esta guía, pueden resumirse como sigue:

1. Se expresa matemáticamente la relación existente entre el mensurando **Y** y las magnitudes de entrada $\mathbf{X_i}$ de las que depende **Y** según **Y** = **f**($\mathbf{X_1}$, $\mathbf{X_2}$, ..., $\mathbf{X_N}$). La función **f** debe incluir todas las magnitudes, incluyendo correcciones y factores de corrección que pueden contribuir significativamente a la incertidumbre del resultado de medición.
2. Se determina $\mathbf{x_i}$, valor estimado de la magnitud de entrada $\mathbf{X_i}$, ya sea a partir del análisis estadístico de una serie de observaciones o por otros métodos.
3. Se evalúa la incertidumbre estándar $\mathbf{u(x_i)}$ de cada estimación $\mathbf{x_i}$. Para una estimación de entrada obtenida por análisis estadísticos de series de observaciones, la incertidumbre estándar se evalúa tal como se describe en “Evaluación Tipo A de la incertidumbre típica”. Para una estimación de entrada obtenida por otros medios, la incertidumbre estándar $\mathbf{u(x_i)}$ se evalúa tal como se describe en “Evaluación Tipo B de la incertidumbre típica”.
4. Se evalúa las covariancias asociadas a todas las estimaciones de entrada que estén correlacionadas.
5. Se calcula el resultado de medición, esto es, la estimación **y** del mesurando **Y**, a partir de la relación funcional **f**, utilizando para las magnitudes de entrada $\mathbf{X_i}$ las estimaciones $\mathbf{x_i}$ obtenidas en el paso 2.

6. Se determina la incertidumbre estándar combinada **u_c(y)** del resultado de medición **y**, a partir de las incertidumbres estándar y de las covariancias asociadas a las estimaciones de entrada. Si la medición determina simultáneamente más de una magnitud de salida, se calcula sus covariancias.
7. Si es necesario se da una incertidumbre expandida **U**, cuyo propósito es proporcionar un intervalo **y** – **U** a **y** + **U**, en el que puede esperarse encontrar la mayor parte de la distribución de valores que podrían, razonablemente, ser atribuidos al mensurando **Y**, multiplicar la incertidumbre estándar combinada **u_c(y)** por un factor de cobertura **k** normalmente comprendido en un campo de valores entre 2 y 3, para obtener **U** = **k*****u_c(y)**. Se selecciona **k** considerando la probabilidad de cobertura requerida para el intervalo.
8. Se informa el resultado de medición **y**, junto con su incertidumbre estándar combinada **u_c(y)**, o su incertidumbre expandida **U**. Utilizar una de las formas de expresión recomendadas en "Informe de la incertidumbre". Describir cómo han sido obtenidos los valores de **y** y de **u_c(y)** o **U**.

A los fines de ordenar la información se presenta un ejemplo de un "presupuesto de incertidumbre", en el cual se incluyen todos los datos utilizados para determinar la incertidumbre de una medición. La siguiente tabla constituye un modelo de cómo realizar un presupuesto y que es posible de adaptarlo a diferentes casos:

Magnitud	Estimación	Tipo de Incertidumbre	Fuente de Incertidumbre	Incertidumbre típica	Coef. De sensibilidad	Contribución a la incertidumbre Combinada	Grados de libertad
Xi	Xi			u(xi)	Ci	u i (y)	ν_i
X_1	x_1	.	.	$u_{(x1)}$	c_1	u_1 (y)	.
X_2	x_2	.	.	$u_{(x1)}$	c_2	u_1 (y)	.
X_3	x_3		.	$u_{(x1)}$	c_3	u_1 (y)	.
.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.
X_N	x_n	.	.	$u_{(xn)}$	c_n	u_n(y)	.
Y	y					u (y)	ν_{eff}

Tipo A ó B

- ***Repetitividad.***
- ***Truncamiento.***
- ***Datos del fabricante***
- ***Calibración.***

- ***n-1 (Tipo A).***
- ***∞ (Tipo B)***

11. Anexos

Anexo I - Distribución “t” de Student

Valor de $\mathbf{t_p(v)}$ de la distribución t, para **v** grados de libertad, que define un intervalo de $-\mathbf{t_p(v)}$ a $+\mathbf{t_p(v)}$, que incluye la fracción **p** de la distribución.

Número de grados de libertad, v	Fracción p, en porcentaje (%)					
	68,27 a)	90	95	95,45 a)	99	99,73 a)
1	1,84	6,31	12,71	13,97	63,66	235,80
2	1,32	2,92	4,30	4,53	9,92	19,21
3	1,20	2,35	3,18	3,31	5,84	9,22
4	1,14	2,13	2,78	2,87	4,60	6,62
5	1,11	2,02	2,57	2,65	4,03	5,51
6	1,09	1,94	2,45	2,52	3,71	4,90
7	1,08	1,89	2,36	2,43	3,50	4,53
8	1,07	1,86	2,31	2,37	3,36	4,28
9	1,06	1,83	2,26	2,32	3,25	4,09
10	1,05	1,81	2,23	2,28	3,17	3,96
11	1,05	1,80	2,20	2,25	3,11	3,85
12	1,04	1,78	2,18	2,23	3,05	3,76
13	1,04	1,77	2,16	2,21	3,01	3,69
14	1,04	1,76	2,14	2,20	2,98	3,64
15	1,03	1,75	2,13	2,18	2,95	3,59
16	1,03	1,75	2,12	2,17	2,92	3,54
17	1,03	1,74	2,11	2,16	2,90	3,51
18	1,03	1,73	2,10	2,15	2,88	3,48
19	1,03	1,73	2,09	2,14	2,86	3,45
20	1,03	1,72	2,09	2,13	2,85	3,42
25	1,02	1,71	2,06	2,11	2,79	3,33
30	1,02	1,70	2,04	2,09	2,75	3,27
35	1,01	1,70	2,03	2,07	2,72	3,23
40	1,01	1,68	2,02	2,06	2,70	3,20
45	1,01	1,68	2,01	2,06	2,69	3,18
50	1,01	1,68	2,01	2,05	2,68	3,16
100	1,005	1,660	1,984	2,025	2,626	3,077
∞	1,000	1,645	1,960	2,000	2,576	3,000

a) Para una magnitud z descripta por una distribución normal de esperanza matemática μ_z y desviación estándar σ, el intervalo $\pm k\sigma$ incluye respectivamente las fracciones p = 68,27%, 95,45%, y 99,73% de la distribución, para valores de k = 1, 2 y 3.

Anexo 2 - Distribuciones Normal, Rectangular y Triangular

Valores de **k** para distribuciones de probabilidad Normal, Rectangular y Triangular para diferentes niveles de confianza **p**.

Nivel de confianza (p)	Si "y" tiene Distribución Normal	Si "y" tiene Distribución Rectangular	Si "y" tiene Distribución Triangular
57.70 %	k = 0.8	k = 1.00	k = 0.85
68.30 %	k = 1.00	k = 1.19	k = 1.08
95.00 %	k = 1.96	k = 1.65	k = 1.90
95.45 %	k = 2.00	k = 1.66	k = 1.94
99.00 %	k = 2.57	k = 1.71	k = 2.21
99.73 %	k = 3.00	k = 1.73	k = 2.34

La fórmula para obtener el "**k"** de una distribución rectangular (centrada en el estimador **y**) es $k = p * \sqrt{3}$, para el caso de la distribución triangular $k = \sqrt{6}\left(1 - \sqrt{1 - p}\right)$.[2]

12. Archivos auxiliares

- ACU-GOP-- 118 Evaluación de las incertidumbres de medición_Rev00.docx

13. Documentación de Referencia

- JCGM 100:2008 – Evaluation of measurement data — Guide to the expression of uncertainty in measurement" y "United Kingdom Accreditation Service. (1997). The expression of uncertainty and confidence in measurement. United Kingdom Accreditation Service."
- BIPM, & IEC, & IFCC, & ILAC, & ISO, & IUPAC, & IUPAP, & OIML,. (2008). Evaluation of measurement data -- Guide to the expression of uncertainty in measurement.
- Hernández, M. M. P. (2012). Estimación de incertidumbres. Guía GUM. *Revista Española de Metrología*, *1*(3)

[2] Hernández, M. M. P. (2012). Estimación de incertidumbres. Guía GUM. *Revista Española de Metrología*, *1*(3), 113-130.

14. Historial de Cambios

Revisión	Descripción del Cambio	Nombre/Cargo quien solicita cambio	Fecha Aprobación