

Análisis de Caso en el campo de la Ingeniería haciendo uso de tópicos de las Ciencias Básicas. Un enfoque basado Diseño Instruccional.

Alejandro Hossian¹ & Maximiliano Alveal¹

1. Grupo de Investigación en Ciencias Básicas aplicadas a la Ingeniería – Facultad Regional Neuquén – Universidad Tecnológica Nacional – Plaza Huincul – Provincia de Neuquén – Argentina.
alejandrohossian@yahoo.com.ar, maximilianoalveal@hotmail.com

Resumen. La presente propuesta metodológica se enmarca dentro del proyecto de investigación con asentamiento en el departamento de Ciencias Básicas de la Facultad Regional Neuquén de la Universidad Tecnológica Nacional. La metodología propuesta incluye cuatro fases que se llevan a cabo en forma gradual, de manera que el estudiante se sienta capaz de desarrollar un análisis conceptual del caso de estudio. Por consiguiente, se analiza un caso de aplicación en el campo de la Ingeniería con una marcada inclinación a la exploración de las ecuaciones que conforman el modelo matemático del caso en cuestión, en aras de la consecución de un diseño robusto que sea alcanzable por un estudiante medio de la carrera de Ingeniería. Los autores se basan en las teorías prescriptivas del diseño instruccional para su investigación, habida cuenta de que las mismas están orientadas hacia la práctica y estimulan el análisis crítico y reflexivo de situaciones problemáticas ingenieriles.

Palabras Clave: Desarrollo cognitivo, Instrucción, Modelo matemático, Teorías prescriptivas, Energía.

1 Introducción

La columna vertebral de esta labor de investigación es la tesis de maestría en el campo de la Ingeniería de Software desarrollada y defendida en la Universidad Politécnica de Madrid: “*Sistema de Asistencia para la Selección de Estrategias Instruccionales*”, que consistió en la construcción de un sistema experto que recomienda estrategias y actividades de enseñanza en función de variables educativas tales como: características del estudiante, tipo de contenido a enseñar, objetivos y ambiente de aprendizaje entre otras [1]. Se asume como hipótesis de partida del presente trabajo de investigación que el estudiante medio de la carrera de ingeniería atraviesa por una serie de fases hasta adquirir el grado de madurez suficiente para elaborar y resolver un modelo simplificado de la realidad asociada con un determinado problema que se le presenta. En este sentido, se analiza un caso de estudio en el campo de la Ingeniería con una fuerte impronta de tópicos de las Ciencias Básicas, entre los cuales se destacan contenidos curriculares pertenecientes a asignaturas tales como: Análisis Matemático I, Análisis Matemático II, Álgebra y Geometría Analítica y Física I; entre otras. En esta interesante experiencia interdisciplinaria colaboran los equipos de las cátedras de las materias mencionadas a los efectos de que los estudiantes logren un análisis robusto y satisfactorio del caso presentado, tiene lugar en un escenario de cooperación entre las asignaturas que intervienen en el proceso de instrucción tal como se ilustra en la Fig. 1:



Fig. 1. Vinculación entre las asignaturas del Ciclo Básico que dan soporte caso de estudio en Ingeniería

Mediante este proceso de instrucción se intenta dotar al alumno de las herramientas necesarias que le permitan abordar de manera satisfactoria la tarea de construcción y resolución de modelos asociados a un problema real.

2 Marco Teórico

En esta sección se exponen los fundamentos de los conceptos de “*instrucción*” y de las “*teorías de la instrucción*”, los cuales constituyen la base teórica de este proceso de instrucción.

2.1 Concepto de Instrucción

La instrucción puede ser vista como la creación intencional de condiciones en el ambiente de aprendizaje con el objeto de facilitar la obtención de ciertos objetivos educacionales [2, 3]. Desde un punto de vista didáctico, la instrucción consiste en un conjunto de actividades de aprendizaje que se vinculan con todo lo que se espera que realicen los estudiantes con la finalidad de aprender, practicar, aplicar y evaluar entre otras cosas [4]. Estas actividades se articulan en determinadas estrategias de instrucción [5], las cuales ofrecen una guía explícita acerca de la forma más adecuada de implementar estas actividades.

2.2 Teorías de Instrucción

Los fundamentos teóricos que sustentan lo expuesto en la sección anterior se pueden analizar desde una perspectiva “*descriptiva*” o “*prescriptiva*”[6]:

- **Perspectiva Descriptiva:** se consideran a estas teorías como un conjunto de descripciones concernientes a qué resultados se observan como consecuencia de la aplicación de un proceso de instrucción dado y bajo ciertas condiciones del entorno de aprendizaje. Es decir, ayudan a describir los efectos que se producen cuando tiene lugar una determinada clase de sucesos causales.
- **Perspectiva Prescriptiva:** estas teorías pueden ser vistas como un conjunto de prescripciones tendientes a identificar cuál será el proceso de instrucción óptimo para obtener los resultados deseados bajo determinadas condiciones del ambiente educativo. A estas teorías se las llama “*Teorías del Diseño Instruccional*” o “*Teorías de Diseño Educativo*” [7, 8] y están orientadas hacia la práctica o hacia un objetivo. Por ejemplo, si se desea fomentar la retención a largo plazo de algún tipo de información nueva (un objetivo educativo), se sugiere ayudar al estudiante a que relacione esa información con otro tipo de conocimientos asociados que haya recibido con anterioridad (un método educativo).

3 Caso de estudio en el campo de la Ingeniería

Este caso de estudio se focaliza en un proceso de instrucción que se compone de cuatro “*etapas*”, a partir de las cuales el estudiante introduce aquellos conceptos que constituyen la base del dominio de conocimiento del problema que analiza, para luego elaborar las asociaciones existentes entre estos conceptos [9, 10], confecciona el modelo matemático que mejor representa la realidad del caso y resuelve el modelo haciendo uso de una batería de tópicos de las Ciencias Básicas que dispone en esta instancia del proceso de instrucción. A continuación, se detallan cada una de las cuatro etapas del proceso de instrucción propuesto.

Etapas I: Incorporación de los conceptos base del dominio del problema a la estructura cognitiva del estudiante.

En esta etapa el estudiante incorpora los conceptos más relevantes en relación con el dominio que se le presenta. Los procesos cognitivos que se presentan con mayor frecuencia en esta etapa son la adquisición de conocimientos y la comprensión, y las estrategias de enseñanza más apropiadas son:

- 1) Formulación de preguntas con una fluida retroalimentación acerca de las respuestas que brinda el estudiante.
- 2) Estrategias que promueven la asociación de los conocimientos previos que posee el estudiante con los conceptos que están presentes en el problema.

Se presenta un caso de estudio a nivel de proyecto preliminar sin datos numéricos (lo que permite realizar un análisis más profundo de la situación), tomando como base un modelo ingenieril de un bloque descendiendo por un plano inclinado que luego se conecta con una superficie circular en ausencia de fricción. Se le presentan al estudiante dos situaciones, donde en ambas debe obtener la altura mínima desde la cual se debe dejar caer el bloque (que se corresponde con la altura del plano), de manera tal de que se cumplan ciertos requisitos de diseño.

Situación El equipo de investigación focaliza sus investigaciones en el estudio de la “Cinemática de un Brazo Robótico”, para obtener el “Modelo Cinemático Directo”, el cual consiste en determinar cuál es la posición y orientación del extremo final del robot con respecto a un sistema de referencia, conocidos los valores de las articulaciones y los parámetros geométricos de los elementos del robot (variables angulares y longitud de eslabón); y del “Modelo Cinemático Inverso”, cuyo objetivo consiste en hallar los valores que deben adoptar las coordenadas articulares del robot para que el extremo de este adopte una posición y orientación determinadas [3]. En el presente artículo se analiza un caso de manipulador robótico comenzando por el análisis y la obtención de su modelo cinemático directo por medio de las matrices de transformación homogénea; para luego abordar el mismo caso de manipulador, pero suponiendo conocidos los correspondientes valores de la posición y orientación de su extremo, para poder obtener los valores de las coordenadas articulares del robot; obteniendo así su modelo cinemático inverso, que es el objetivo central de esta propuesta.

La resolución de este problema no es trivial, ya que el procedimiento de obtención de las ecuaciones está íntimamente relacionado con la configuración del robot y, por lo general, dicha solución no resulta ser única, dado que pueden existir diversas $n - \text{uplas}$ correspondientes a las coordenadas articulares que proporcionan una misma posición y orientación para el extremo del robot [5]. En figura 1 se puede visualizar los objetivos que se desean cumplir a la hora de abordar la resolución del problema cinemático directo y el problema cinemático inverso. En el primer caso se desea obtener la posición y orientación del robot conocidas las coordenadas articulares; mientras que, en el segundo caso, se desea saber cuáles deben ser estas coordenadas a partir del conocimiento de la posición y la orientación que debe alcanzar el extremo del robot.

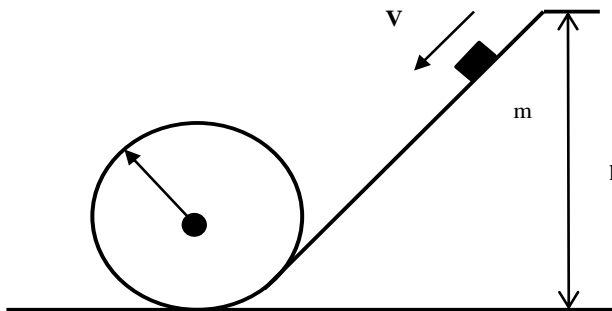


Fig. 2. Primera situación real del caso de estudio. Rizo normal sin corte.

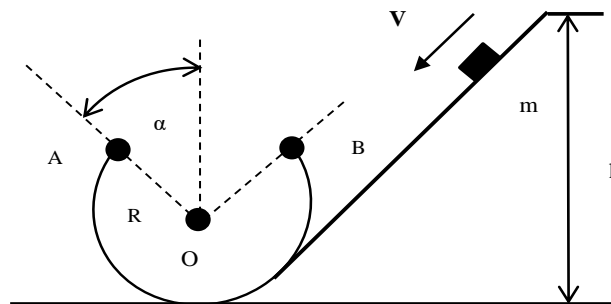


Fig. 3. Segunda situación real del caso de estudio. Rizo normal con un corte.

Tanto para la situación 1 como para la 2, los conceptos sustanciales que se presentan en la estructura cognitiva del estudiante en esta instancia son numerosos y corresponden a las asignaturas mencionadas. Entre los más relevantes se destacan los siguientes: fuerza, masa, aceleración, relaciones trigonométricas, descomposición de fuerzas, conservación de la energía y leyes de la dinámica [11]. El estudiante identifica estos conceptos y va reflexionando acerca de la necesidad de vincularlos, pasando así al desarrollo de la siguiente etapa del proceso.

Etapa II: Construcción de un modelo conceptual del problema en la estructura cognitiva del estudiante.

A partir de esta etapa se plantea el caso para la situación 1 de rizo sin corte. En esta etapa el estudiante asocia los conceptos reconocidos en la etapa anterior y añade otros que le pueden ser de utilidad. Los procesos cognitivos vinculados a esta etapa consisten en la aplicación de leyes y teoremas. Las estrategias que mejor se ajustan son:

- 1) Articulación de los contenidos.
- 2) Procesamiento de la información teórica.

3) Articulación las diferentes ideas que surgen del proceso de análisis del problema.

Se implementan estas estrategias con experiencias en laboratorio transparentes que hace más ágil del proceso de instrucción. Asimismo, el estudiante incorpora al análisis del problema conceptos como el de aceleración centrípeta, balance de energía y el concepto de tiro parabólico para la situación 2 del rizo con corte. Estos conceptos se asocian con los identificados en la etapa I por medio del planteo del “*diagrama de cuerpo en libertad*” realizado para un punto D genérico de la trayectoria del bloque, como se puede observar en Fig. 4.

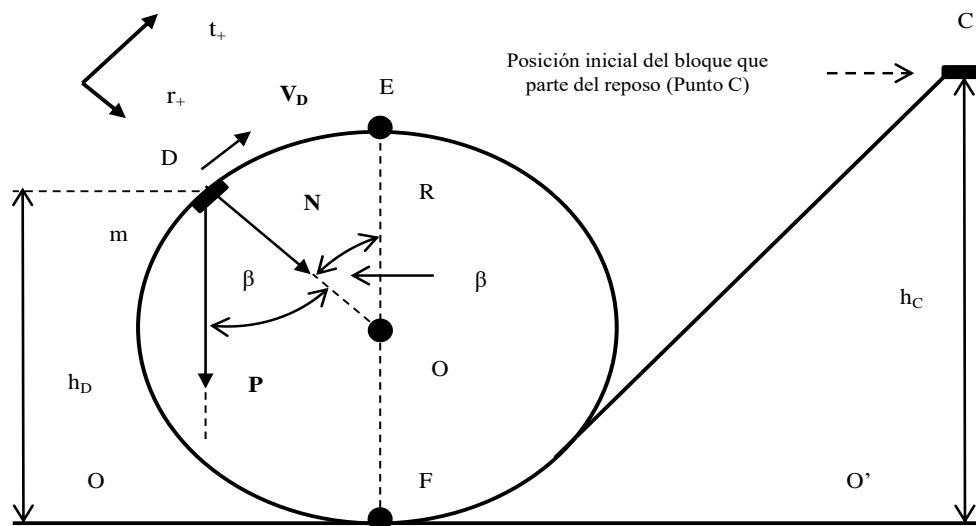


Fig. 4. Diagrama de *Cuerpo Libre* en un punto D genérico de la curva con $P = mg$ es el peso del cuerpo, N es la fuerza normal que el plano ejerce sobre el cuerpo y β es el ángulo entre P y N. Se observan las alturas h_C y h_D para el cálculo de las energías potenciales gravitatorias con respecto al plano de referencia $O - O'$.

En base a las 3 estrategias mencionadas, el estudiante identifica 2 fuerzas que actúan sobre el bloque en el punto genérico D que surgen del diagrama de cuerpo libre: la fuerza normal N dirigida por la normal a su superficie hasta el centro O del rizo y la fuerza peso P vertical hacia abajo; y β el ángulo entre ambos vectores.

Etapa III: Construcción del modelo matemático representativo del problema.

En esta etapa el estudiante diseña un modelo matemático ajustado a la situación real del problema que se plantea. Los procesos cognitivos que se implementan en esta etapa consisten en sintetizar e integrar los conceptos que se identificaron en las etapas anteriores. Las estrategias que se aplican son:

- 1) Estimular en el estudiante la tarea de reflexión e inferencia.
- 2) Estimular en el estudiante la tarea de asociación de conceptos.

Para realizar estas estrategias, se diseñan actividades tales como experiencias más avanzadas en laboratorio y la simulación de mecanismos haciendo uso del software apropiado. El estudiante exige su capacidad de abstracción por medio de un proceso mental que le permite sintetizar e integrar todos los conceptos identificados en las etapas I y II. Para esto, aplica 2 leyes claves para la obtención del modelo matemático de la situación real:

- Leyes Newton de la Dinámica.
- Ley de Conservación de la Energía.

En base al cuerpo de conocimientos adquirido por el estudiante y las dos leyes mencionadas, se poseen las herramientas para confeccionar las ecuaciones que conforman el modelo matemático en cuestión. De la primera ley el estudiante infiere que es una ecuación vectorial (ecuación 1) y debe descomponer la misma en una dirección tangente al movimiento y otra normal (ecuaciones 2 y 3); siendo a_t y a_r las aceleraciones tangencial y radial respectivamente, y v_D la velocidad del bloque en el punto genérico D. El planteo de un nuevo diagrama de cuerpo libre como el de Fig. 5 facilita el planteo de estas ecuaciones. De la ecuación 3 se obtiene N (ecuación 4).

$$\vec{P} + \vec{N} = m \vec{a} \quad (1)$$

$$mg(\text{sen}\beta) = ma_t \quad (2)$$

$$mg(\cos\beta) + N = ma_r \Rightarrow mg(\cos\beta) + N = m \frac{v_D^2}{R} \quad (3)$$

$$N = mg \left(\frac{v_D^2}{gR} - \cos\beta \right) \quad (4)$$

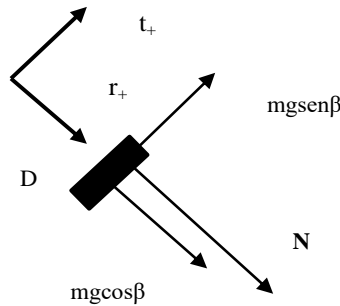


Fig. 5. Diagrama de *Cuerpo Libre* en un punto D genérico de la curva donde la fuerza $\mathbf{P} = mg$ ha sido descompuesta en la dirección radial (r_+) y la dirección tangente a la superficie circular (t_+).

En esta instancia de esta etapa el estudiante observa que la ecuación 2 no es utilizada en el proceso de resolución de caso de estudio, aunque la misma pone de manifiesto una ley de *causa – efecto* en la dirección de movimiento del bloque. No obstante, es instructivo que observe que esta ecuación refleja la naturaleza del movimiento. En este sentido la a_t es causada por la componente del peso en la dirección tangente a la circunferencia ($mg\text{sen}\beta$); y como esta fuerza depende del ángulo β , también a_t depende de β . Si el estudiante analiza esta situación en función del tiempo observa que conforme el bloque va subiendo por el rizo disminuye β , por ende el $\text{sen}\beta$, la componente $mg\text{sen}\beta$ y a_t . Por lo tanto, es un movimiento circular desacelerado (no uniformemente variado), donde la velocidad v disminuye en el tiempo.

Hallar la velocidad en un punto genérico del rizo como el D (v_D) es importante para hallar N en la ecuación 4; lo cual requiere, por las razones expuestas, del cálculo integral. Por tal motivo, el estudiante emplea la ley de conservación de la energía mecánica en ausencia de fuerzas de carácter no conservativo, como las de rozamiento. Luego como la fuerza normal N con la que la superficie del rizo acciona sobre el bloque es perpendicular a la velocidad del mismo en todo punto (como el D), esta fuerza no realiza trabajo. De esta manera, la reserva total de energía mecánica entre 2 puntos cualesquiera queda invariable.

Con este esquema conceptual, el estudiante plantea el balance de energía mecánica entre el punto inicial más alto de la configuración (punto C en Fig. 4 que se corresponde con la altura h_C y desde donde el bloque parte del reposo) y un punto genérico (punto D en Fig. 4 que se corresponde con la altura h_D y donde el bloque está animado de una velocidad v_D).

De forma consecuente con este análisis, el estudiante asocia en su estructura cognitiva que la energía mecánica en un punto es la suma de energía potencial y cinética. En el contexto del presente caso, observa que en el punto C el bloque solo posee energía potencial gravitatoria y en D posee energía potencial gravitatoria. En esta manera, al efectuar el balance de energía mecánica entre los puntos C y D, y deduciendo de Fig. 4 que: $h_D = R + R\cos\beta \rightarrow h_D = R(1 + \cos\beta)$, obtiene la ecuación (5). Luego despeja v_D de ésta obteniendo la ecuación (6).

$$E_{MC} = E_{MD} \Rightarrow mgh_C = mgR(1 + \cos\beta) + \frac{mv_D^2}{2} \quad (5)$$

$$v_D^2 = 2gR \left(\frac{h_C}{R} - 1 - \cos\alpha \right) \quad (6)$$

Y sustituyendo esta última en la expresión (4) se obtiene para N la expresión (7):

$$N = mg \left(2 \frac{h_C}{R} - 2 - 3 \cos \beta \right) \quad (7)$$

Si el estudiante analiza esta expresión como función del ángulo β ($N(\beta)$), para un mismo R y h_C , infiere que la fuerza normal N con la que la superficie del rizo acciona sobre el bloque adquiere su valor máximo para $\beta = \pi$ ($\cos \pi = -1$); es decir, en el punto inferior del rizo (punto F de FIG. 4). Cabe señalar, a efectos de incorporar en el estudiante aspectos vinculados al diseño, que este valor máximo de N no debería superar un valor admisible (N_{ADM}) de fuerza normal estipulada por el diseñador. Este valor admisible puede depender del tipo de material y otros requisitos establecidos en el diseño del rizo. Estos aspectos el estudiante los sintetiza en la ecuación (8).

$$N_{MAX} = mg \left(2 \frac{h_C}{R} + 1 \right) \leq N_{ADM} \quad (8)$$

De la expresión (7) se infiere que N presenta un comportamiento monótonamente decreciente con el ángulo β ; con lo que su valor disminuye a medida que el bloque asciende por el rizo, llegando a su valor mínimo en el punto superior E de Fig. 4, al que corresponde $\beta = 0$ ($\cos \beta = 1$). Se obtiene la expresión (9):

$$N_{MIN} = mg \left(2 \frac{h_C}{R} - 5 \right) \quad (9)$$

Cuando el estudiante lleva a cabo un análisis físico de la expresión (9), si a partir de la misma establece que el bloque no se separa del rizo en el punto superior E de Fig. 4, significa que no se va a separar de él en ningún otro punto. En otras palabras, para un h_C dado el valor mínimo para N va a estar dado por la expresión (9). Ahora bien, si se desea obtener la altura inicial mínima (h_{CMIN}) a partir de la cual el bloque es capaz de llevar a cabo una vuelta completa sin separarse del rizo, esta se obtiene mediante la expresión (9) anulando N_{MIN} . Desde un punto de vista más fino, el estudiante concibe en su estructura cognitiva que N_{MIN} es función lineal de h_C ($N_{MIN}(h_C)$). Por lo que debe obtener el valor de la variable h_C que anula la función, es decir N_{MIN} (ecuación (10)).

$$h_{CMIN} = \frac{5}{2} R = 2,5R \quad (10)$$

El estudiante infiere que para un valor de h_C menor de $2,5R$ el bloque se desprende del rizo antes de llegar al punto superior E de Fig. 4, volando en tiro oblicuo bajo la acción de la gravedad. Para un valor de h_C mayor de $2,5R$ el bloque da la vuelta completa soportando en el punto superior E de Fig. 4 (es importante que no se pierda de vista este concepto, dado el N_{MIN} obtenido en la expresión (9) se obtuvo especializando la expresión (7) para $\beta = 0$ ($\cos \beta = 1$)) una fuerza normal $N_{MIN} > 0$ que el rizo ejerce sobre él.

Etapa IV: Resolución del modelo matemático y análisis crítico y discusión de los resultados obtenidos

En esta etapa el estudiante resuelve el modelo matemático planteado en la etapa III. Los procesos cognitivos asociados a esta fase consisten en:

- Resolución del modelo matemático en función de los parámetros que establece el problema y con las herramientas matemáticas disponibles.
- Análisis crítico y discusión de los resultados obtenidos a partir del desarrollo del proceso 1.

En esta etapa del proceso de instrucción el estudiante desarrolla modelos mentales de la situación que analiza con una mayor flexibilidad cognitiva respecto a las etapas anteriores. Las estrategias que se adoptan consisten en técnicas de comunicación que activen formas de pensamiento cooperativo y el trabajo grupal; y se implementan actividades tales como el uso de software de matemática para agilizar los cálculos y el manejo de las funciones que se ajusten al caso, para que el estudiante se focalice en el análisis de los resultados.

En lo concerniente a la situación 1 del rizo sin corte, se asume a efectos prácticos que esta etapa el estudiante la ha ido cumplimentando en la etapa anterior, conforme ha ido obteniendo las expresiones en forma de razonamiento encadenado. De esta manera, la discusión y análisis crítico ha ido tomando forma en su estructura

cognitiva al obtener expresiones N_{MAX} , N_{MIN} y h_{CMIN} . Para esta situación clásica del rizo sin corte, el estudiante atravesaría esta etapa IV dotando de valores numéricos al modelo para analizar los resultados encontrados.

En virtud de lo expuesto, los autores consideran que es importante profundizar en el caso de estudio proponiendo al estudiante el abordaje de la situación 2 del rizo con corte. Por razones de espacio para el desarrollo del presente trabajo, se hará referencia a aquellas cuestiones distintivas entre una situación y otra. En este sentido, las cuestiones de carácter conceptual referidas al proceso de instrucción son similares a la situación 1, al igual que también son válidas las ecuaciones (1) a (8) y el diagrama de cuerpo libre de Fig. 5 para un punto genérico del rizo. De esta manera, se adiciona para cada etapa los elementos que el estudiante debe incorporar en su estructura cognitiva, a los efectos de abordar en forma satisfactoria el análisis y modelado de la situación 2.

Etapa I: Incorporación de los conceptos base del domino del problema a la estructura cognitiva del estudiante.

El estudiante hace uso de la Fig. 3 de rizo con corte como modelo físico, a la vez que incorpora a su modelo mental los conceptos referidos a tiro parabólico, dado que así es como sale el bloque del punto A en Fig. 3. Los demás conceptos base del domino del problema le son de utilidad al estudiante para abordar esta situación.

Etapa II: Construcción de un modelo conceptual del problema en la estructura cognitiva del estudiante.

Cabe recordar que en este caso el rizo circular presenta un corte simétrico reflejado por el ángulo α que forma la línea que une el centro de la circunferencia con el punto A y la vertical que pasa por el centro, tal como se ve en Fig. 3. El desafío que se le presenta al estudiante en esta situación consiste en obtener la altura mínima desde la cual debe caer el bloque para que el mismo pueda volar en tiro oblicuo bajo el efecto de la fuerza de gravedad, llegando a la continuación del rizo en el punto B. En una instancia más avanzada, debe analizar cómo se relaciona esta altura con el ángulo que caracteriza al corte. Las características fundamentales del movimiento del bloque por el rizo con corte se ilustran con detalle en la Fig. 6.

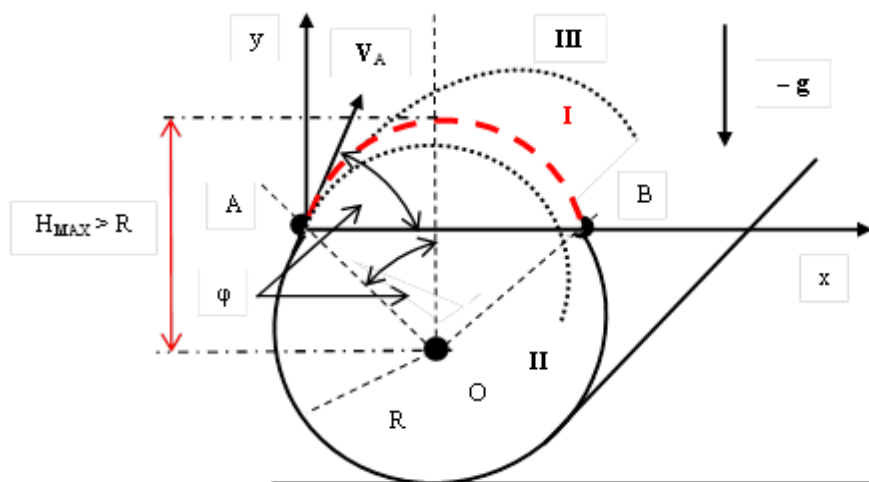


Fig. 6. Movimiento del sólido por el rizo con corte entre los puntos A y B.

En lo que se refiere al modelo conceptual para esta situación 2, además de lo puntualizado para la situación 1 es preciso considerar la necesidad de colocar en forma adecuada el sistema de referencia $x - y$, el vector g vertical hacia abajo y en sentido contrario al eje y^+ y las posibles trayectorias (I, II y III referidas en Fig. 6) que puede seguir el bloque luego de abandonar el rizo en el punto A. En línea con este análisis conceptual, el estudiante se percata de que debe obtener la relación entre la velocidad con la que el bloque debe abandonar el rizo en el punto A (o sea v_A), de tal manera que este respete la trayectoria parabólica I. En otros términos, que aterrice en el punto B como consecuencia de desarrollar esta trayectoria en tiro oblicuo. También es preciso que conecte estas consideraciones cinemáticas con las vinculadas al balance de energía y las leyes de la dinámica.

Etapa III: Construcción del modelo matemático representativo del problema.

Como ya se mencionó, en esta etapa el estudiante diseña un modelo matemático ajustado a la situación real del problema que se plantea, agregando los conceptos que son necesarios para esta situación 2. El elemento distintivo que detectó el estudiante con respecto a la situación anterior es el hecho de que el bloque sale en tiro parabólico; por lo tanto y atento a lo descrito en la Fig. 6, se plantean las ecuaciones horarias (11) y (12) que vinculan la posición del bloque según los ejes x e y con respecto al tiempo, respectivamente:

$$y(t) = v_A \operatorname{sen} \varphi t - \frac{1}{2} g t^2 \quad (11)$$

$$x(t) = v_A \operatorname{cos} \varphi t \quad (12)$$

Estas 2 ecuaciones completan el modelo matemático representativo de la situación 2.

Etapa IV: *Resolución del modelo matemático y análisis crítico y discusión de los resultados obtenidos*

El estudiante comienza sintetizando el primer proceso cognitivo asociado a esta etapa: *Resolución del modelo matemático*. La dependencia de las posiciones x e y con respecto al tiempo que proporcionan las ecuaciones (11) y (12), le permiten al estudiante inferir 2 condiciones que se deben cumplir en forma simultánea, a saber: el estudiante identifica que en el mismo instante t_B en que el bloque alcanza el punto B, la coordenada en x de posición del bloque toma el valor $2R$ y la coordenada en y es nula. Este hecho queda expresado por medio de las ecuaciones (13) y (14), que constituyen lo que se denomina “condiciones de borde” para esta situación.

$$0 = v_A \operatorname{sen} \varphi t_B - \frac{1}{2} g t_B^2 \quad (13)$$

$$2R \operatorname{sen} \varphi = v_A \operatorname{cos} \varphi t_B \quad (14)$$

Despejando t_B de la ecuación (13) y reemplazando en la (14) se obtiene para v_A la expresión (15):

$$v_A^2 = \frac{gR}{\operatorname{cos} \varphi} \quad (15)$$

Este es el valor de velocidad con que el bloque debe abandonar el rizo con corte en el punto genérico A para que aterrice “exactamente” en el punto simétrico B, del otro lado del rizo. Para obtener la altura h_C de Fig. 4 (en este caso para el rizo con corte) en función del ángulo de corte φ , es preciso igualar las dos expresiones (6 y 15) evaluadas en un punto genérico, sustituyendo el ángulo α por φ en la expresión (6). Se obtiene la expresión (16).

$$h_C(\varphi) = R \left[1 + \operatorname{cos} \varphi + \frac{1}{(2 \operatorname{cos} \varphi)} \right] \quad (16)$$

Tomar el punto D o el A para el análisis de cuerpo libre y balance de energía (D para el rizo sin corte y A con corte), no influye en la obtención de las expresiones (6) y (15). Es importante señalar que la expresión (6) fue obtenida a partir de consideraciones energéticas y la expresión (15) a partir de consideraciones cinemáticas. La expresión (16) proporciona la altura h_C con la cual el bloque vence el rizo con corte atendiendo; tanto a las condiciones de borde (13) y (14), como al balance de energía que brinda la expresión (6). La expresión (16) no conforma el modelo matemático obtenido en la etapa III, sino que es consecuencia del trabajo del estudiante con las ecuaciones del mismo. Con la idea de adentrarse en la fase de diseño el estudiante explora la expresión (16) y detecta que para un radio R del rizo, existe una dependencia funcional entre la altura h_C y el ángulo de corte φ conforme a (16). En esta línea de análisis, el estudiante considera sustancial abordar la representación funcional $h_C(\varphi)$ obteniendo la curva de Fig. 7 con los valores que presenta la misma.

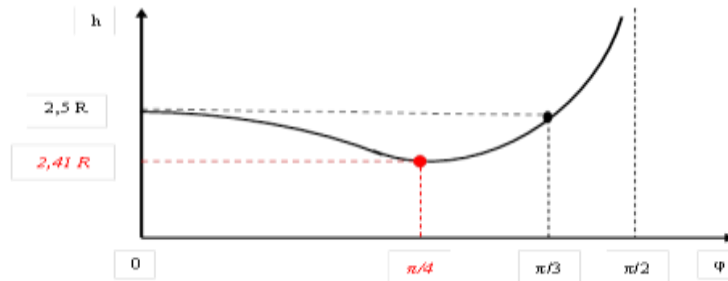


Fig. 7. Variación de la altura inicial h con el ángulo de corte del rizo φ .

Con estos elementos, el estudiante continúa con la síntesis del segundo proceso cognitivo asociado a esta etapa: *Análisis crítico y discusión de los resultados obtenidos*. El estudiante analiza los siguientes factores:

- Conforme a especificaciones de diseño se debe cumplir que $N_{MAX} \leq N_{ADM}$; el estudiante debe prestar suma atención a esta condición, dado que si se diese el caso de que $N_{MAX} > N_{ADM}$, entonces puede que también deba ajustarse el valor de h_C en la expresión (8) para que N_{MAX} sea a lo sumo igual al valor N_{ADM} en el punto inferior F del rizo en Fig.4. Este análisis es válido para ambas situaciones 1 y 2 (rizo sin corte y con corte).
- El estudiante lleva a cabo un análisis conjunto de la expresión (16) y su correspondiente representación gráfica de Fig. 7. Cabe señalar que si bien el estudio y análisis de esta función $h_C(\varphi)$ el estudiante lo pudo haber realizado en el proceso cognitivo anterior correspondiente a *Resolución del modelo matemático*; los autores se permiten suponer una pequeña alteración en el orden del desarrollo. En este sentido, se puede colocar la función en software apropiado y así obtener puntos de interés (intersección con ejes, extremos relativos y puntos de inflexión, entre otros), o también que el estudiante proceda a resolver en forma manual.
- Teniendo en cuenta de que para cada valor de φ entre 0 y $\pi/2$ se obtiene una altura inicial h_C desde la cual se deja caer el bloque conforme a la expresión (16), se obtienen las siguientes conclusiones de interés:
 - 1) En caso de que se elija un valor de h_C **igual** al que proporciona la expresión (16), y suponiendo que el bloque llega al punto A de Fig. 6, este desarrollará una trayectoria parabólica como la I en esa figura. Así el bloque aterriza en el punto B del rizo; y dada la simetría de la ubicación de los puntos A y B, el bloque alcanza el punto B con una velocidad dirigida por la tangente a la circunferencia (el estudiante puede demostrar este hecho a partir del cálculo diferencial, comprobando que la pendiente a la ecuación de la trayectoria I en el punto B es igual a la pendiente de la circunferencia en dicho punto).
 - 2) En caso de que se elija un valor de h_C **menor** que el proporciona la expresión (16), e inclusive suponiendo que el bloque alcanza el punto A de Fig. 6, este desarrollará una trayectoria parabólica como la II en esa figura. En consecuencia, el bloque pega contra el rizo debajo del punto B.
 - 3) En caso de que se elija un valor de h_C **mayor** que el proporciona la expresión (16), el bloque abandona el rizo a través del corte desarrollando una trayectoria parabólica como la III, que se ilustra en Fig. 6.
 - 4) Otra conclusión importante que se infiere de la expresión (16), es que para $\varphi = 0$ (situación 1 de rizo sin corte) $h_C = 2,5R$. Este valor coincide con la altura inicial mínima de ecuación (10) de rizo cerrado.
 - 5) Del análisis de la función $h_C(\varphi)$ de la expresión (16) representada en la gráfica de Fig. 7, el estudiante calcula que esta función presenta un mínimo en $\varphi = \pi/4$, al cual le corresponde un $h_{CMIN} = 2,41R$. Lo que significa que para un rizo con un radio R y un corte de $\varphi = \pi/4$, la altura inicial mínima desde la que se debe dejar caer al bloque para que llegue al punto A y alcance el punto B, es de $h_{CMIN} = 2,41R$. Asimismo, si con un ángulo de corte $\varphi = \pi/4$ se adoptara una h_C menor que $2,41R$, entonces el bloque no llega al punto A de Fig. 6 y desarrollaría una trayectoria como la II en dicha figura.
 - 6) El estudiante asocia en esta instancia, de que este valor de $h_{CMIN} = 2,41R$ (si se adoptara en el diseño) debe sustituirse en la expresión (8), a los efectos de verificar la condición de que $N_{MAX} \leq N_{ADM}$.
 - 7) En lo que se refiere al comportamiento global de la función $h_C(\varphi)$ de la expresión (16), se observa que la misma decrece en el intervalo $[0, \pi/4]$ hasta llegar a su mínimo en $\varphi = \pi/4$. A partir de este punto la función comienza a crecer, observando que para un rizo con un ángulo de corte de $\varphi = \pi/3$ se verifica

que $h_C = 2,5R$, que es el valor de altura inicial mínima para la situación 1 de rizo sin corte. Luego se observa que la altura inicial h_C tiende al infinito conforme $\varphi \rightarrow \pi/2$.

- 8) De este último punto el estudiante deduce que para ángulos de corte en el intervalo $\pi/4 < \varphi < \pi/3$, la altura inicial que se necesita para que el bloque pase del punto A del rizo al punto B de Fig. 6 está en el intervalo $2,41R < h_C < 2,5R$. Es decir, que h_C es menor que la altura mínima de rizo sin corte.
- Una última consideración que se le puede plantear al estudiante en esta instancia, consiste en verificar que la altura máxima que alcanza el bloque cuando desarrolla la trayectoria parabólica I mostrada en Fig. 6 siempre está por arriba de la continuación de la circunferencia que representa al rizo. Operando con las ecuaciones horarias de tiro parabólico se obtiene la expresión (17) para la altura máxima (y_{MAX}):

$$y_{MAX} = \frac{v_A^2 \operatorname{sen}^2 \varphi}{2g} \quad (17)$$

Y sustituyendo en esta expresión v_A^2 de la ecuación (12) se obtiene para y_{MAX} la expresión (18):

$$y_{MAX} = \frac{R \operatorname{sen}^2 \varphi}{2g \cos \varphi} \quad (18)$$

Se obtiene así la expresión (19) para H_{MAX} (altura máxima de la trayectoria 1 en Fig. 6 y medida desde el centro O de la circunferencia); expresión esta que es mayor que R para todo intervalo $0 < \varphi < \pi/2$.

$$H_{MAX} = R \cos \varphi + \frac{R \operatorname{sen}^2 \varphi}{2g \cos \varphi} \Rightarrow H_{MAX} = \frac{R}{2} \left[\cos \varphi + \frac{1}{\cos \varphi} \right] \quad (19)$$

4 Conclusiones y trabajos futuros

Teniendo en cuenta que el presente proyecto se encuentra en pleno desarrollo, tanto las conclusiones como los futuros lineamientos a considerar son de carácter parcial.

Respecto a las conclusiones:

- El desarrollo del proceso de instrucción en etapas, se adapta al estadio del desarrollo cognitivo que posee el estudiante.
- Se observa un ligero incremento de la maduración cognitiva de los estudiantes cuando logran comprender el significado de las expresiones analíticas obtenidas.
- Se observa un incremento en el nivel de motivación de los estudiantes cuando analizan situaciones que se corresponden con actividades vinculadas al diseño.
- Se observa que ciertos estudiantes intentan superarse para ubicarse en niveles cognitivos similares a otros que se encuentran en un nivel mayor.

Respecto a las actividades futuras:

- Potenciar el grado de interacción con asignaturas del ciclo básico, logrando así una instrucción más integral.
- Actualmente, está en desarrollo una V etapa cuyo objetivo consiste en la elaboración de una base de casos de análisis, los cuales no se almacenan como entidades aisladas, sino que se relacionan y se integran dando lugar a la conformación de ciertos “patrones” de análisis [12].
- Promover una mayor articulación con los ciclos superiores para realizar un seguimiento adecuado del proceso en dichos ciclos.
- Incorporar casos con espíritu crítico y analítico de manera gradual en el curso de ingreso/nivelación a la facultad de ingeniería.

Referencias

1. Hossian Alejandro. *Sistema de Asistencia para la Selección de Estrategias Instruccionales*. Tesis de Maestría no publicada. Tesis de Magíster en Ingeniería del Software. Instituto Tecnológico de Buenos Aires. Universidad Politécnica de Madrid. España. (2003).
2. Gagné R. M., Briggs L. J. & Wager W. W., *Principles of Instructional Design*, Ed. Wadsworth/Thomson Learning. Belmont, CA. USA., 1992.
3. Adler, M. The Paedeia proposal: *An Educationmanifesto*.,Ed. Nueva York: Mc Millan., 1982.
4. Merrill, M. D., *Instructional Transaction Theory: Instructional Design Based on Knowledge Objects*.,Ed. EducationalTechnology, 36, 30-37., 1996.
5. Hossian Alejandro A., Cejas Lilian., *Una propuesta de diseño instruccional para su aplicación en carreras de ingeniería. Un caso de estudio en asignaturas del ciclo básico*. Jornada de enseñanza de la ingeniería. Facultad Regional Buenos Aires. Universidad Tecnológica Nacional. Buenos Aires. 2011.
6. Reigeluth, Charles. M. *Instructional design theories and models: a new paradigm of instructional theory*.,Ed. Lawrence Erlbaum Associates., 1999.
7. Jonassen, D. H. Certainty., *Determinism and Predictability in Theories of Instructional Design: Lessons from Science*., Ed.Educational Technology., 1997.
8. Perkins, D. N. Smart schools: *Better thinking and learning for every child*., Ed.Nueva York: The Free Press., 1992.
9. Ausubel, D. P. Psicología Educativa., *Un punto de vista cognoscitivo*., 2º Edición., Ed. Trillas., México., 1983.
10. Schuel, T. J., *Cognitive Conceptions of Learning*., Ed. Review of Educational Research., Vol 56 (4) pp. 411-436., 1996
11. Bútikov, M., Bíkov, A. & Kondrátiev, A., *Física en ejemplos y problemas*., Ed. Mir., Moscú., 1991.
12. Alexander C., *A Timeless Way of Building*., Ed.OxfordUniversityPress., 1999.