

Serie: Tesis de Posgrado

**Implementación de Técnicas de
Estimación de Estado Armónico
en Sistemas Eléctricos
de Distribución**

Diego Martín Ferreyra - 2014

**Universidad Nacional de Río Cuarto,
Provincia de Córdoba, República Argentina**

Universidad Tecnológica Nacional – República Argentina

Rector: Ing. Héctor C. Brotto

Vicerrector: Ing. Pablo Andrés Rosso

edUTecNe – Editorial de la Universidad Tecnológica Nacional

Coordinador General: Ing. Ulises J. P. Cejas

Director de Ediciones: Ing. Eduardo Cosso

Coordinador del Comité Editorial: Dr. Jaime Moragues

Áreas Pre-prensa y Producción:

Téc. Bernardo H. Banega, Ing. Carlos Busqued, Nicolás Mauro

Área Promoción y Comercialización: Fernando H. Cejas,

Dr. Lázaro Brito Godoy

Publicación en web:

Carlos Fagioli, Daniel Fagioli, Bernardo Banega

© edUTecNe 2014

Ejemplar para uso personal exclusivamente. Prohibida su venta o reproducción total o parcial en cualquier medio de soporte sin permiso expreso de edUTecNe.

edUTecNe recuerda que las obras publicadas en su sitio web son de libre acceso para fines académicos y como un medio de difundir la producción cultural y el conocimiento generados por autores universitarios o auspiciados por las universidades, pero que estos y edUTecNe se reservan el derecho de autoría a todos los fines que correspondan.

Una publicación electrónica de edUTecne



la editorial de la Universidad Tecnológica Nacional, República Argentina.

Sarmiento 440, Piso 6

(C 1041AAJ) Buenos Aires, República Argentina

<http://www.edutecne.utn.edu.ar>

**IMPLEMENTACIÓN DE TÉCNICAS DE
ESTIMACIÓN DE ESTADO ARMÓNICO
EN SISTEMAS ELÉCTRICOS DE DISTRIBUCIÓN**

por

Diego Martín Ferreyra

Tesis presentada para la obtención del grado de

Magíster en Ciencias de la Ingeniería

Mención: Ingeniería Eléctrica

FACULTAD DE INGENIERÍA
UNIVERSIDAD NACIONAL DE RÍO CUARTO
Río Cuarto (Córdoba), ARGENTINA

Septiembre de 2014

**IMPLEMENTACIÓN DE TÉCNICAS DE
ESTIMACIÓN DE ESTADO ARMÓNICO
EN SISTEMAS ELÉCTRICOS DE DISTRIBUCIÓN**

por

Diego Martín Ferreyra

Dr. Ing. Claudio Reineri

Director

Dr. Ing. Juan Carlos

Gómez Targarona

Codirector

APROBADA POR:

Dr. Ing. Juan M. Alemany

Dr. Ing. Jorge Vaschetti

Mg. Ing. Diego Moitre

Mg. Ing. Mercedes Carnero

Secretaria de Posgrado de la Facultad de Ingeniería de la UNRC

M. Sc. Jorge Barral

Secretario de Posgrado y Cooperación Internacional de la UNRC

Septiembre de 2014

A Carina, por su acompañamiento incondicional.
A Virginia, Alejandro y Cecilia, por sus renunciaciones y esperas.

AGRADECIMIENTOS

El desarrollo de la presente tesis no habría sido posible sin la participación de numerosas personas e instituciones que brindaron información valiosa y asesoramiento preciso, o que simplemente facilitaron los medios necesarios para acceder a los datos y la bibliografía que requirió la investigación.

En primer lugar, resulta invaluable el apoyo recibido de la Universidad Tecnológica Nacional (UTN) como institución, que propicia de numerosas maneras la formación de posgrado de sus docentes de ingeniería. Adicionalmente, los múltiples espacios que en los últimos años ha venido generando el área de Ciencia, Tecnología y Posgrado de Rectorado garantizan que los docentes investigadores de todas las facultades regionales podamos crecer como tales, y a la vez propician la necesaria difusión del conocimiento que generamos con nuestro trabajo cotidiano.

Particularmente, en la Facultad Regional San Francisco de la UTN, mi lugar de trabajo, muchas personas contribuyeron de una u otra manera a mi investigación. Con el riesgo de omitir algunos nombres, corresponde considerar a todas aquellas personas que desde diferentes ámbitos estuvieron presentes en diferentes etapas de trabajo. Entre los funcionarios que me apoyaron específicamente en este emprendimiento puedo enumerar al Decano Mg. Ing. Daniel Ferradas, al Secretario Académico Ing. Ricardo Martini, y sobre todo al Secretario de Ciencia y Tecnología Ing. Javier Saldarini. Cabe una mención muy especial para las bibliotecarias de la institución, Silvana Carrizo y Andrea Rovedatti, cuyo profesionalismo fue invaluable al momento de acceder a material impreso y digitalizado en nuestra facultad y en otras facultades de ingeniería del país. En cuanto a colegas docentes investigadores, merece un reconocimiento muy especial el Mg. Ing. Omar D. Gallo, quien durante muchos años ha trabajado incansable y desinteresadamente para guiarme a mí y a muchos otros colegas y estudiantes en pos del crecimiento del área de Ciencia y Tecnología de nuestra facultad. Otros colegas investigadores me han brindado ayuda de diversas maneras para crecer en el ámbito específico de posgrado, como el Mg. Ing. Gastón Peretti, la Dra. Ing. Alfonsina Andreatta y la Dra. Verónica Nicolau. También, muchos otros docentes estuvieron presentes de diversas maneras, como el Mg. Ing. Ernesto Galiano, el Ing. Gustavo Yoaquino, el Ing. Sergio Felissia, el Ing. Edgardo Benvenuto, el Ing. Raúl Ferrero, el Ing. Raúl Beinotti y la Ing. Mariana Bernard, todos ellos con una ineludible pertenencia a la institución.

En cuanto a la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional de Río Cuarto, donde desarrollé esta tesis, en primer lugar debo agradecer la plena disponibilidad de mi director de tesis el Dr. Claudio A. Reineri y de mi codirector el Dr. Ing. Juan Carlos Gómez. También se hace imprescindible mencionar a todos los miembros del Instituto de Protecciones de Sistemas Eléctricos de Potencia (IPSEP), entre otros el Dr. Ing. Juan Carlos Amatti, y los ingenieros Germán Zamanillo, Daniel Tourn, Sebastián Nesci y Edgardo Florena, que oportunamente aportaron su tiempo para resolver inconvenientes prácticos que se me plantearon y para orientarme técnicamente en diferentes etapas de mi trabajo. En otros grupos y otras áreas de la Facultad de Ingeniería, también recibí un gran apoyo de otros docentes, como el Dr. Ing. Cristian de Ángelo, el Dr. Ing. Fernando Magnago, el Mg. Ing. Juan Alemany y la Mg. Ing. Mercedes Carnero. Resulta también sumamente valorable el aporte del Dr. Ing. Sergio Preidikman, de la Universidad Nacional de Córdoba, quien aportó elementos valiosísimos a mi crecimiento como investigador desde etapas muy tempranas de mi formación de posgrado. Por último, la cooperación con el Mg. Ing. Miguel Piumetto, de la Universidad Nacional de Córdoba, resultó sumamente fructífera en numerosos aspectos.

Finalmente, por supuesto, mi mayor agradecimiento va para mi esposa y colega Carina Sarmiento, sin cuyo apoyo personal y académico este emprendimiento habría sido un desafío prácticamente inalcanzable. Y a mis hijitos, Virginia, Alejandro y Cecilia, por haber resignado durante estos años de arduo trabajo tantas horas de tiempo compartido de su infancia.

TABLA DE CONTENIDOS

ÍNDICE DE TABLAS	xiii
ÍNDICE DE FIGURAS	xv
RESUMEN	xix
ABSTRACT.....	xxi
CAPÍTULO I. INTRODUCCIÓN.....	1
1.1. Objetivos.....	2
1.2. Estado de la técnica.....	2
1.3. Enfoque del presente trabajo.....	7
1.4. Organización del trabajo.....	9
CAPÍTULO II. LA CONTAMINACIÓN ARMÓNICA EN LOS SISTEMAS ELÉCTRICOS	11
2.1. Parámetros y definiciones sobre distorsión armónica.....	13
2.1.1. La serie de Fourier	13
2.1.2. Valor eficaz de una señal periódica	16
2.1.3. Tasa de distorsión armónica total	19
2.1.4. Secuencia de fase de las componentes armónicas	20
2.2. Situación actual.....	24
2.3. Principales dispositivos que producen contaminación armónica	26
2.3.1. Dispositivos con saturación magnética.....	27
2.3.2. Dispositivos con arco.....	29
2.3.3. Dispositivos con electrónica de potencia.....	32
2.4. Principales efectos de la distorsión armónica sobre elementos del sistema eléctrico.....	34
2.4.1. Efectos sobre condensadores	35
2.4.2. Efectos sobre transformadores.....	37
2.4.3. Efectos sobre máquinas eléctricas giratorias	40
2.4.4. Efectos sobre los conductores de fase y el conductor neutro	43
2.4.5. Efectos sobre los dispositivos de medición, control y protección	45
2.5. Generalidades sobre la mitigación de efectos perjudiciales de las armónicas.....	46
CAPÍTULO III. LA ESTIMACIÓN DE ESTADO ARMÓNICO EN LOS SISTEMAS ELÉCTRICOS	51
3.1. Fundamentos de estimación de estado en sistemas de potencia	54

3.1.1. Estimación por mínimos cuadrados ponderados	56
3.1.2. Estimación de estado lineal.....	61
3.1.3. Estimación de estado no lineal.....	64
3.2. Detalles de la implementación del algoritmo de estimación de estado	69
3.3. Observabilidad para estimación de estado.....	73
3.3.1. Análisis de observabilidad	75
3.3.2. Consideraciones sobre la inclusión de mediciones de corriente.....	84
3.3.3. Criticidad de mediciones en relación con la observabilidad.....	86
3.4. Detección e identificación de mediciones erróneas	87
3.4.1. Detección de mediciones erróneas.....	89
3.4.2. Identificación de mediciones erróneas.....	93
3.5. Estimación de estado armónico	97
3.5.1. Estimación de estado armónico basada en la estimación de estado clásica..	98
3.5.2. Estimación de estado armónico basado en mediciones fasoriales sincronizadas.....	98
3.6. Método de estimación de estado armónico adoptado en este trabajo	100
CAPÍTULO IV. SIMULACIÓN DE ESTIMACIÓN DE ESTADO ARMÓNICO EN UN SISTEMA ELÉCTRICO DE DISTRIBUCIÓN	103
4.1. Características del modelo de red de distribución adoptado.....	103
4.2. Detalles de la adaptación implementada.....	112
4.3. Cálculos realizados y resultados obtenidos	115
4.4. Interpretación de los resultados	123
CAPÍTULO V. CONCLUSIONES	125
5.1. Detalle de aportes por capítulo	125
5.2. Publicaciones principales.....	126
5.3. Resumen de los resultados del trabajo realizado y su alcance.....	127
5.4. Conclusiones y trabajo futuro	129
REFERENCIAS.....	131
ANEXO A: LA TRANSFORMADA DISCRETA DE FOURIER	141
ANEXO B: REVISIÓN DE LAS EXPRESIONES DE POTENCIA EN FUNCIÓN DE LAS TENSIONES NODALES	147
B.1. Expresión de la potencia activa de flujo	151
B.2. Expresión de la potencia reactiva de flujo	152

ANEXO C: OBTENCIÓN DEL GRADIENTE DE FUNCIONES ESCALARES	155
ANEXO D: MÉTODO DE NEWTON EN PROBLEMAS MULTIVARIABLES (NEWTON-RAPHSON)	159
ANEXO E: PUBLICACIONES REALIZADAS POR EL AUTOR DERIVADAS DE ESTE TRABAJO	161
Publicaciones en congresos	161
Publicaciones en revistas	161
Otras publicaciones con referato.....	161
Artículos web didácticos.....	162

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 2.1. Una de las clasificaciones posibles de las perturbaciones de calidad de energía.....	12
Tabla 2.2. Secuencias de las armónicas en los sistemas trifásicos	22
Tabla 2.3. Secuencias de las armónicas impares en los sistemas trifásicos.....	23
Tabla 4.1. Información sobre los transformadores del sistema de referencia.....	105
Tabla 4.2. Impedancias por unidad de las líneas del sistema de referencia.....	106
Tabla 4.3. Datos de flujo de carga en el sistema.....	106
Tabla 4.4. Varianzas adoptadas para las mediciones.....	120

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 2.1 Representación temporal y fasorial de una onda con 3. ^a armónica de amplitud $\frac{1}{3}$ de la fundamental y ángulo de fase relativo igual a π	15
Figura 2.2 Representación temporal y fasorial de una onda con 3. ^a armónica de amplitud $\frac{1}{8}$ de la fundamental y ángulo de fase relativo nulo.....	15
Figura 2.3 Esquema del cálculo del valor eficaz de una función continua.....	16
Figura 2.4 Esquema de la medición discreta de una magnitud con forma de onda sinusoidal (a) y con forma de onda distorsionada (b).....	17
Figura 2.5 Esquema de la relación entre el valor eficaz de una magnitud con forma de onda distorsionada y los valores eficaces de sus componentes armónicas.....	18
Figura 2.6. Componentes de secuencia positiva, negativa y cero.....	20
Figura 2.7 Diagrama fasorial y evolución temporal de una terna trifásica equilibrada y de sus componentes armónicas de tercer orden (secuencia cero) equilibradas	22
Figura 2.8 Diagrama fasorial y evolución temporal de una terna trifásica equilibrada y de sus componentes armónicas de quinto orden (secuencia negativa) equilibradas.....	22
Figura 2.9. Diagrama fasorial y evolución temporal de una terna trifásica equilibrada y de sus componentes armónicas de séptimo orden (secuencia positiva) equilibradas	22
Figura 2.10. Evolución de los valores promedio de TDT medidos durante 7 días en las tres fases de una instalación eléctrica en una zona urbana residencial	24
Figura 2.11. Detalle de la figura anterior, restringida a las primeras 24 horas del período de medición completo	25
Figura 2.12. Situación de contaminación armónica de la instalación medida, evaluada según los límites especificados en la EN 50160	26
Figura 2.13. Determinación de la corriente de magnetización de un dispositivo con un nivel de saturación moderado (distorsión moderada de la forma de onda de corriente)	27
Figura 2.14. Determinación de la corriente de magnetización de un dispositivo con un nivel de saturación importante (distorsión importante de la forma de onda de corriente)	28
Figura 2.15. Evolución temporal de la distorsión armónica de la corriente consumida por un horno industrial de arco	30
Figura 2.16. Proporción de componentes armónicas de la corriente consumida por un horno industrial de arco durante un ciclo de trabajo de 6 horas	31

Figura 2.17. Forma de onda de la corriente de un rectificador monofásico alimentado por una fuente de tensión sinusoidal e impedancia inductiva.....	33
Figura 2.18. Evolución de la corriente consumida en una fase de un rectificador trifásico	34
Figura 2.19. Efecto de una sobrecarga producida por un problema de resonancia	37
Figura 2.20. Modelado del funcionamiento de un motor asincrónico trifásico de 7,5 kW conectado a los bornes de un variador de frecuencia que acciona un motor de 142 A ..	41
Figura 2.21. Armónicas de tensión en una de las fases de alimentación del rectificador	42
Figura 2.22. Armónicas de corriente en una de las fases del motor de 7,5 kW.....	42
Figura 2.23. Ejemplo de circulación de corrientes armónicas de secuencia cero por el neutro de una instalación trifásica equilibrada con cargas no lineales	44
Figura 2.24. Ejemplo de la caída de tensión producida a frecuencia fundamental por la instalación de un reactor en serie con la carga contaminante	47
Figura 2.25. Configuración con el PAC ubicado (a) en el secundario de un transformador común y (b) en el primario de sendos transformadores	48
Figura 3.1. Variables de estado adoptadas en un sistema eléctrico	52
Figura 3.2. Distribución de probabilidad considerada para la medición de una magnitud	55
Figura 3.3. Interpretación de la clase de medición de un instrumento o sistema de medición.....	57
Figura 3.4. Diagrama de flujo teórico del método iterativo para estimación de estado .	69
Figura 3.5. Diagrama de flujo revisado del método iterativo para estimación de estado	72
Figura 3.6. Grafos: (a) dirigido, (b) no dirigido.....	76
Figura 3.7. Grafo con caminos elementales y no elementales.....	76
Figura 3.8. Grafo no conexo o disjunto.	77
Figura 3.9. Árbol: grafo no dirigido, conexo y sin ciclos.....	77
Figura 3.10. Ejemplo de un grafo que no es un árbol.....	77
Figura 3.11. Sistema eléctrico de ejemplo.....	78
Figura 3.12. Mediciones realizadas sobre el sistema eléctrico de ejemplo	79
Figura 3.13. Asignación de las mediciones de potencia de flujo.....	79
Figura 3.14 Asignación de las mediciones de potencia inyectada.....	80
Figura 3.15. Árbol representativo de la observabilidad del sistema.....	80

Figura 3.16. Sistema de ejemplo con mediciones adicionadas.....	81
Figura 3.17. Sistema de ejemplo con menor cantidad de mediciones	82
Figura 3.18. Grafo obtenido con el método topológico para el mismo sistema con menor cantidad de mediciones	82
Figura 3.19. Sistema de ejemplo con las mediciones reordenadas.....	83
Figura 3.20. Grafo obtenido con el método topológico para el mismo sistema con menor cantidad de mediciones.....	83
Figura 3.21. Ejemplo de multiplicidad de soluciones debido a la inclusión de una medición de corriente.....	84
Figura 3.22. Ejemplo de la determinación de una variable de estado a partir de la medición de tres magnitudes.....	87
Figura 3.23. Indicación del valor estimado para la variable de estado y de los valores recalculados para las magnitudes medidas	88
Figura 3.24. Ejemplo de distribución Chi cuadrado para 5 grados de libertad.....	91
Figura 3.25. Indicación de dos áreas de probabilidad en la distribución Chi cuadrado de ejemplo.....	92
Figura 4.1. Sistema equilibrado de 13 barras propuesto por la IEEE.....	104
Figura 4.2. Espectro en frecuencia de la corriente inyectada en la barra 49:RECT por la carga contaminante; a) amplitudes; b) ángulos.....	107
Figura 4.3. Espectro en frecuencia de la corriente inyectada, en escala logarítmica....	108
Figura 4.4. Versión simplificada en 5 barras del sistema	112
Figura 4.5. Potencias netas inyectadas o consumidas en los 5 nodos.....	113
Figura 4.6. Detalle esquemático de los componentes de carga conectados a cada nodo	114
Figura 4.7. Esquema por fase del circuito equivalente del sistema	115
Figura 4.8. Resultado del flujo de carga a frecuencia fundamental.....	116
Figura 4.9. Estado del sistema (tensiones nodales) para la quinta armónica.....	116
Figura 4.10. Flujo de potencias armónicas activa y reactiva entre los nodos.....	117
Figura 4.11. Potencias armónicas activa y reactiva inyectadas en los nodos	118
Figura 4.12. Representación de resultados de 20 instancias de estimación de estado para una variable de estado en tres frecuencias distintas.....	120
Figura 4.13. Resultados de la detección de la presencia de datos erróneos.....	121
Figura 4.14. Identificación de mediciones con datos erróneos.....	122

Figura A.1. Visualización en el plano complejo de las raíces de la unidad para (a) $n = 2$, (b) $n = 3$, (c) $n = 4$, (d) $n = 5$, (e) $n = 6$, y (f) $n = 7$	143
Figura A.2. Muestreo a intervalos regulares de los valores instantáneos de una magnitud de variación temporal periódica.....	145
Figura B.1. Nomenclatura propuesta en una de las referencias para el modelo monofásico de una línea que une dos nodos.....	148
Figura B.2. Modelo simplificado de la línea en cuestión	149
Figura B.3. Diagrama fasorial de referencia para la deducción de las expresiones de potencias de flujo	150

RESUMEN

Hace tiempo que, en las redes eléctricas, se registra un sostenido crecimiento en la proporción de cargas no lineales, con lo cual las corrientes circulantes distan cada vez más de ser sinusoidales. En régimen permanente, esta situación resulta equivalente a la circulación superpuesta de componentes armónicas de la corriente, de frecuencias múltiplo de la fundamental, calculadas con la transformada de Fourier.

La circulación de corrientes distorsionadas produce a su vez distorsión en las tensiones en todas las barras del sistema, hecho que se denomina propagación de la contaminación armónica. Con tales tensiones no sinusoidales, las cargas del sistema consideradas como sensibles consumen corrientes distorsionadas que no existirían en régimen sinusoidal.

Interesa desarrollar herramientas para identificar las cargas contaminantes y asignar así responsabilidades en la contaminación armónica de una red, a fin de requerir que los usuarios con cargas contaminantes corrijan o compensen sus no linealidades.

Para localizar fuentes de contaminación armónica, una campaña exhaustiva de medición no resulta de suficiente utilidad práctica, especialmente debido a la variabilidad temporal de la contaminación armónica. Una alternativa más razonable para la supervisión de esta situación es la estimación de estado armónico: a partir de un conjunto de mediciones redundantes estratégicamente ubicadas, se obtiene suficiente información sobre la situación del sistema como para estimar la ubicación y magnitud de sus fuentes de contaminación armónica.

En sistemas de transmisión, la estimación de estado armónico está desarrollada en un grado considerable, pero aún sigue en etapa de estudio para sistemas de distribución. Resulta de interés la aplicación de estos algoritmos a nivel de distribución, ya que es específicamente donde se localizan las fuentes de contaminación armónica.

En este trabajo, se implementa un algoritmo de estimación de estado armónico en el modelo de un sistema de distribución. Se obtiene una estimación del estado armónico del sistema, con el cual posteriormente podría recurrirse a alguno de los criterios para la determinación del grado de responsabilidad de cada barra de la red en la contaminación armónica del sistema. Se incluye también la implementación de algoritmos para la detección e identificación de mediciones erróneas.

ABSTRACT

For a long time now, the proportion of non-linear loads in electrical networks has been steadily increasing, which causes circulating currents to be gradually further from sinusoidal. In steady state, this situation can be described as the circulation of overlapped harmonic components of said currents, their frequencies being multiples of the fundamental frequency, and their main parameters being calculated by means of the Fourier transform.

The circulation of distorted currents causes in turn distortion in the voltages of all the system's buses, a circumstance referred to as propagation of harmonic pollution. With said voltages not being sinusoidal, the system's loads deemed as sensitive draw currents with a distortion which would not appear under sinusoidal conditions.

It is of major interest to develop tools for the identification of polluting loads so as to determine accountability for harmonic pollution in a network, in order to require those users with polluting loads to amend or compensate their non-linear behaviors.

For the practical location of harmonic pollution sources, exhaustive measuring campaigns are not very helpful, mainly due to the time-varying nature of harmonic pollution. Instead, harmonic state estimation is a more sensible alternative for the supervision of said condition: Based on a set of redundant measurements performed at strategic locations, enough information is gathered on a system's performance to estimate the location and magnitude of its harmonic pollution sources.

In power transmission systems, harmonic state estimation is in an advanced degree of development, while it is still under study for power distribution systems. It is of interest to apply these algorithms to distribution-level systems, since this is mostly where harmonic pollution sources are located.

In this work, a harmonic state estimation algorithm is implemented on the model of a power distribution system. An estimate of the system's harmonic state is thus obtained, which could then be used together with one of the possible criteria to determine the accountability of each bus for the system's harmonic pollution. Also included is the implementation of algorithms for the detection and identification of bad data in the set of measurements.

CAPÍTULO I.

INTRODUCCIÓN

El presente trabajo tiene por finalidad estudiar los aspectos que hacen a la estimación de estado armónico en los sistemas eléctricos de distribución de media tensión.

En los sistemas eléctricos actuales de corriente alterna, las formas de onda de tensión y de corriente distan bastante de su forma sinusoidal ideal. En pocas palabras, puede aseverarse que, en un sistema eléctrico dado, la circulación de corrientes muy distorsionadas es la causa de que las tensiones de dicho sistema también se distorsionen, aunque típicamente en menor medida. La distorsión de las formas de onda de dichas magnitudes eléctricas se denomina genéricamente distorsión armónica, dada la posibilidad de describir el problema por medio de la descomposición en componentes armónicas.

Un incremento en el nivel de contaminación armónica de una red eléctrica implica inexorablemente el agravamiento de los efectos perjudiciales que conlleva para con los equipos sensibles conectados a la red. Por esta razón, resulta de interés describir cuantitativamente la situación de distorsión armónica a fin de contar con un punto de partida para elaborar estrategias de mitigación de los niveles de contaminación. Esto resulta de interés tanto para los usuarios como para la empresa responsable de la explotación de la red misma.

La contaminación armónica constituye una de las perturbaciones de régimen permanente contempladas entre otros eventos de calidad de energía, también denominada calidad de potencia. La normativa vigente a nivel mundial y nacional prescribe determinados límites que no deben superarse para preservar este aspecto de la calidad de energía de una instalación. Dichos límites se estipulan partiendo de la premisa de que se asigna a la empresa distribuidora de energía responsabilidades sobre la distorsión armónica en las tensiones de la red, mientras que a los usuarios les corresponden responsabilidades sobre la distorsión de las corrientes que consumen. Complementariamente a este criterio genérico, se plantea la necesidad de determinar la ubicación y la magnitud de las fuentes de contaminación armónica. El fin último de esta imputación de responsabilidades es la motorización de esfuerzos conjuntos para tender a la mitigación de los niveles de distorsión armónica en una red dada.

En este trabajo, se aborda la estimación de estado armónico como una alternativa para la supervisión de la distorsión armónica de un sistema eléctrico de distribución, a fin de contribuir a la localización de fuentes de contaminación antes mencionada.

1.1. Objetivos

El siguiente es el objetivo principal del presente trabajo:

- Evaluar técnicas para la estimación del estado armónico en redes eléctricas de distribución e implementar simulaciones representativas.

Se plantean también los siguientes objetivos secundarios:

- Identificar las posibilidades y las limitaciones para la localización y cuantificación de fuentes de contaminación armónica en redes eléctricas de distribución mediante la utilización de técnicas de estimación de estado armónico.
- Describir las condiciones mínimas deseables de los sistemas de medición, procesamiento y transmisión de datos requeridos para la aplicación de la estimación de estado armónico en redes eléctricas de distribución.

1.2. Estado de la técnica

En primer lugar, es importante destacar la importancia que el problema de la distorsión armónica presenta para la industria. La preocupación sobre la determinación de la situación de una red en cuanto a distorsión armónica y sobre las posibilidades de mitigación del problema se ve reflejada en numerosas publicaciones. Por ejemplo, en 2007, Mertens Jr., Dias, Fernandes, Bonatto, Abreu y Arango presentaron un trabajo donde evaluaron los índices de calidad de energía en sistemas de distribución y analizaron la situación concreta de la distorsión armónica [1]. El mismo año, Cobben, Bhattacharyya, Myrzik y Kling presentaron un estudio sobre los requisitos de calidad de energía que se deben considerar en el punto de conexión [2]. Ya en 2006, Moura Carvalho y otros habían presentado un trabajo realizando un aporte para la ubicación de filtros armónicos a fin de mitigar la propagación de la distorsión armónica por una red de distribución [3]. También, como ejemplo concreto de trabajo en nuestro país sobre

esta temática, se puede mencionar que Issouribehere y Barbero publicaron un estudio de perturbaciones en una planta metalúrgica conectada a la red de distribución de media tensión, donde incluyeron especialmente la distorsión armónica como perturbaciones de régimen permanente y evaluaron las posibles medidas de mitigación por aplicar [4].

La publicación por parte de la IEEE de las prácticas recomendadas y los requisitos incluidos en [5], así como otras publicaciones sobre la misma temática, viene a ratificar la importancia que la industria asigna a la distorsión armónica en los sistemas eléctricos.

En cuanto a la estimación de estado armónico en sí, si bien en los capítulos siguientes de este trabajo se hace referencia explícita a cada uno de sus detalles, en este punto pueden anticiparse algunos de sus conceptos principales, a fin de ponderar adecuadamente las referencias que se van presentando.

Genéricamente, la estimación de estado implica el uso de un criterio estadístico dado para asignar valores a las variables de estado (desconocidas) de un sistema, partiendo de mediciones realizadas sobre magnitudes accesibles de dicho sistema. Tales variables de estado se denominan así porque en su conjunto permiten determinar el estado completo del sistema.

Para que la estimación de estado se pueda llevar a cabo en el sistema que se considere, el conjunto de mediciones tomadas debe cumplir con un criterio denominado de observabilidad. Este concepto, que se expone más adelante en este trabajo, se relaciona con el hecho de que algunas de las mediciones realizadas resultan críticas, ya que sin ellas no se puede obtener el resultado de la estimación de estado; del mismo modo, otras mediciones resultan redundantes, ya que aportan más datos para realizar un mejor ajuste en el algoritmo, por ejemplo, por mínimos cuadrados, pero no son imprescindibles para llegar a asignar valores a las variables de estado.

Por lo general, en su aplicación eléctrica, como resultado de la estimación de estado, se obtienen las magnitudes y los ángulos de las tensiones nodales, que a su vez permiten calcular todas las corrientes y potencias puestas en juego en la porción elegida del sistema considerado. En la variante armónica de la estimación de estado, dicho resultado se extiende a cada una de las frecuencias armónicas consideradas. Es decir, se replica la estimación de estado para cada una de las frecuencias armónicas en cuestión, con lo cual, se obtiene el denominado “estado armónico”, el juego de tensiones nodales (magnitud y ángulo) correspondientes a cada frecuencia armónica.

Como afirman Zhou, Lin y Zhu [6], el problema de la estimación de estado armónico fue planteado por primera vez por Heydt en 1989 [7], considerándolo como un problema inverso al del flujo de carga armónico y utilizando un algoritmo de mínimos cuadrados para la estimación del estado armónico.

Un par de años más tarde, en 1991, el mismo Heydt, junto con Beides, describió la aplicación del filtro de Kalman para la estimación dinámica del estado armónico en un sistema de potencia [8].

Posteriormente, en 1994, Meliopoulos, Zhang y Zelingher [9] marcaron otro hito importante con la descripción de un sistema de *hardware* y *software* destinado a la estimación de estado armónico para implementar en el sistema de transmisión explotado por la New York Power Authority en los Estados Unidos.

En 2000, Pham, Wong, Watson y Arrillaga profundizaron en [10] los conceptos desarrollados desde aquella primera publicación de Heydt de 1989, manteniéndose siempre dentro del ámbito de la aplicación en régimen permanente de la estimación de estado armónico en sistemas de potencia.

Luego, en 2004, Soliman y Alammari aportaron un trabajo sobre el modelado de cargas lineales y no lineales basado en la aplicación de un algoritmo de filtrado de Kalman [11]. En 2005, Yu, Watson y Arrillaga [12] también describieron la implementación de un filtro de Kalman adaptable destinado a la estimación dinámica de estado armónico y al seguimiento de las corrientes armónicas inyectadas en un sistema de potencia de 220 kV instalado en Nueva Zelanda. En relación con el mismo tema, Kumar, Biswarup y Sharma [13] presentaron en 2006 la aplicación de un algoritmo incluyendo filtro de Kalman extendido para la estimación dinámica del estado armónico de un sistema de potencia, destacando la robustez del algoritmo implementado. Otro trabajo con un enfoque dinámico similar se plantea en la publicación de 2007 de Ruiz Vallejo, Ortiz Quintero y Ríos Porrás, donde no solo se aplica estimación de estado para la identificación de fuentes armónicas, sino que se incorpora el filtro de Kalman al algoritmo [14].

En 2006, Al-Kandari y El-Naggar propusieron un método de identificación recursiva de cargas armónicas en sistemas de potencia [15]. Más recientemente, en 2007, Liao [16] profundizó el estudio de la estimación de estado armónico en sistemas de potencia, planteando un estudio de observabilidad basado en la maximización del grado de dispersión de las matrices asociadas con el algoritmo de estimación de estado.

Nótese que, en la enumeración anterior de antecedentes, se detallan mayoritariamente aspectos relativos a la estimación de estado armónico aplicada a sistemas de potencia, o al menos de subtransmisión. Recién en 1997, con una ponencia de Islam y Samra [17], se comenzó a pensar más firmemente en la aplicación de los mismos conceptos a sistemas de distribución.

Más recientemente, con una propuesta de D'Antona, Muscas y Sulis [18] y la posterior profundización del tema en una publicación [19], se aportó un enfoque específicamente bayesiano del problema de estimación de estado armónico, particularmente pensado para su aplicación en sistemas de distribución. Tal enfoque implica la inferencia bayesiana, denominada así por el teorema de Bayes, utilizado para la expresión numérica (aunque subjetiva) de la probabilidad condicional existente entre un evento aleatorio y otro. Persiste una controversia sobre el ámbito de aplicación de la inferencia bayesiana debido a la asignación subjetiva de valores a las probabilidades, a diferencia de la estadística tradicional [20]. Sin embargo, la inferencia bayesiana permite una realimentación a partir de datos empíricos a fin de corregir tales valores subjetivos asignados a las probabilidades, y esta situación es aplicable a la estimación de estado armónico, por lo cual es de esperar que esta propuesta de trabajo prospere.

Concurrentemente con los artículos antes mencionados sobre estimación de estado armónico aplicado a sistemas de distribución, se hallan en la literatura otros antecedentes diversos orientados a la identificación de responsabilidades en el punto común de acoplamiento entre la empresa distribuidora y el usuario. Por ejemplo, Zhaoa, Li y Xia [21] presentaron en 2004 un método para discriminar las corrientes superpuestas aportadas en un punto del sistema por cargas lineales y no lineales. El mismo año, Chen, Liu, Koval, Xu y Tayjasant [22] presentaron un método denominado de impedancia crítica, destinado también a determinar la contribución de corrientes armónicas en las barras de un sistema eléctrico. Más tarde, en 2008, Pfajfar, Blazic y Papi presentaron una metodología para evaluar las contribuciones armónicas en un punto dado de un sistema eléctrico, utilizando un método de tratamiento fasorial de las corrientes armónicas [23].

En otras líneas paralelas de trabajo, en 2004, Kumar, Das y Sharma estudiaron también la localización de fuentes armónicas múltiples en sistemas de potencia [24]. Con relación a la superposición de los efectos de diferentes fuentes de contaminación armónica, también puede mencionarse el trabajo de Teng Au y Milanovic [25], que

propusieron un modelo estocástico para simular la superposición de corrientes provenientes de distintas fuentes de contaminación armónica. En 2008, también Zhang y Xu analizaron la estimación de los niveles de distorsión armónica en sistemas con cargas distorsionantes distribuidas de características aleatorias en su funcionamiento [26].

Adicionalmente a la evolución aquí presentada en las publicaciones principales sobre la estimación de estado armónico, en la literatura pueden encontrarse muchas otras propuestas relativas a detalles de la implementación del algoritmo correspondiente. Por ejemplo, Joorabian analizó en 2009 un algoritmo híbrido para la estimación de estado [27]. En el mismo año, Gursoy y Niebur analizaron la identificación de cargas armónicas por medio del análisis de componentes complejas independientes [28]. Continuando con el mismo año, Omran, El-Goharey, Kazerani y Salama publicaron un estudio de medición e identificación de la contaminación armónica en sistemas radiales y no radiales [29].

También, en artículos recientes, se manifiesta la experimentación de métodos de inteligencia artificial para la determinación del estado estimado. Un caso es el trabajo de Abdeslam, Wira, Flieller y Mercklé, de 2006, donde se analiza la identificación y compensación de armónicas en un sistema de potencia utilizando un método de redes neuronales [30]. En la misma línea, Ketabi y Hosseini describieron en 2008 un nuevo método para la ubicación de los medidores de distorsión armónica, aspecto que es uno de los que generan bastante interés en este ámbito [31].

Finalmente, resulta de interés destacar especialmente que la gran mayoría de los trabajos aquí enumerados se dedican a proponer variantes sobre métodos de estimación de estado armónico basados en mediciones sincronizadas en los distintos puntos del sistema. Algunas posibilidades para implementar tales mediciones sincronizadas se analizan en trabajos como [32], donde se hace referencia a normas como [33], que describen la medición de los denominados sincrofasores y proporcionan las especificaciones más importantes para la implementación de unidades de medición fasorial (PMU, *Phasor Measuring Units*).

Uno de los puntos clave para el planteo de mediciones sincronizadas en diferentes nodos de un sistema implica la utilización de algún método de asignación de “etiquetas de tiempo” (*time stamps*) a todas las mediciones de tensión y corriente realizadas. Para esto, se pueden adoptar criterios bastante similares a los utilizados en la

implementación en sistemas de potencia para la medición de sincrofasores. En la mayoría de las aplicaciones en sistemas de potencia, la finalidad es supervisar la estabilidad u otras características de constantes de tiempo relativamente elevadas, y se circunscribe el análisis a los fasores de frecuencia fundamental. Sin embargo, en la literatura ya se ha esbozado la posibilidad de extender su aplicación a la estimación de estado armónico. También se debe considerar la Iniciativa norteamericana para la medición de sincrofasores (NASPI, *North American Synchrophasor Initiative*). Esta institución propicia la instalación y el aprovechamiento de unidades de medición fasorial en sistemas eléctricos para el control de diversos parámetros de su funcionamiento, con lo cual se prevé una difusión cada vez mayor de esta tecnología. Cabe tener en cuenta que las particularidades de la estimación de estado armónico con mediciones sincronizadas no requerirían específicamente de todas las prestaciones ya desarrolladas para el aprovechamiento de las PMU, sino que podrían adoptarse solo ciertos criterios generales de dicha tecnología.

Hecha esta explicación sobre las posibilidades de las mediciones fasoriales sincronizadas, es importante aclarar que el presente trabajo se desarrolla expresamente siguiendo cierta variante de estimación de estado mencionada en trabajos iniciales como [9], donde se sugiere que podría incluirse la medición de potencias armónicas, lo cual tal vez podría evitar la toma de mediciones sincronizadas para la estimación de estado armónico. Esta última es la veta que se pretende explorar en el presente trabajo, intentando agotar aquella línea de investigación propuesta en los trabajos de referencia sobre el tema de estudio, a fin de evaluar otras alternativas en lugar de las mediciones fasoriales sincronizadas.

1.3. Enfoque del presente trabajo

Teniendo en cuenta todas las aristas presentadas sobre el tema de estudio, el presente trabajo se ajusta a las siguientes simplificaciones:

- 1) Se considera la estimación de estado armónico solo en régimen permanente.
- 2) Se plantean modelos de sistemas con sus fases completamente equilibradas entre sí, con lo cual resulta suficiente trabajar con modelos monofásicos y extender los resultados al sistema trifásico equilibrado.

- 3) Se consideran sistemas sin conductor de neutro, por lo cual no se consideran componentes armónicas de secuencia cero.
- 4) En los modelos utilizados, se incluyen solo componentes cuya impedancia de secuencia negativa sea igual a su impedancia de secuencia positiva, con lo cual un mismo modelo resulta aplicable a armónicas de cualquier secuencia.
- 5) Se consideran armónicas de frecuencias relativamente reducidas, especialmente hasta el orden 25 (1,25 kHz en un sistema de 50 Hz), y ocasionalmente hasta el orden 63 (3,15 kHz en un sistema de 50 Hz).

La restricción impuesta por la simplificación 1) implica que este método de trabajo puede utilizarse cuando las variaciones de la distorsión armónica se deben a cambios lentos, propios del ciclo de carga del sistema eléctrico. Por el contrario, cuando las variaciones se deben a transitorios, se podrían implementar filtros temporales que permitan captar tales variaciones, relativamente más rápidas.

Si no se adoptara la simplificación 2), se debería operar con mediciones realizadas sobre un sistema trifásico desequilibrado, con lo cual el modelo estudiado debería descomponerse en sus redes de secuencia positiva y negativa.

Teniendo en cuenta la simplificación 3), se omite la necesidad de considerar la red de secuencia cero dada por la alimentación de cargas con conexión al neutro.

Con la simplificación 4), se hace innecesario recurrir a modelos diferentes de un mismo sistema en función de la secuencia principal de cada una de las armónicas consideradas. El único ajuste que se considera es el de la variación (lineal) de las reactancias inductivas con la frecuencia, y se considera a su vez que los valores de todas las resistencias son independientes de la frecuencia.

Al adoptar la simplificación 5), se mantiene cierta previsibilidad en cuanto a los medios de circulación de las corrientes armónicas consideradas. Es decir, por ejemplo, no se toman en cuenta armónicas de órdenes tan elevados que el efecto pelicular (efecto *skin*) resulte imposible de despreciar. También pueden despreciarse numerosas capacidades parásitas que alterarían los caminos de conducción de las corrientes de órdenes armónicos más elevados. Por último, es poco frecuente que órdenes armónicos de órdenes tan elevados aparezcan en los sistemas de distribución reales, al menos en niveles tales que sus efectos resulten perceptibles.

1.4. Organización del trabajo

En el capítulo II, se hace una enumeración genérica de todos los elementos requeridos para la descripción de la situación de contaminación armónica en las redes eléctricas, incluyendo algunas observaciones sobre el estado actual de dicha problemática.

En el capítulo III, se describen los fundamentos y la metodología utilizada habitualmente para la estimación de estado de sistemas eléctricos. Allí, la finalidad principal es el control de la red y la supervisión de las condiciones de funcionamiento de las unidades de generación para un funcionamiento óptimo en lo que respecta a criterios de funcionamiento como son habitualmente la minimización de pérdidas en el sistema, la minimización de costos de funcionamiento, la maximización de la estabilidad, etc. Se describe el diagrama de flujo general del algoritmo tradicional de estimación de estado y se describen los detalles particulares del algoritmo adoptado para esta implementación. En la parte final del mismo capítulo, se hace una particularización de la estimación de estado al caso armónico. Esta extensión se fundamenta principalmente en la aplicación del principio de superposición, además de algunos otros supuestos puntuales aplicables al algoritmo adoptado.

En el capítulo IV, se muestran los resultados de la implementación de un algoritmo de estimación de estado armónico en el modelo de una red de distribución en media tensión.

Finalmente, en el capítulo V, se detallan las conclusiones de este trabajo, además de sugerir aspectos susceptibles de profundizarse en investigaciones posteriores.

Adicionalmente a todos los capítulos enumerados, resulta de interés la inclusión de algunos anexos específicos:

- En el Anexo A, se explicitan los fundamentos de la transformada discreta de Fourier.
- En el Anexo B, se hace una revisión de las expresiones de potencia activa y reactiva en función de las tensiones nodales.
- En el Anexo C, se describe la obtención del gradiente de funciones escalares, que sirve como apoyo a la fundamentación de los algoritmos de estimación de estado.

- En el Anexo D, se describe la aplicación del método de Newton para el caso de problemas multivariantes, en cuyo caso específico el método suele denominarse como de Newton-Raphson.
- En el Anexo E, se enumeran las publicaciones realizadas por el autor en relación con el presente trabajo.

CAPÍTULO II.

LA CONTAMINACIÓN ARMÓNICA EN LOS SISTEMAS ELÉCTRICOS

La problemática de la contaminación armónica pertenece a la rama de la ingeniería eléctrica denominada calidad de energía. Otra denominación muy frecuente, según se asigne o no mayor importancia al factor tiempo, es la de “calidad de potencia”, aunque en el presente trabajo se adopta únicamente la denominación “calidad de energía”.

Esta disciplina comprende la valoración de las características de corriente, tensión o frecuencia en un punto dado de un sistema eléctrico, siempre en comparación con determinados niveles de referencia. En el ámbito de la calidad de energía, una perturbación implica el apartamiento de los valores nominales de una determinada magnitud eléctrica de interés, ya sea de régimen permanente o transitorio. Para cada magnitud eléctrica, la normativa define determinados parámetros o atributos que resultan susceptibles de ser medidos y cotejados contra límites preestablecidos por consenso.

De manera más amplia, también puede considerarse que la calidad de energía comprende el estudio de un conjunto de ciertas perturbaciones electromagnéticas. Según la definición 702-08-04 del Vocabulario Electrotécnico Internacional de la IEC [34], una perturbación electromagnética es cualquier fenómeno electromagnético que puede degradar el desempeño de un dispositivo, equipo o sistema, o bien afectar adversamente a los seres vivos o los equipos. Adicionalmente, según [35], las perturbaciones electromagnéticas pueden clasificarse en las de baja frecuencia (< 9 kHz), las de alta frecuencia (≥ 9 kHz), y las ocasionadas por descargas electrostáticas, es decir, que carecen de periodicidad en la evolución de sus magnitudes principales. A su vez, tanto las perturbaciones electromagnéticas de alta frecuencia como las de baja frecuencia pueden subdividirse en dos grandes grupos según el medio en que se producen: conducidas y radiadas.

En el marco de este conjunto de clasificaciones complementarias, puede afirmarse que el estudio presentado en este trabajo se circunscribe a ciertas perturbaciones electromagnéticas conducidas de baja frecuencia, concretamente a la contaminación armónica. Considerando particularmente la tensión de suministro como magnitud de interés, tales perturbaciones de calidad de energía pueden afectar la

frecuencia, la amplitud o la simetría de las tensiones del sistema considerado. Para el presente trabajo, resultan de interés solo las perturbaciones de la amplitud. Habiendo acotado de esta manera el área de estudio, puede ensayarse la clasificación que se muestra en la Tabla 2.1, donde se muestra destacado el término “Armónicas”, ámbito concreto de desarrollo de este trabajo.

Tabla 2.1. Una de las clasificaciones posibles de las perturbaciones de calidad de energía

Régimen	
Transitorio	Permanente
<ul style="list-style-type: none"> • Huecos de tensión • Sobretensiones de corta duración (<i>swell</i>) • Sobretensiones impulsivas • Sobretensiones oscilatorias • Interrupciones de corta duración o microcortes • Muecas (<i>notching</i>) 	<ul style="list-style-type: none"> • Sobretensiones y subtensiones de larga duración • Parpadeo (<i>flicker</i>) • Armónicas, interarmónicas y subarmónicas

Aunque en la clasificación precedente las subarmónicas e interarmónicas están agrupadas junto con las armónicas, se omite expresamente su estudio en el presente trabajo. Sin embargo, se podría extender a tales perturbaciones el alcance del presente estudio realizando las adaptaciones del caso, por ejemplo previendo la variación de la amplitud de la ventana de medición utilizada para el algoritmo de la transformada de Fourier; dicho tema se aborda expresamente en numerosos trabajos, como [36].

Por lo general, se suele considerar que los huecos de tensión, las armónicas y los microcortes son, en ese orden, las perturbaciones de mayor incidencia en las redes eléctricas [37]. Otros autores, como los de [38], también consideran que en los sistemas eléctricos de potencia son frecuentes las combinaciones de armónicas con huecos de tensión y de armónicas con sobretensiones de corta duración.

2.1. Parámetros y definiciones sobre distorsión armónica

2.1.1. La serie de Fourier

Una serie de Fourier constituye una expansión de una función periódica $f(x)$ expresada por medio de una suma infinita de funciones seno y coseno. Por supuesto, en la práctica, la cantidad de términos de la suma de funciones seno y coseno se limita a una determinada cantidad finita, en función de los fenómenos que quieran llegar a describirse.

La siguiente es la expresión de una serie de Fourier generalizada [39]:

$$f(x) = \frac{1}{2}a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(nx) + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \operatorname{sen}(nx), \quad (2.1)$$

donde:

- $a_0 = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) dx$
- $a_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos(n \cdot x) dx$
- $b_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \operatorname{sen}(n \cdot x) dx$
- $n = 1, 2, 3, \dots$

El cálculo y estudio de los coeficientes de la serie de Fourier de una función dada se denomina análisis armónico, y puede aplicarse a cualquier función periódica. La finalidad más importante del análisis armónico es desagregar un problema no lineal en un conjunto de problemas lineales. Tales subproblemas pueden resolverse de una manera más simple, y luego todas sus soluciones pueden combinarse a fin de obtener la solución al problema no lineal original. En el marco del presente trabajo, la no linealidad está dada por la distorsión de las formas de onda de las magnitudes principales de un sistema eléctrico.

Con el desarrollo del presente trabajo, se propuso una manera alternativa de describir el concepto de la serie de Fourier, no particularmente novedosa, pero sí más enfocada visualmente en la representación fasorial de las tensiones y corrientes en los sistemas eléctricos. El resultado de la suma de funciones seno y coseno antes

mencionada se manifiesta en la proyección sobre un eje (para este caso, el vertical) de la suma de diversos fasores representativos de cada una de las componentes armónicas en cuestión, como se explica a continuación.

Suponiendo una función periódica $f(x)$ simétrica con respecto al eje del tiempo ($a_0 = 0$), puede reescribirse la expresión (2.1) de la siguiente manera:

$$f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(nx) + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \operatorname{sen}(nx) \quad (2.2)$$

$$f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \hat{A}_n \cdot \cos(\delta_n) \cdot \cos(nx) + \sum_{n=1}^{\infty} \hat{A}_n \cdot \operatorname{sen}(\delta_n) \cdot \operatorname{sen}(nx), \quad (2.3)$$

donde:

- \hat{A}_n : valor de cresta de la componente armónica n
- δ_n : ángulo de fase de la componente armónica n

Utilizando una de las expresiones clásicas de trigonometría recabadas en [40], puede reescribirse (2.3) de la siguiente manera:

$$f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \hat{A}_n \cdot [\cos(\delta_n) \cdot \cos(nx) + \operatorname{sen}(\delta_n) \cdot \operatorname{sen}(nx)]$$

$$f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \hat{A}_n \cdot \cos(nx - \delta_n) \quad (2.4)$$

De esta manera, se describe la misma función periódica que en la expresión (2.2), pero introduciendo la expresión de cada componente armónica como un fador de amplitud \hat{A}_n y ángulo de fase δ_n .

En coincidencia con este enfoque, se representan en las Fig. 2.1 y 2.2 dos formas de onda distintas como la suma de los fasores correspondientes a sus componentes fundamental y armónicas de tercer, quinto y séptimo orden. Evidentemente, para efectuar la sumatoria de los fasores y el posterior registro de las proyecciones en cuestión, el requisito es que cada fador gire a la frecuencia que le corresponde según su orden armónico.

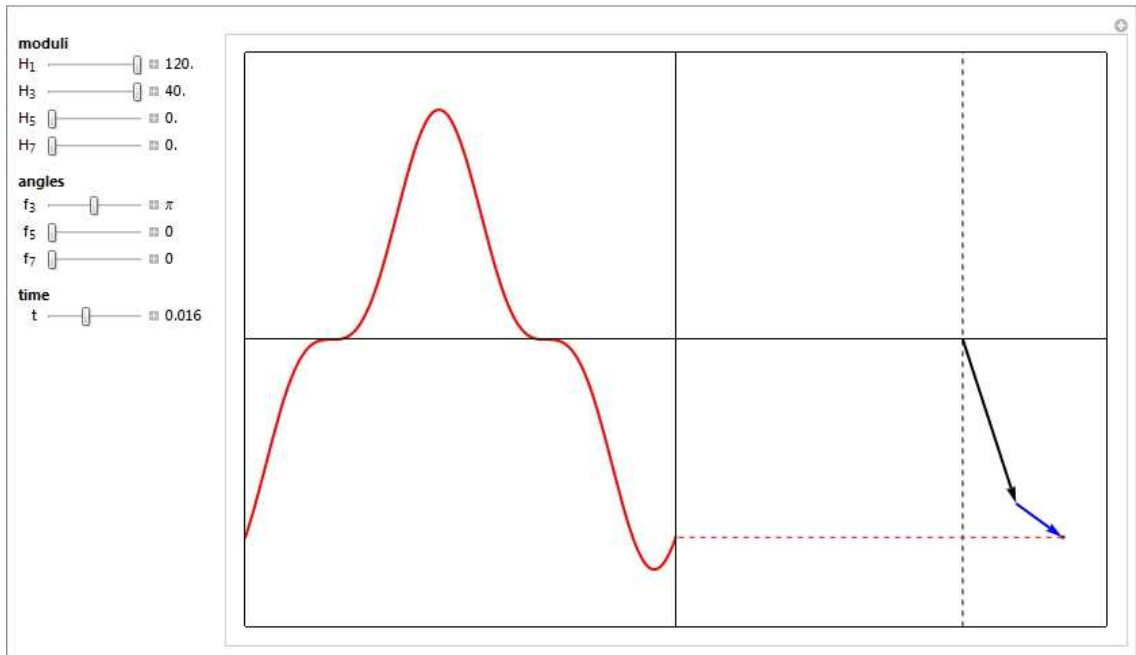


Figura 2.1 Representación temporal y fasorial de una onda con 3.^a armónica de amplitud $\frac{1}{3}$ de la fundamental y ángulo de fase relativo igual a π

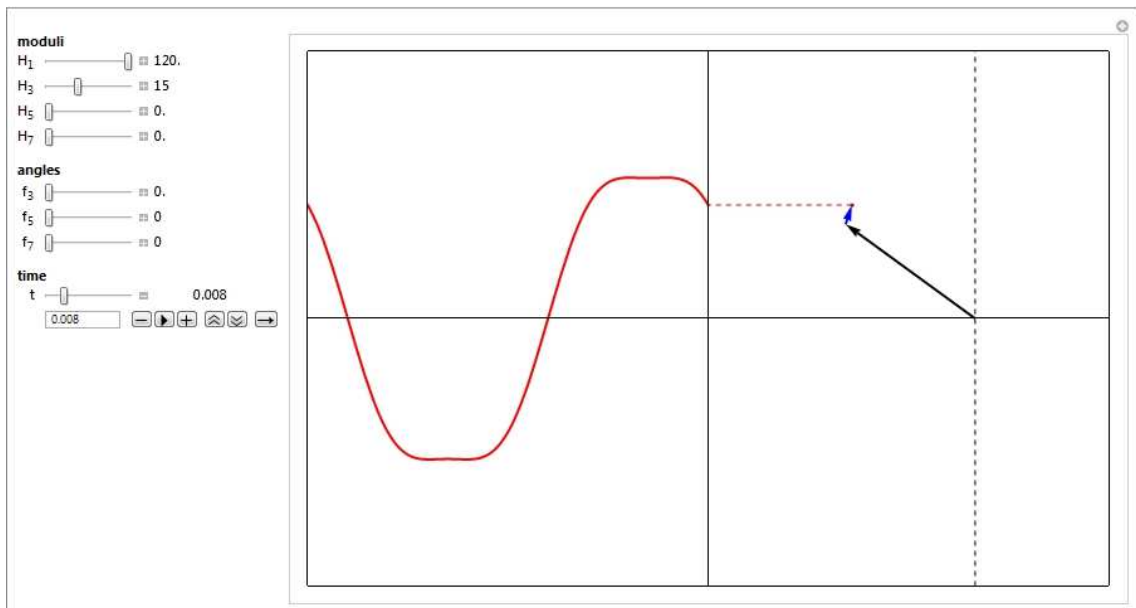


Figura 2.2 Representación temporal y fasorial de una onda con 3.^a armónica de amplitud $\frac{1}{8}$ de la fundamental y ángulo de fase relativo nulo

Las figuras presentadas como 2.1 y 2.2 fueron generadas con el código de Wolfram[®] Mathematica[®] publicado en [E.9], donde puede ingresarse para interactuar con la simulación correspondiente.

2.1.2. Valor eficaz de una señal periódica

En cuanto a la definición del valor eficaz de una magnitud alterna, o de su señal representativa, pueden plantearse tres enfoques diferentes [41], [42], que podrían clasificarse tentativamente como a) analítico, b) relativo a la discretización temporal en la medición de señales, y c) relativo a la composición armónica conocida de la señal.

a) **Enfoque analítico:** Con la siguiente expresión, se puede definir el valor eficaz de una función continua periódica, o bien en este caso de una magnitud eléctrica variable en el tiempo (siempre que tenga dicha característica de periodicidad):

$$V_{ef} = \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \int_0^T v^2(t) \cdot dt} , \quad (2.5)$$

donde:

- V_{ef} : valor eficaz de la magnitud en cuestión
- t : tiempo
- $v(t)$: expresión de la magnitud periódica como función del tiempo
- T : período de la función

Por la estructura de esta expresión, esquematizada en la Fig. 2.3, el valor eficaz suele denominarse como “rms” en la literatura en inglés, por la regla mnemotécnica que recuerda el orden de los términos *root* (“raíz”) *mean* (“media”) y *square* (“cuadrado”) los cuales hacen referencia al cálculo de la raíz cuadrada del valor medio cuadrático de la función periódica.

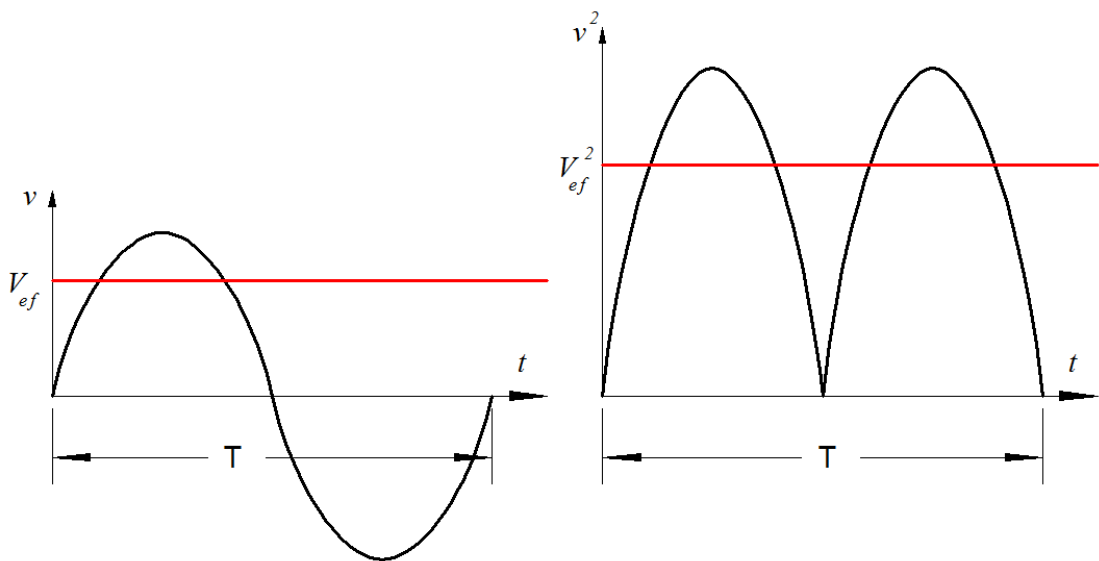


Figura 2.3 Esquema del cálculo del valor eficaz de una función continua

La característica de que $v(t)$ sea continua está relacionada con el planteo de una integral analítica para el cálculo de su valor eficaz. Sin embargo, es evidente que en los sistemas físicos reales no se cuenta con la expresión analítica $v(t)$ de una magnitud, de modo que esta definición queda reservada al ámbito conceptual.

b) **Enfoque con discretización temporal:** Con la medición discreta de una magnitud física dada, no se accede a la función continua que describe la evolución temporal de dicha magnitud sino que, a intervalos regulares de tiempo, se toman mediciones sucesivas del valor instantáneo de la magnitud de interés. En la Fig. 2.4, se esquematiza la medición discreta de una magnitud de variación sinusoidal, con lo cual se obtiene una función discreta en el tiempo que por lo general permite describir con suficiente aproximación la variación temporal de la señal original.

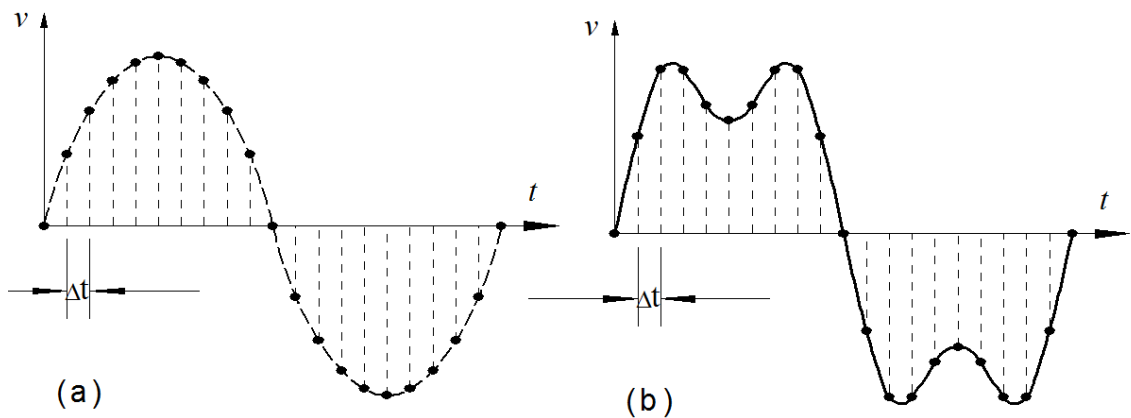


Figura 2.4 Esquema de la medición discreta de una magnitud con forma de onda sinusoidal (a) y con forma de onda distorsionada (b)

Con tales valores medidos a intervalos regulares, y cumpliendo determinadas condiciones en los parámetros de medición, pueden calcularse las componentes armónicas de la señal analizada.

Para tales funciones discretas en el tiempo, resulta aplicable la siguiente expresión:

$$V_{ef} = \sqrt{\frac{1}{N} \cdot \sum_{k=1}^N V_k^2 \cdot \Delta t}, \quad (2.6)$$

donde:

- V_{ef} : valor eficaz de la magnitud en cuestión
- V_k : muestras tomadas (valores instantáneos) de la magnitud medida
- Δt : valor del intervalo de tiempo entre muestras instantáneas tomadas de la magnitud medida
- N : cantidad de muestras tomadas durante un período completo de la función

c) **Enfoque con composición armónica:** Si se conocen los valores eficaces de las componentes armónicas de una función periódica dada (que pueden obtenerse a partir de la toma de mediciones que se describe en el apartado anterior), puede escribirse la siguiente definición del valor eficaz de dicha función:

$$V_{ef} = \sqrt{\sum_{h=1}^H V_{efh}^2}, \quad (2.7)$$

donde:

- V_{ef} : valor eficaz de la magnitud en cuestión
- h : orden de cada componente armónica considerada
- V_{efh} : valor eficaz de la componente armónica de orden h
- H : orden armónico más elevado considerado en el cómputo

Naturalmente, la finitud de H implica que se considere hasta un cierto punto la descripción de la función del tiempo que describe a la magnitud original. En la Fig. 2.5, se esquematiza la relación entre el valor eficaz de una magnitud de forma de onda distorsionada y los valores eficaces de sus componentes armónicas.

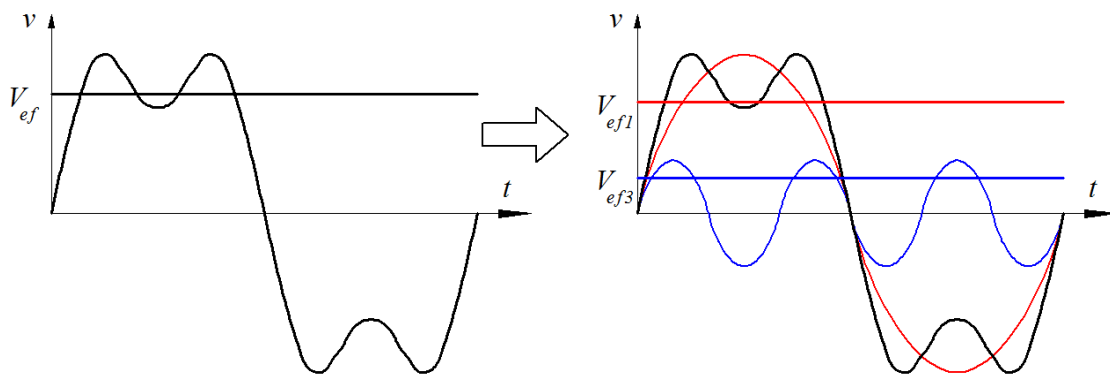


Figura 2.5 Esquema de la relación entre el valor eficaz de una magnitud con forma de onda distorsionada y los valores eficaces de sus componentes armónicas

Pueden resumirse estos tres enfoques diciendo que, de una magnitud que se comporta en la realidad según la función continua periódica $v(t)$, pueden tomarse N muestras en un período T y a partir de ellas obtener H componentes armónicas de la función original.

En la técnica, para una misma magnitud medida, la cantidad de armónicas H que puede utilizarse para su descripción con la expresión (2.7) depende directamente de la cantidad N de muestras que se hayan tomado inicialmente para la determinación de dichas armónicas. Ambas cantidades, H y N , tienen que ver con la precisión con la que puede reproducirse una magnitud dada a partir de mediciones discretas. Una explicación más acabada de tal relación, que implica la definición de la denominada frecuencia de Nyquist, se desarrolla en el Anexo A, dedicado exclusivamente a detallar la aplicación de la transformada discreta de Fourier para obtener las componentes armónicas de una señal periódica.

2.1.3. Tasa de distorsión armónica total

Como se vio anteriormente, para la descripción de una señal periódica, se pueden utilizar los valores de la amplitud de cresta \hat{A}_n y el ángulo de fase δ_n de todas sus componentes armónicas. Dado que, por definición, las componentes armónicas representan funciones sinusoidales, su valor eficaz puede calcularse directamente de la siguiente manera:

$$A_n = \frac{\hat{A}_n}{\sqrt{2}}, \quad (2.8)$$

donde:

- A_n : valor eficaz de la componente armónica n

Puede plantearse así la siguiente definición de la tasa de distorsión total (TDT), también denominada distorsión armónica total (*Total Harmonic Distortion*, THD):

$$TDT = \frac{1}{V_{ef1}} \cdot \sqrt{\sum_{h=2}^H V_{efh}^2} \quad (2.9)$$

Analizando esta expresión de la TDT, y tomando como base las definiciones anteriores sobre valor eficaz, puede observarse que este cociente expresa simplemente

una proporción entre el valor eficaz de las componentes armónicas y el valor eficaz de la componente fundamental de la señal considerada.

También resulta de utilidad visualizar la siguiente relación que surge de la combinación de la expresión (2.9) con las definiciones de valor eficaz detalladas en el punto anterior:

$$V_{ef} = V_{ef1} \cdot \sqrt{1 + TDT^2} \quad (2.10)$$

2.1.4. Secuencia de fase de las componentes armónicas

Con la adopción del clásico teorema de Fortescue [43], una terna equilibrada de magnitudes trifásicas puede considerarse como de secuencia positiva o de secuencia negativa. Por convención, en el plano complejo, la secuencia positiva corresponde al giro en el sentido contrario al de las agujas del reloj y la negativa, al giro en el sentido de las agujas del reloj. También por convención, se adopta la secuencia positiva de manera predeterminada cuando no se especifica lo contrario.

Cuando se considera una terna trifásica no equilibrada, se puede usar dicho teorema de Fortescue, que obedece al principio de superposición, para descomponer dicha terna en tres componentes:

- una terna trifásica equilibrada de secuencia positiva;
- una terna trifásica equilibrada de secuencia negativa;
- un conjunto de componentes de secuencia cero, de igual magnitud y ángulo de fase entre sí.

En la Fig. 2.6, se muestra una terna de secuencia positiva, una terna de secuencia negativa y un conjunto de componentes de secuencia cero, indicando en cada caso el sentido de giro convencional de los fasores correspondientes.

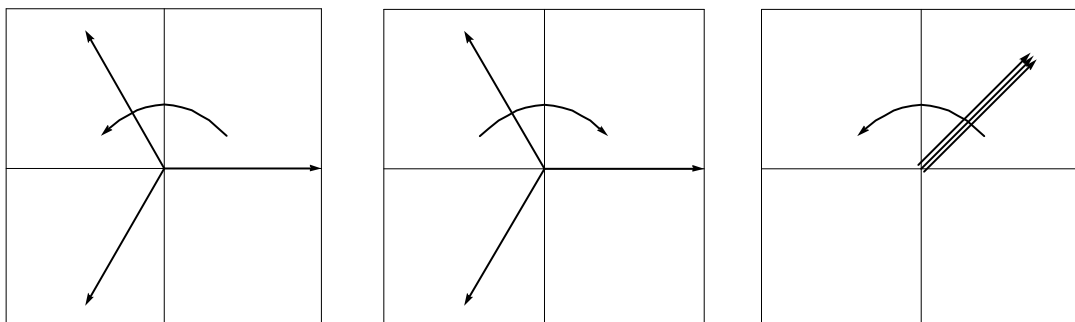


Figura 2.6. Componentes de secuencia positiva, negativa y cero

Tanto la terna de secuencia positiva como la de secuencia negativa son ternas trifásicas equilibradas, por lo cual pueden trabajarse fácilmente por fase, al igual que las componentes de secuencia cero. Esto facilita enormemente la resolución de cálculos en redes trifásicas desequilibradas. Las componentes de la misma secuencia correspondientes a distintas magnitudes se operan entre sí (por ejemplo, tensiones de secuencia positiva e impedancias de secuencia positiva) y luego sus resultados (por ejemplo, corrientes de secuencia positiva) se componen a fin de obtener el resultado del sistema desequilibrado original.

Cuando las magnitudes de la terna trifásica original considerada no son sinusoidales, el teorema de Fortescue no es aplicable directamente. La no linealidad manifiesta en la distorsión de la forma de onda de las magnitudes consideradas invalida la aplicación del principio de superposición implícito en el teorema de Fortescue. Por este motivo, en el caso de una terna trifásica de magnitudes no sinusoidales, corresponde hacer una descomposición en series de Fourier antes de aplicar el teorema de Fortescue. De esta manera, se obtienen tantas ternas trifásicas como armónicas se consideren, por ejemplo, una terna trifásica de tercera armónica, una terna trifásica de quinta armónica, etc.; lo importante es que las componentes de cada una de esas nuevas ternas armónicas son sinusoidales, por lo cual el problema original se linealiza y el teorema de Fortescue puede aplicarse sucesivamente. Luego, pueden obtenerse las componentes de secuencia para cada terna armónica calculada.

En el caso particular de que la terna de magnitudes no sinusoidales está equilibrada, la terna que se obtiene para la frecuencia fundamental solo incluye componentes de secuencia positiva. En otras palabras, la secuencia positiva es la preponderante en la terna fundamental. En caso de que exista algún grado de desequilibrio, surgirán componentes de secuencia negativa o de secuencia cero para la terna fundamental, pero su secuencia preponderante seguirá siendo la positiva.

Sin embargo, como se demuestra en [41], esto no es exactamente así para todas las ternas armónicas que pueden obtenerse de una terna equilibrada de magnitudes no sinusoidales. La secuencia preponderante para cada una de las ternas armónicas será diferente en función de su orden armónico, como se describe en la Tabla 2.2 que se muestra a continuación.

Tabla 2.2. Secuencias de las armónicas en los sistemas trifásicos

Orden de armónica		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Secuencia	+	✓			✓			✓			✓			✓		
	-		✓			✓			✓			✓			✓	
	0			✓			✓			✓			✓			✓

En las Fig. 2.7, 2.8 y 2.9, similares a las generadas con [44], se muestran armónicas de secuencia cero, de secuencia negativa y de secuencia positiva.

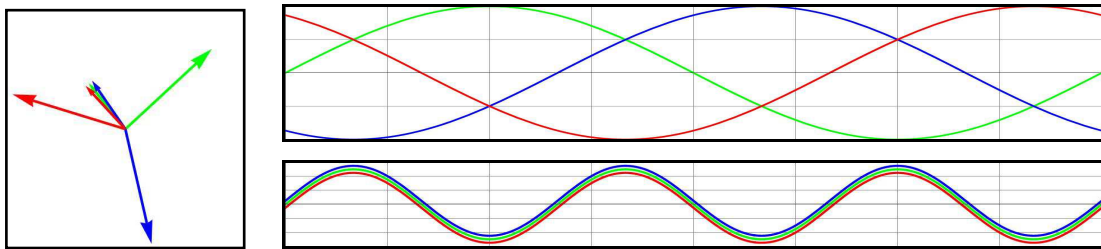


Figura 2.7 Diagrama fasorial y evolución temporal de una terna trifásica equilibrada y de sus componentes armónicas de tercer orden (secuencia cero) equilibradas

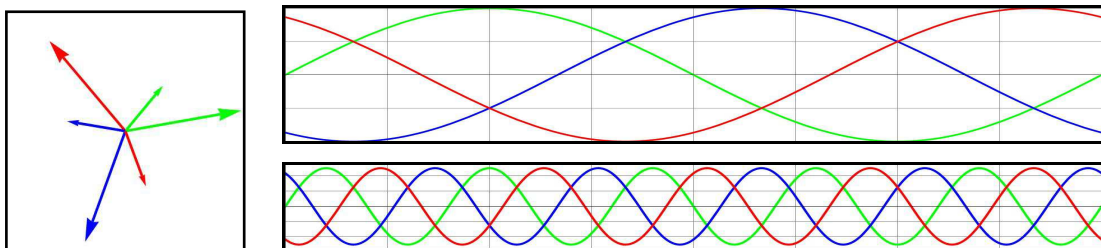


Figura 2.8 Diagrama fasorial y evolución temporal de una terna trifásica equilibrada y de sus componentes armónicas de quinto orden (secuencia negativa) equilibradas

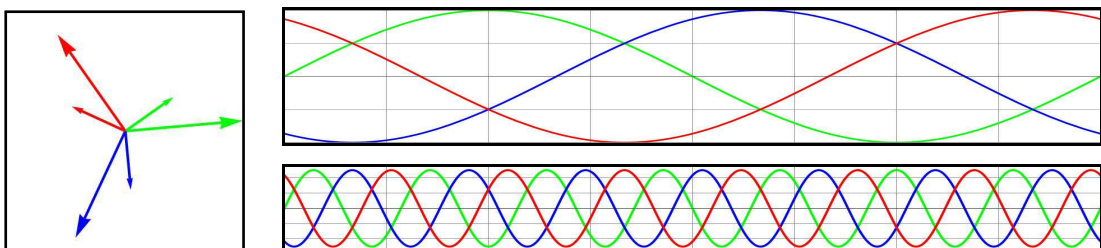


Figura 2.9. Diagrama fasorial y evolución temporal de una terna trifásica equilibrada y de sus componentes armónicas de séptimo orden (secuencia positiva) equilibradas

Considerando que $n = 1, 2, 3, 4, \dots$, la información presentada en la Tabla 2.2 puede explicitarse de la siguiente manera:

- Las armónicas de orden $h = 3 \cdot n$ son de secuencia cero.
- Las armónicas de orden $h = 3 \cdot n - 1$ son de secuencia negativa.
- Las armónicas de orden $h = 3 \cdot n - 2$ son de secuencia positiva.

Teniendo en cuenta que, en los sistemas eléctricos reales, son preponderantes habitualmente las armónicas impares, puede hacerse un extracto de la Tabla 2.2. En dicho extracto, que se muestra en la Tabla 2.3, se observa que la secuencia de fase de las armónicas impares también sigue un orden previsible.

Tabla 2.3. Secuencias de las armónicas impares en los sistemas trifásicos

Orden de armónica		1	3	5	7	9	11	13	15
Secuencia	+	✓			✓			✓	
	-			✓			✓		
	0		✓			✓			✓

El interés de determinar la secuencia de cada componente armónica radica en que, al descomponer un determinado circuito en las componentes armónicas aplicables, se debe considerar para cada frecuencia el modelo correspondiente de componentes de secuencia. Por ejemplo, si bien los modelos de conductores y transformadores resultan sin cambios para secuencia positiva o negativa, las máquinas eléctricas giratorias tienen impedancias diferentes para secuencia positiva que para secuencia negativa. De igual manera, las armónicas de secuencia cero tendrán una vía de circulación en el caso de que esté accesible el conductor neutro de una instalación [41].

La secuencia asignada en este punto a cada orden de armónica es válida en la medida en que se trate de magnitudes trifásicas completamente equilibradas. Sin embargo, en la medida en que existan diferencias entre las tres fases, surgirán componentes de secuencia diferente a la preponderante correspondiente por definición al orden armónico considerado. Por ejemplo, en un sistema trifásico equilibrado, la terna de armónicas de orden 5 será de secuencia negativa, pero si existe desequilibrio

surgirá también una componente de orden 5 de secuencia positiva para describir completamente dicha terna.

2.2. Situación actual

Existen diversos estudios acerca del nivel de penetración actual de la contaminación armónica en las redes eléctricas. A modo de ejemplo, se incluyen a continuación diversos resultados de un relevamiento realizado por un equipo integrado por el autor y publicado en [E.5].

En dicho trabajo, se registró durante una semana el nivel de contaminación armónica en las tres tensiones del sistema trifásico de una instalación alimentada por un sistema urbano de distribución en baja tensión. Todas las condiciones de medición respondieron a lo especificado en [45]. Con el análisis de los resultados de este estudio, se concluyen ciertos detalles que resultan típicos en este tipo de instalaciones: la inexistencia de armónicas pares; el decrecimiento del nivel de contaminación con el aumento de la frecuencia armónica considerada; la evolución temporal de la contaminación armónica, similar a la de la curva de carga de la instalación; etc.

En la Fig. 2.10, se muestra la evolución temporal de la contaminación armónica durante una semana, puesta de manifiesto con la TDT de la tensión de una de las fases.

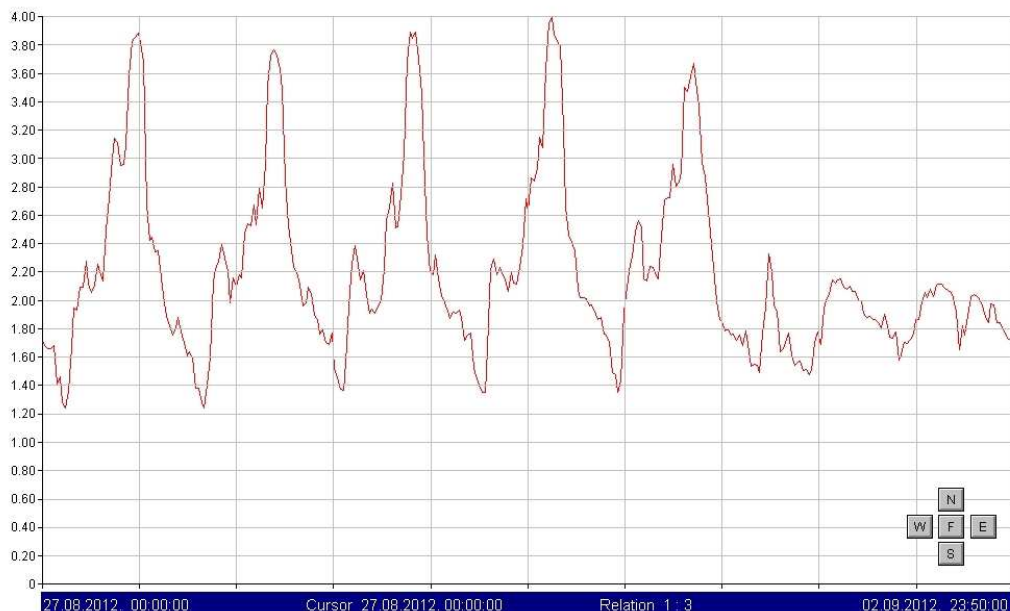


Figura 2.10. Evolución de los valores promedio de TDT medidos durante 7 días en una de las tres fases de una instalación eléctrica en una zona urbana residencial

En la Fig. 2.11, se muestra un detalle de la evolución temporal mostrada en la Fig. 2.10, pero restringida al primer día (24 horas corridas). Aunque no se relevaron datos sobre el consumo de la instalación en el mismo período, es notoria la similitud de esta curva con la curva de carga típica de los sistemas eléctricos urbanos.

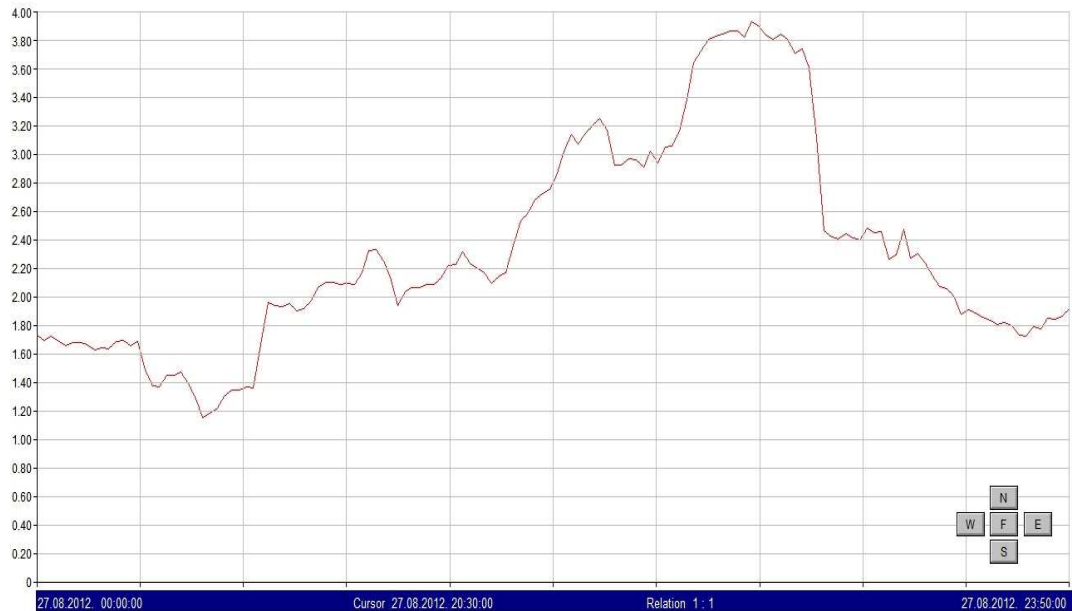


Figura 2.11. Detalle de la figura anterior, restringida a las primeras 24 horas del período de medición completo

En la Fig. 2.12, se muestra un resumen de la contaminación armónica en la instalación considerada, pormenorizado en función de la frecuencia armónica. En el gráfico, la parte inferior de cada barra representa el 95 % de las mediciones, mientras que la parte superior representa el 5 % restante. Esto se corresponde con lo especificado en [45], para las condiciones normales de explotación de la instalación relevada: durante el período de una semana, el 95 % de los valores eficaces de cada tensión armónica promediados en 10 minutos no deben sobrepasar los valores indicados como límites en dicha norma. Esta condición y la mayoría de los límites especificados en esta referencia han sido adoptados en [46], de aplicación en Argentina.

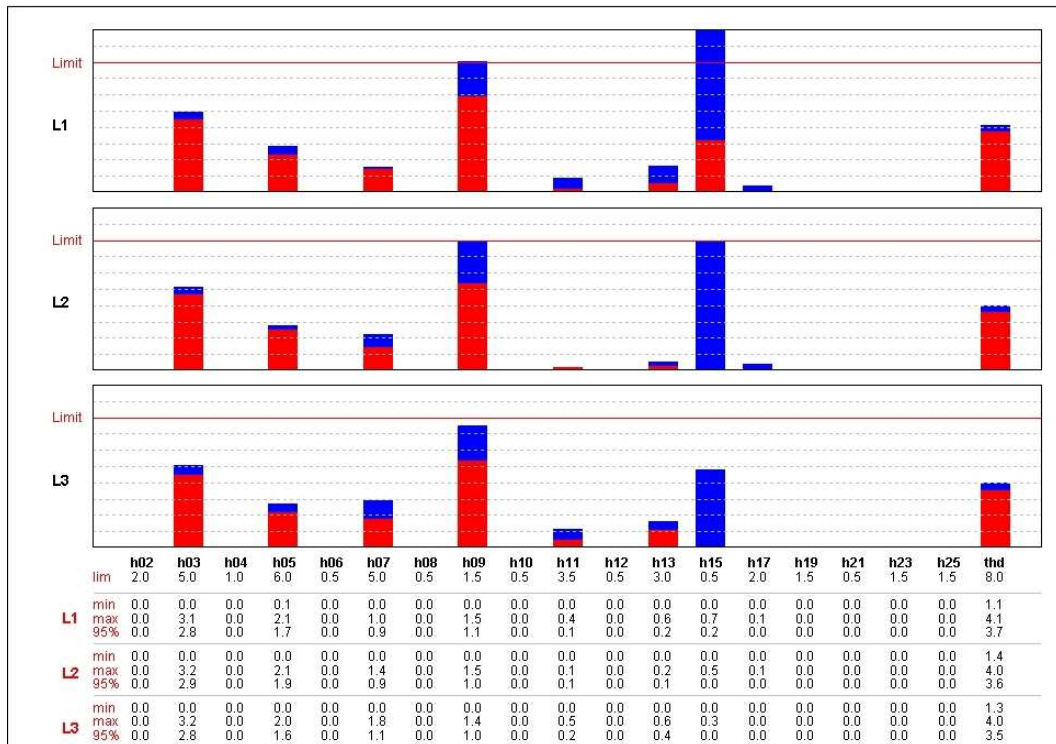


Figura 2.12. Situación de contaminación armónica de la instalación medida, evaluada según los límites especificados en la EN 50160

2.3. Principales dispositivos que producen contaminación armónica

Por lo general, la contaminación armónica se produce del lado de las cargas y se manifiesta con corrientes armónicas inyectadas. En cambio, los generadores tienen sus devanados dispuestos para evitar que actúen como generadores de tensiones armónicas. Con una correcta distribución del devanado estático y un acortamiento de paso adecuado, se pueden evitar o minimizar hasta niveles despreciables las tensiones armónicas a los bornes de un generador [47]. Por eso, lo más frecuente al simular un generador sincrónico en el modelo de un sistema eléctrico, es admitir que la forma de onda de su tensión de salida es perfectamente sinusoidal, sin distorsión [41].

En cada tipo de carga no lineal, la forma de onda de la corriente depende de los fenómenos que rigen su funcionamiento. En las siguientes subsecciones, se detallan las familias de dispositivos más significativas como cargas contaminantes

2.3.1. Dispositivos con saturación magnética

Los dispositivos eléctricos industriales cuyo funcionamiento se fundamenta en la producción de un campo electromagnético están sujetos al fenómeno de saturación magnética. Tal saturación implica que se pierda la relación de linealidad entre la tensión de alimentación y la corriente de magnetización consumida por el equipo.

En términos generales, puede afirmarse que las corrientes de magnetización consumidas por tales dispositivos incluyen una proporción de armónicas de tercer orden de mayor valor cuanto más alto sea el grado de saturación magnética. En realidad, la distorsión de la corriente implica la aparición de componentes impares de diversos órdenes, pero la más importante siempre resulta ser la tercera.

En las Fig. 2.13 y 2.14, se muestra la alimentación de un dispositivo saturable con una tensión sinusoidal, como puede ser el primario de un transformador.

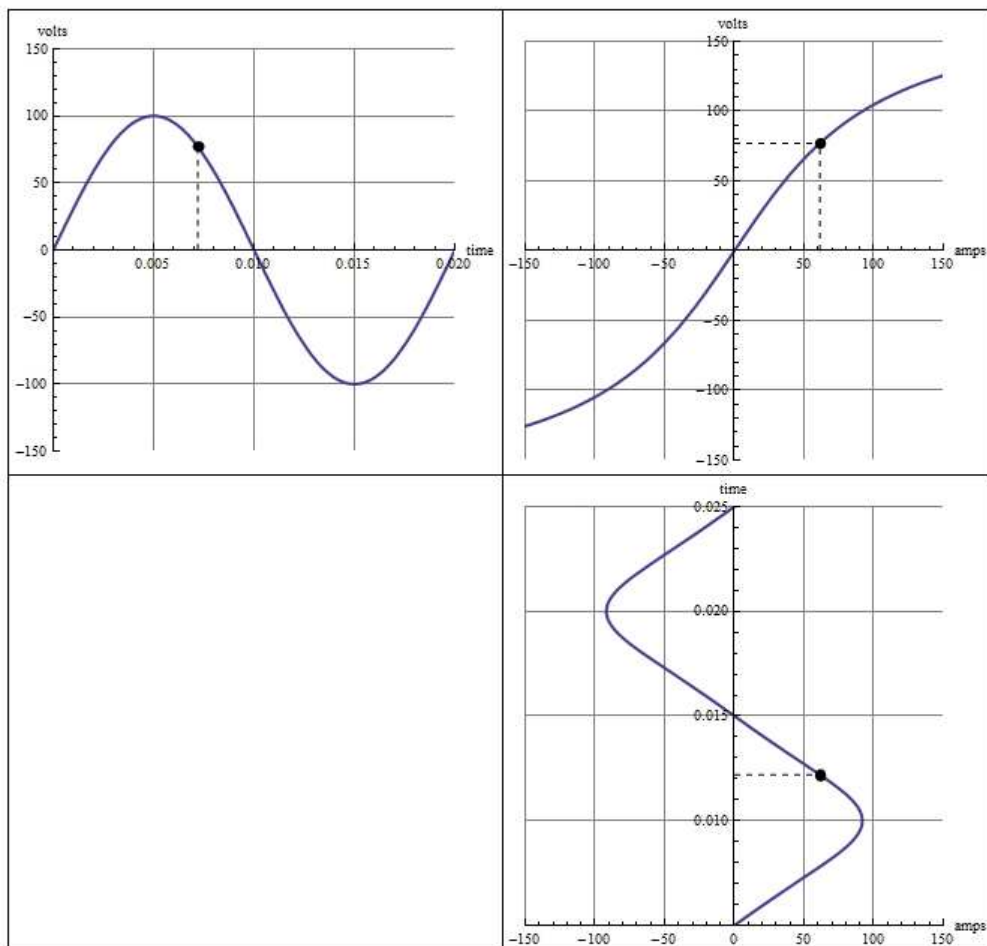


Figura 2.13. Determinación de la corriente de magnetización de un dispositivo con un nivel de saturación moderado (distorsión moderada de la forma de onda de corriente)

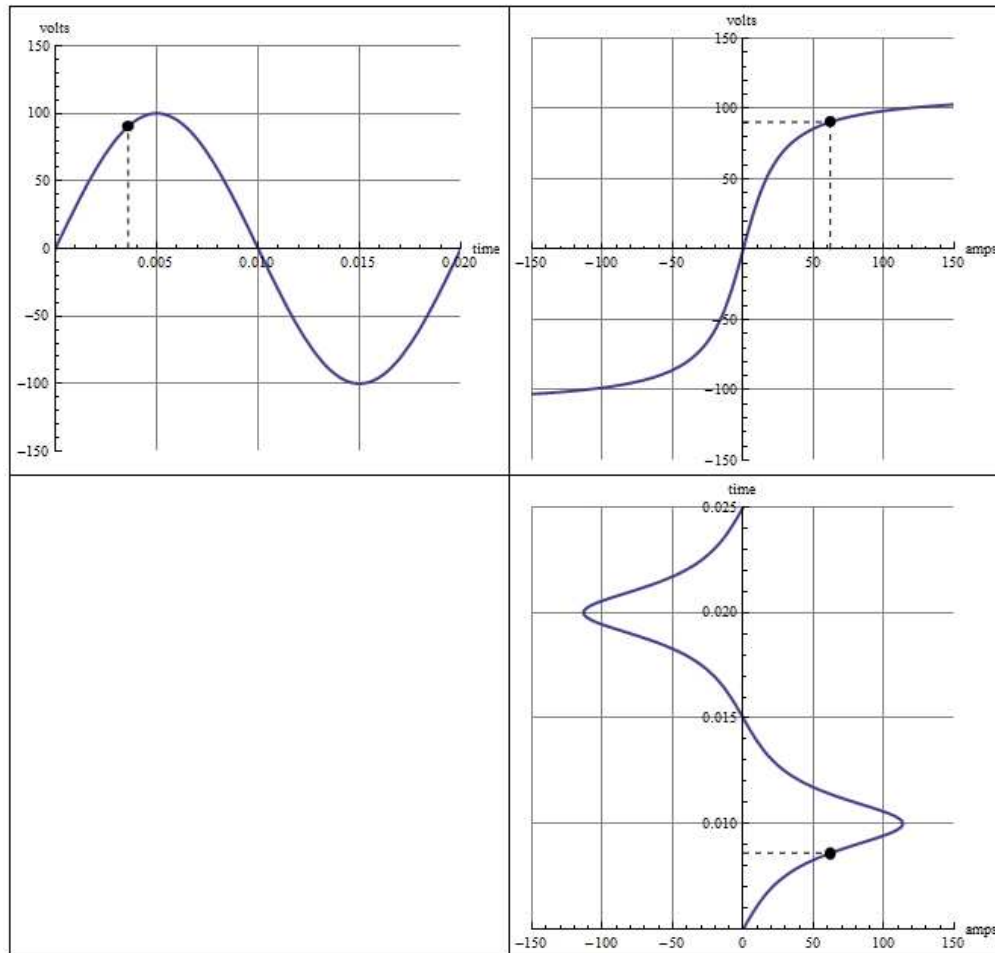


Figura 2.14. Determinación de la corriente de magnetización de un dispositivo con un nivel de saturación importante (distorsión importante de la forma de onda de corriente)

Las figuras presentadas como 2.13 y 2.14 fueron generadas con el código de Wolfram[®] Mathematica[®] publicado en [E.7], donde puede ingresarse para interactuar con la simulación correspondiente y conocer el detalle de las referencias.

En la Fig. 2.14, el grado de saturación magnética del núcleo es mayor, con lo cual la distorsión de la forma de onda de excitación es notablemente superior que en el caso de la Fig. 2.13. Para mantener la simplicidad de la representación, se ha omitido la representación del efecto de histéresis, que también condiciona la forma de onda de la corriente, en mayor medida cuanto mayor sea el área bajo la curva de saturación.

El grado de saturación magnética antes mencionado depende de los parámetros de diseño del dispositivo, incluidas la curva de magnetización del material del núcleo y las dimensiones de este, de modo que el nivel de distorsión de la corriente de

magnetización de un dispositivo con saturación magnética depende de las decisiones de diseño que adopte el fabricante. De todos modos, los criterios de diseño habituales en la industria implican necesariamente que se deba admitir un nivel relativamente importante de distorsión armónica en la corriente de magnetización antes mencionada, tanto mayor cuanto menores sean el nivel de tensión y la potencia nominal del dispositivo en cuestión [47]. Esto es debido fundamentalmente a una razón de orden económico, por lo cual no se optimiza el funcionamiento de los equipos desde un punto de vista puramente técnico. Entre otras referencias, esta afirmación puede sustentarse con la evaluación de las características técnicas de transformadores de distribución fabricados según [48] y [49].

A pesar de la problemática descrita, el impacto de la distorsión producida en las corrientes de magnetización de los dispositivos con saturación magnética puede tener una incidencia reducida o moderada cuando se trabaja a niveles de carga importante. Esto ocurre debido a que la corriente de magnetización de una máquina eléctrica industrial o de una inductancia por lo general es una fracción pequeña de la corriente nominal de carga. Por ende, la presencia de corrientes de magnetización muy distorsionadas en una red puede tener un impacto negativo notorio solo en determinadas situaciones donde la carga de los transformadores resulte muy reducida.

2.3.2. Dispositivos con arco

En este ámbito, se destacan especialmente los hornos de fusión por arco eléctrico. Aunque no son los únicos equipos que basan su funcionamiento en el establecimiento y mantenimiento de un arco eléctrico alimentado directamente por la tensión de alimentación, son los de mayor potencia unitaria; debido a este hecho, su impacto en la red por lo general resulta más notable que el de otros dispositivos con arco [37].

Las siguientes son algunas de las características más importantes de las corrientes consumidas por los hornos de fusión por arco eléctricos, según se describen en [50] y como se verifican, por ejemplo, con los resultados de las mediciones que se presentan en [51]:

- Se observa un importante desequilibrio en la terna de corrientes trifásicas consumidas, especialmente durante la etapa de establecimiento del arco.

- A diferencia de otras cargas no lineales, se manifiesta claramente la presencia de subarmónicas, interarmónicas y de armónicas de órdenes pares.
- El desequilibrio entre fases y el contenido armónico de las corrientes varía en función de la etapa de funcionamiento del horno. Durante la etapa de fusión se tiene una mayor proporción de subarmónicas, interarmónicas y armónicas pares; durante la etapa de fusión dicha proporción se va reduciendo; y por último es notablemente menor durante el afino del metal.
- Dentro del rango de subarmónicas presentes en las corrientes consumidas, se destacan aquellas de frecuencia y magnitud suficiente como para producir fenómenos de parpadeo (*flicker*) de niveles apreciables.

En las Fig. 2.15 y 2.16, se muestran a modo de ejemplo los resultados de mediciones realizadas sobre un horno industrial de arco, según se publican en [51]. En la Fig. 2.15, se manifiesta la extrema variabilidad en el tiempo de la contaminación armónica introducida por una carga de estas características.

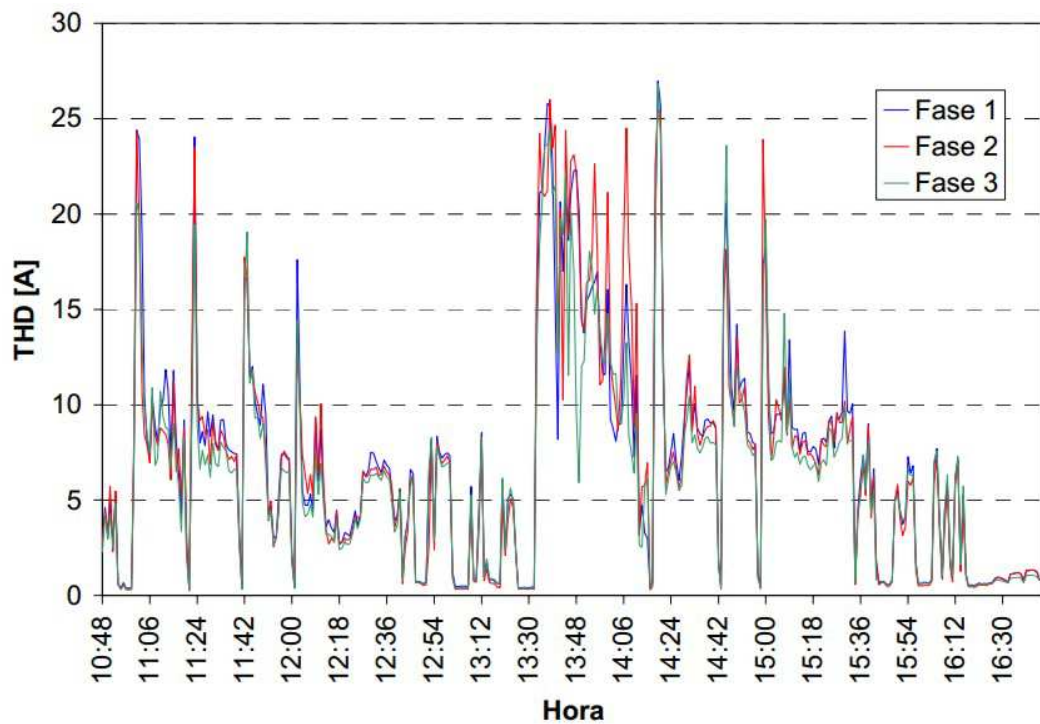


Figura 2.15. Evolución temporal de la distorsión armónica de la corriente consumida por un horno industrial de arco

En la Fig. 2.16, también tomada de [51], se confirma para un ciclo de trabajo de unas 6 horas la presencia de elevados niveles de armónicas de todos los órdenes, incluidos los órdenes pares, en las corrientes consumidas en las tres fases.

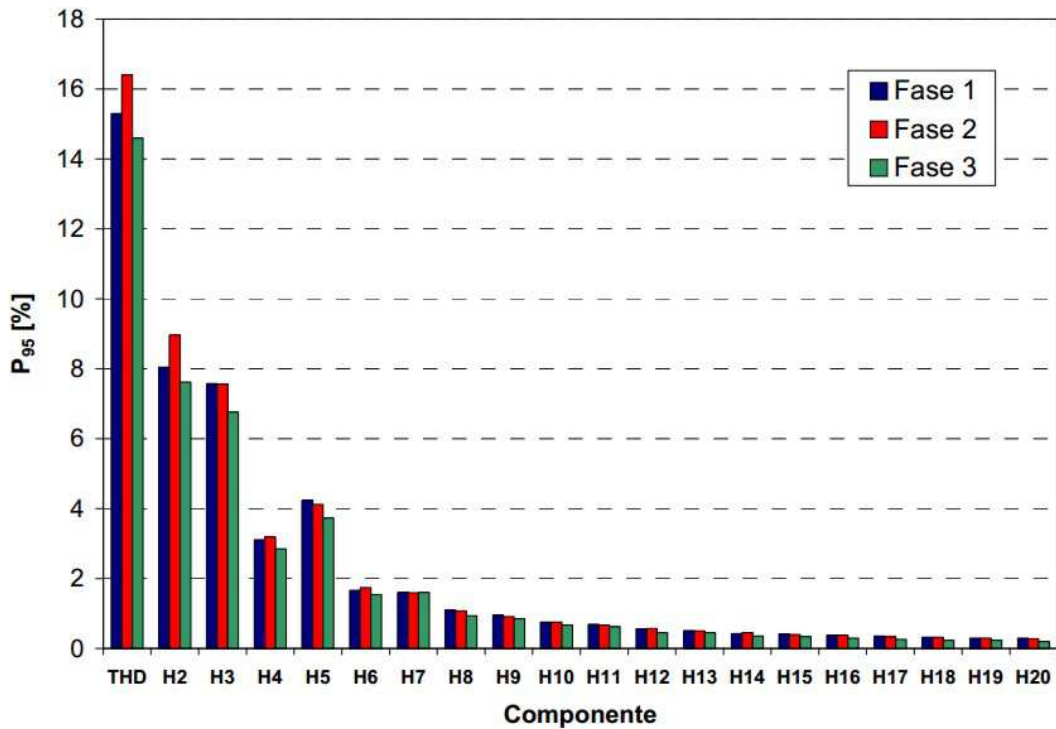


Figura 2.16. Proporción de componentes armónicas de la corriente consumida por un horno industrial de arco durante un ciclo de trabajo de 6 horas

Por otro lado, las lámparas tradicionales de descarga gaseosa cuya instalación incluye balastos ferromagnéticos o electrónicos también funcionan con la producción de un arco eléctrico. La forma de onda de las corrientes que consumen tiene una TDT del orden del 8 al 35 % según sea el principio de funcionamiento de su balasto. En comparación con los hornos de arco, sus corrientes presentan un espectro en frecuencia más estable en el tiempo. Además, prácticamente no se manifiestan armónicas de corriente de orden par, debido a la simetría de la onda con respecto al eje de los tiempos, es decir que hay mayor similitud entre un semiciclo y el otro. Son preponderantes las armónicas de orden triple, con lo cual su distribución regular en las tres fases de un sistema trifásico con neutro hace que este quede sujeto a sobrecarga de corrientes armónicas de tercer orden [37].

El impacto de las lámparas de descarga en la calidad de energía de las redes eléctricas está dado por su gran penetración en cuanto a iluminación pública, vial y

ornamental. Adicionalmente, con el fin de mejorar la eficiencia energética, desde hace muchos años los balastos tradicionales (de núcleo ferromagnético) están siendo reemplazados por balastos electrónicos, con lo cual el valor preponderante de la TDT de las corrientes consumidas típicamente resulta mayor. En trabajos como [52], se ha analizado el impacto de lámparas con balastos tradicionales o electrónicos por sí solos, así como el de diversas combinaciones de ambos tipos de equipos. Las lámparas con balastos electrónicos pueden analizarse dentro de la familia de cargas no lineales basadas en electrónica de potencia, las cuales se describen en la sección siguiente.

Más recientemente, las lámparas fluorescentes compactas, a veces denominadas simplemente como “de bajo consumo”, se han convertido en una fuente de distorsión armónica de importante penetración. Su elevada eficiencia energética, del orden de 4 veces la de las lámparas tradicionales, ha venido impulsando su amplia difusión en los últimos años. Teniendo en cuenta que alrededor de un 15 % de la energía puesta en juego en los sistemas de distribución eléctrica corresponde a iluminación, y que las lámparas fluorescentes compactas constituyen solo una parte de esa fracción, el impacto concreto de su contaminación sobre los sistemas eléctricos puede parecer reducido. Sin embargo, la TDT de una lámpara de este tipo puede estar en el orden del 80 %, e inclusive la normativa vigente admite componentes de 3.^a armónica de hasta un 86 % de la fundamental y de 5.^a armónica de hasta un 61 % de la fundamental. Con estas características, las lámparas fluorescentes compactas pueden constituir un serio problema de calidad de energía dentro de las instalaciones de baja tensión, especialmente en lo que hace a la sobrecarga del neutro y a la emisión de interferencias electromagnéticas de frecuencias elevadas en el caso de que se utilicen con balastos electrónicos [53], [54], [55], [56].

2.3.3. Dispositivos con electrónica de potencia

La irrupción y el afianzamiento de la electrónica de potencia durante el siglo XX han tenido como consecuencia la circulación en los sistemas eléctricos de corrientes con niveles cada vez más importantes de distorsión armónica. Esto es debido a la no linealidad intrínseca al funcionamiento de los dispositivos semiconductores que se conectan a la red. En términos generales, en las redes eléctricas actuales, son preponderantes los puentes rectificadores, tanto en su versión monofásica como

trifásica, cada cual con su forma de onda característica. Se implementan habitualmente en la etapa de entrada de variadores de frecuencia, fuentes conmutadas, fuentes de alimentación ininterrumpida y balastos electrónicos de lámparas de descarga gaseosa [37], [55].

Como ejemplo, en la Fig. 2.17, se muestra la simulación de la forma de onda consumida por un rectificador monofásico cuando se le aplica una tensión perfectamente sinusoidal. La impedancia de la fuente ideal se ha supuesto completamente inductiva. La ilustración fue generada con código de Wolfram[®] Mathematica[®] publicado en [E.10] por el autor del presente trabajo.

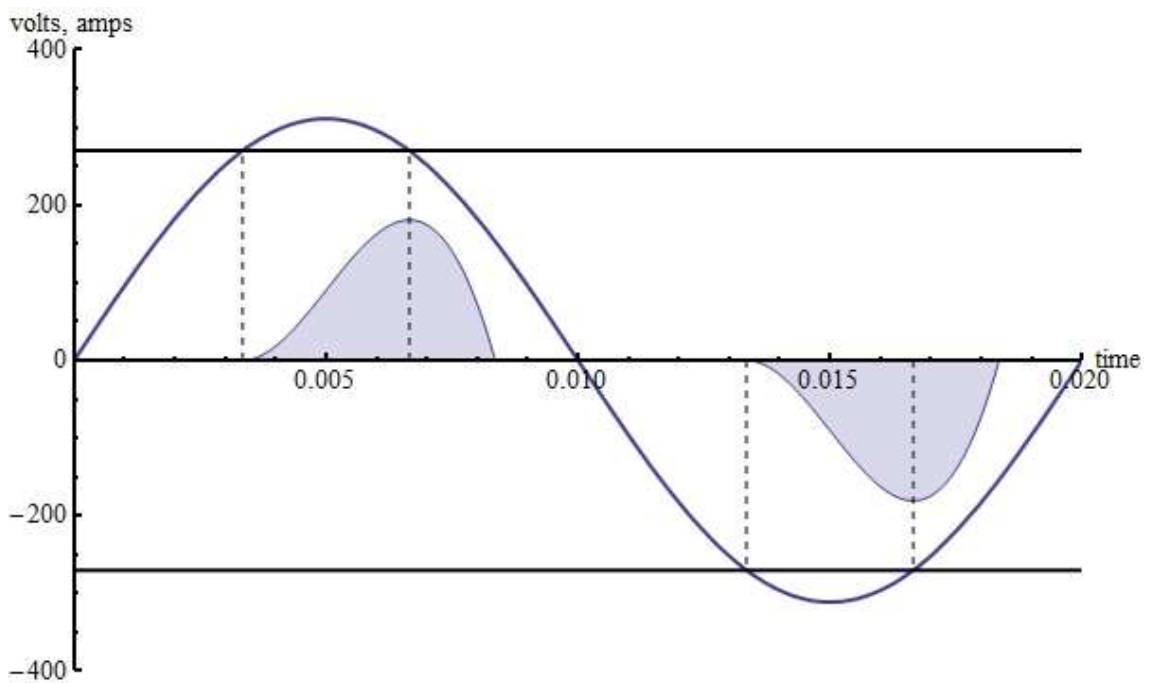


Figura 2.17. Forma de onda de la corriente de un rectificador monofásico alimentado por una fuente de tensión sinusoidal e impedancia inductiva

En dicha Fig. 2.17, la senoide de período 0,020 s corresponde a la tensión aplicada, mientras que la curva sombreada corresponde a la corriente consumida de la red por el rectificador monofásico. Las líneas horizontales trazadas aproximadamente a ± 270 V corresponden al nivel de carga del denominado bus de corriente continua para las condiciones de carga planteadas. Se evidencia que la circulación de corriente en un semiciclo no comienza hasta que el valor instantáneo de la tensión aplicada supera dicha tensión del bus de corriente continua. Se nota claramente que la forma de onda de la

corriente circulante resulta sumamente irregular, alejándose de una forma sinusoidal ideal e incorporando importantes componentes armónicas de tercer orden.

En el ejemplo de la Fig. 2.18, se muestra la corriente consumida en una de las tres fases a la entrada de un rectificador trifásico. La evolución temporal que se demuestra corresponde a las etapas de energización, desvío de la impedancia limitadora de la corriente de inserción y puesta en régimen. La ilustración fue generada con ATP (Alternative Transients Program) en el marco de la publicación [E.6] realizada por el autor del presente trabajo.

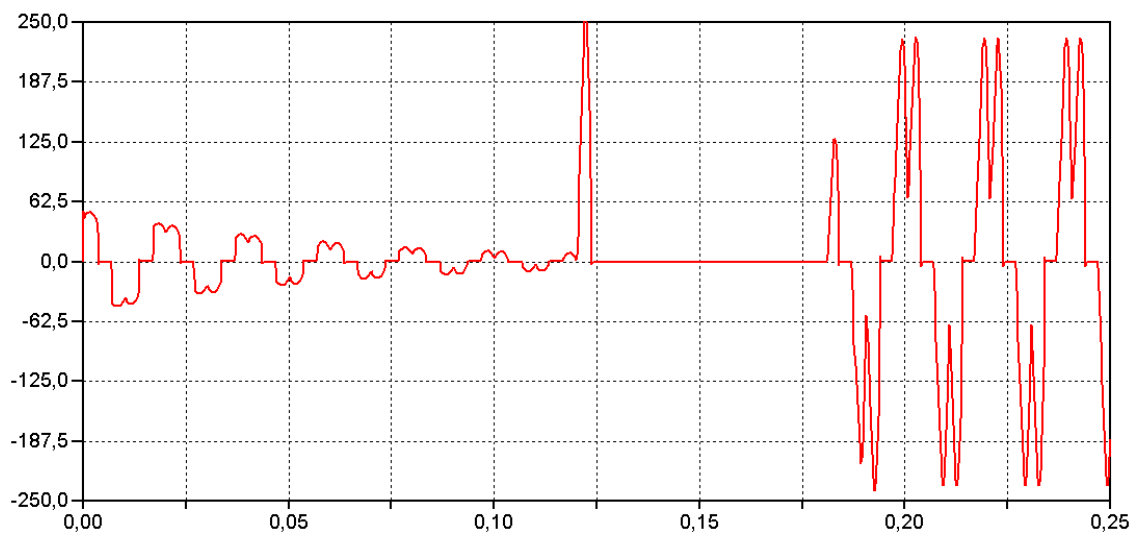


Figura 2.18. Evolución de la corriente consumida en una fase de un rectificador trifásico

La evolución temporal que se muestra en esta figura implica una diversidad de fenómenos transitorios que en algunos casos tienen duraciones inferiores a un ciclo, y aún inferiores a un semiciclo. En tales casos, no tiene sentido la descomposición en series de Fourier de las magnitudes involucradas, sino que se recurre a herramientas como la transformada *wavelet* [57]. Para el presente trabajo, se trabaja íntegramente con la hipótesis de funcionamiento en régimen permanente, por lo cual se considera suficiente la aplicación de la transformada de Fourier.

2.4. Principales efectos de la distorsión armónica sobre elementos del sistema eléctrico

En [58], de 1993, el Instituto de Ingenieros Eléctricos y Electrónicos (IEEE, *Institute of Electrical and Electronics Engineers*) proporcionó un estudio exhaustivo

sobre los efectos de la contaminación armónica sobre diversos equipos sensibles, considerando como tales los siguientes:

- condensadores;
- interruptores y fusibles;
- conductores;
- equipos electrónicos;
- equipos de iluminación;
- equipos de medición;
- relés de protección;
- maquinas giratorias;
- sistemas de comunicación telefónica;
- transformadores

A modo de actualización bibliográfica, puede citarse el informe [55] publicado en 2011 por el Instituto Europeo del Cobre (*European Copper Institute*, ECI), donde se enumeran prácticamente el mismo tipo de inconvenientes, en este caso también discriminados entre los que afectan la red de distribución y los que inciden negativamente sobre los componentes internos de la instalación.

Con la salvedad de algunos equipos electrónicos y de algunos dispositivos de medición o protección, en términos generales no han cambiado los principios generales que rigen los efectos negativos de la contaminación armónica sobre estas familias de dispositivos. En las siguientes subsecciones, se revisan los mismos puntos que en el mencionado estudio, reagrupados en una menor cantidad de familias y con la correspondiente actualización de bibliografía.

2.4.1. Efectos sobre condensadores

Un condensador de uso industrial se diseña y especifica para funcionamiento en régimen con una tensión de alimentación cuya forma de onda sea prácticamente sinusoidal. En la medida en que dicha tensión de alimentación se vea distorsionada, las armónicas de tensión afectarán el funcionamiento del condensador debido a la variación de su reactancia capacitiva con la frecuencia.

En términos simples, las corrientes armónicas circulantes por un condensador pueden expresarse de la siguiente manera [58]:

$$I_h = h \cdot V_n, \quad (2.8)$$

donde:

- h : orden de la armónica
- V_h : armónica de orden h presente en la tensión de alimentación, expresada en valores porcentuales
- I_h : armónica de orden h presente en la corriente circulante a través del condensador, expresada en valores porcentuales

Como ejemplo, si en la tensión de alimentación de un condensador hay un 7 % de 5.^a armónica, con esta expresión puede calcularse de manera directa que en la corriente que circulará a través del condensador habrá un 35 % del mismo orden armónico. Todos estos valores están referidos a la tensión de alimentación nominal y a la corriente nominal como un 100 %.

Los límites más importantes en cuanto a los parámetros de funcionamiento en régimen de los condensadores están dadas por los siguientes valores estipulados en [59], todos ellos válidos para funcionamiento en régimen, incluidos los valores eficaces:

- 110 % de la tensión eficaz nominal
- 120 % de la tensión de cresta nominal
- 180 % de la corriente eficaz nominal
- 135 % de la potencia reactiva nominal

Por ejemplo, con la distorsión armónica de la tensión aplicada a los bornes de un condensador, se incrementa sensiblemente el valor eficaz de dicha tensión, y fácilmente se puede superar el límite de funcionamiento planteado para este parámetro de funcionamiento. Los límites indicados sirven como parámetros para el sobredimensionamiento de la capacidad térmica y del aislamiento por parte de los fabricantes de condensadores. En caso de superarse al menos uno de estos límites, la vida útil del condensador se consumirá rápidamente [37].

Más allá de los límites de funcionamiento inherentes, pueden potenciarse los problemas de contaminación armónica en los condensadores debido a la producción de condiciones de resonancia. Esto es habitual en tableros de compensación de factor de potencia, y especialmente para frecuencias armónicas de orden bajo, como la quinta o la séptima. En la Fig. 2.19, se muestra un ejemplo tomado de [60] donde se aprecian los resultados de una sobrecarga producida en un caso de resonancia.



Figura 2.19. Efecto de una sobrecarga producida por un problema de resonancia

En estos casos, es posible que los condensadores no se vean tanto como equipos sensibles afectados por la contaminación armónica, sino más bien como parte del problema de contaminación. En tales situaciones, es habitual recurrir a soluciones relativamente simples como la reubicación de los condensadores a otros puntos de la red de manera tal de alejarlos eléctricamente de la fuente de contaminación armónica con la cual se produce la resonancia. Cuando la resonancia se produce para una armónica de orden impar múltiplo de tres, otra alternativa para bancos de condensadores conectados en estrella es desconectar el conductor de neutro de su centro de estrella; sin embargo, esto implica que se deben vigilar individualmente en cada fase los límites antes enumerados, debido especialmente a la posibilidad de desequilibrios. Finalmente, si estas alternativas no resuelven el problema de resonancia, puede recurrirse a la instalación de reactores para desintonización, con lo cual la frecuencia de resonancia del conjunto condensadores-fuente de contaminación se desplaza, alejándose de la frecuencia armónica predominante en el punto de conexión original [58].

2.4.2. Efectos sobre transformadores

Según lo expuesto en la literatura, por ejemplo [55] y [58], puede afirmarse que la distorsión armónica afecta el funcionamiento de los transformadores de distribución principalmente de las maneras que se enumeran a continuación.

- 1) Como ocurre en todos los demás componentes de la red eléctrica, resulta evidente el incremento de las pérdidas por efecto Joule en los devanados, concretamente debido al incremento de la corriente eficaz circulante.
- 2) Para órdenes armónicos relativamente elevados, comienza a cobrar cierta importancia el efecto pelicular (efecto *skin*) sobre la resistencia óhmica aparente de los devanados, lo cual implica pérdidas óhmicas adicionales.
- 3) Las pérdidas debidas a la circulación de corrientes parásitas, inducidas en los materiales activos no energizados de la máquina, se incrementan rápidamente con el aumento de la distorsión armónica.
- 4) Es importante contabilizar las pérdidas debidas a la producción del flujo magnético adicional que se dispersa en los devanados, en el núcleo, en los dispositivos de sujeción y en el tanque mismo.
- 5) En lo que respecta a los aspectos de conexión de los devanados, es importante destacar que las armónicas triples de las corrientes son de secuencia cero, por lo cual están en fase. Esto significa que sus valores se suman directamente en el neutro de un grupo de devanados conectado en estrella y las componentes armónicas triples de las tres fases retornan por el neutro. Por otro lado, dentro de un grupo de devanados conectados en triángulo, tales componentes armónicas triples circulan dentro del circuito cerrado formado por el triángulo. Teniendo en cuenta que por lo general los transformadores de distribución suelen conectarse con el primario en triángulo y el secundario en estrella, estas máquinas contribuyen a impedir la propagación de tales armónicas triples al primario, pero a expensas de soportar por sus devanados primarios la circulación de esa corriente adicional que implica también una sobrecarga térmica. Debe tenerse en cuenta que las componentes armónicas de secuencia positiva y negativa de las corrientes del secundario sí se reflejan en el primario, solo teniendo en cuenta la relativamente leve atenuación de los devanados del transformador.
- 6) Es factible que se produzcan otros efectos para órdenes armónicos específicos, como la resonancia entre la inductancia del transformador y la capacitancia del sistema.
- 7) El material de aislamiento de los devanados y de las laminaciones puede sufrir esfuerzos mecánicos adicionales debido a las pequeñas oscilaciones

ocasionadas en el material del núcleo a frecuencias superiores a la fundamental.

Todos incremento en las pérdidas de una máquina eléctrica implica un incremento en sus temperaturas internas y por ende una reducción en su vida útil. Por lo tanto, dados todos los incrementos de pérdidas que aquí se enumeran, se deduce que una mayor distorsión armónica en las corrientes que circulan a través de un transformador implica una sobrecarga térmica importante para la máquina, lo cual puede conducir a una reducción notable de su vida útil. Como referencia, en un transformador funcionando a plena capacidad y alimentando cargas lineales, las pérdidas por corrientes parásitas normalmente son del orden del 10 % de las pérdidas totales; mientras tanto, en la misma situación, pero alimentando exclusivamente cargas electrónicas (con una importante distorsión en sus corrientes) dichas pérdidas por corrientes parásitas se duplican.

En normas como [61], se establecen parámetros para cuantificar el impacto de la contaminación armónica de una carga sobre el transformador que la alimenta. En términos generales, se proponen dos métodos diferentes para cuantificar la capacidad de un transformador para alimentar cargas distorsionadas sin que se produzca un efecto significativo sobre su vida útil. Ambos métodos requieren que se conozcan detalladamente las características de distorsión de la corriente de carga, pero en uno de ellos se requieren los datos precisos de diseño del transformador, mientras que en el otro bastan los datos obtenidos de los informes de ensayo de la máquina. En cualquier caso, se parte de la premisa de que las pérdidas debidas a las corrientes parásitas aumentan con el cuadrado de la corriente y de la frecuencia. Se ha demostrado que dicha proporción de aumento se cumple razonablemente hasta la armónica 9, y que de ahí en más tal criterio resulta ligeramente conservador. De esta manera, la adopción de tal premisa en los métodos de cálculo implica la inclusión de un cierto factor de seguridad.

Como resultado de estos cálculos, la cuantificación del impacto de la distorsión armónica de las corrientes sobre el funcionamiento de un transformador se expresa mediante un factor denominado K, que se aplica de la siguiente manera: un transformador que cumple con los requisitos de ensayo equivalentes a un factor $K = 3$ puede alimentar, dentro de sus límites de temperatura, una carga equivalente a su carga nominal, pero con una distorsión armónica suficiente como para producir el triple de las pérdidas nominales por corrientes parásitas. De esta manera, cuanto mayor sea el factor

K de un transformador, mayor será su capacidad para alimentar cargas con distorsión armónica; dicho en otras palabras, tendrá capacidad para alimentar cargas con un nivel mayor de distorsión armónica. También puede considerarse desde el punto de vista inverso: dada una carga que requiera un transformador con un determinado valor de factor K, dicho valor de K puede utilizarse para “desclasificar” el transformador que se instale, lo cual implica que la potencia nominal de la máquina que se instale será superior a la requerida por la misma carga sin distorsión.

Especialmente debido a lo explicado en el ítem 5), es posible que la descripción de la distorsión de las corrientes de línea no baste para determinar correctamente el factor K requerido para un transformador. Por el contrario, en el caso de devanados en triángulo, se requiere el detalle de la distorsión de las corrientes de fase, para asegurar que se incluyan en las mediciones las componentes armónicas de secuencia cero (de tercer orden) que circulan dentro del circuito cerrado del triángulo conformado por los devanados.

Más allá de algunas propuestas para la ampliación de esta modalidad de cálculo, como la desarrollada en [62], el factor K se mantiene como una de las maneras más extendidas para determinar la necesidad de sobredimensionamiento de un transformador ante la distorsión armónica de las corrientes de las cargas que se deben alimentar.

2.4.3. Efectos sobre máquinas eléctricas giratorias

En este punto, se pretenden explicitar específicamente los efectos de la distorsión armónica sobre las máquinas eléctricas giratorias conectadas directamente a una tensión de red distorsionada. Es decir, no se hace referencia a los efectos de la distorsión armónica sobre las máquinas alimentadas a través de accionamientos electrónicos, lo cual implicaría otro enfoque.

En la descripción de este apartado, se considera que la máquina giratoria afectada por la distorsión armónica tiene un comportamiento lineal. Sin embargo, en algunos casos deben tenerse en cuenta también las no linealidades propias del funcionamiento real de estas máquinas en lo que respecta a su interacción con las componentes armónicas de tensión del sistema de alimentación [63].

Es válido destacar que, a diferencia de los transformadores, las máquinas eléctricas giratorias presentan una sensibilidad diferente ante las armónicas presentes en

la tensión de alimentación, según se trate de armónicas de secuencia positiva o de secuencia negativa [64].

A partir del artículo [E.6] publicado por el autor del presente trabajo, se muestran a continuación los resultados de la simulación de una configuración particular que pone de manifiesto cómo una carga contaminante afecta el funcionamiento de una máquina eléctrica giratoria.

En la Fig. 2.20, se muestra el modelo de una instalación trifásica de baja tensión con un motor de 7,5 kW funcionando en paralelo con un variador de frecuencia de 142 A, el cual a su vez trabaja a plena carga accionando un motor de 75 kW.

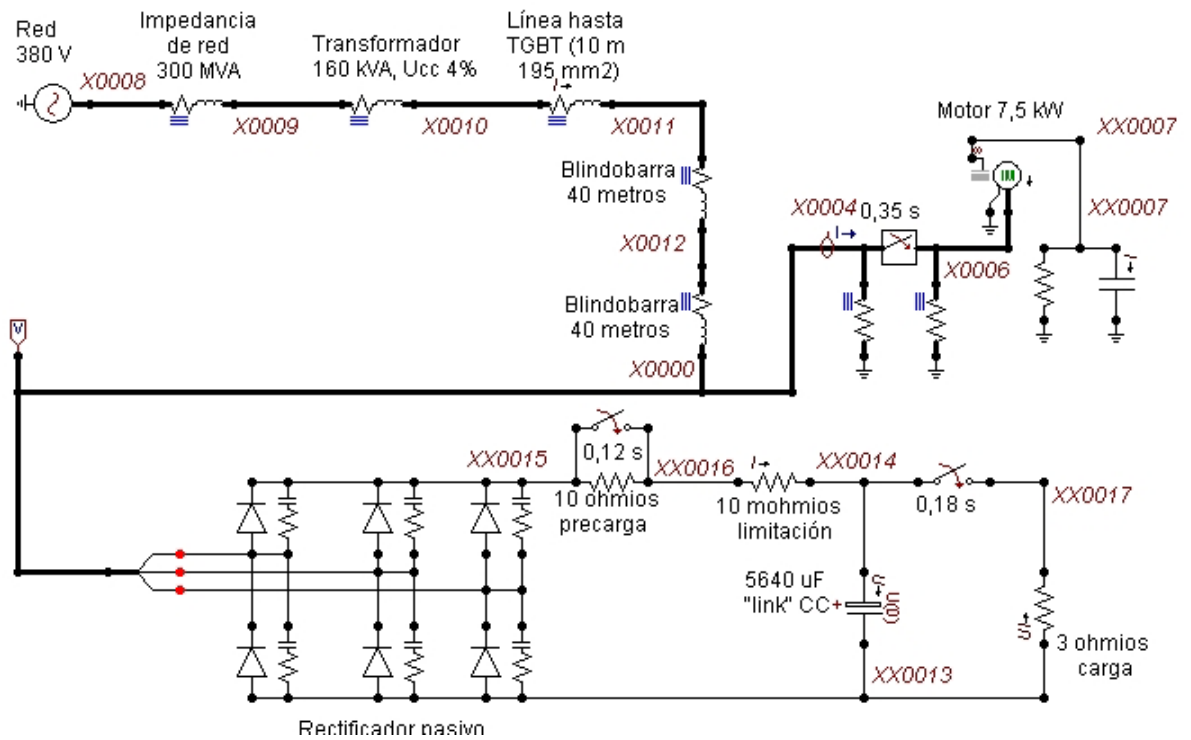


Figura 2.20. Modelado del funcionamiento de un motor asincrónico trifásico de 7,5 kW conectado a los bornes de un variador de frecuencia que acciona un motor de 142 A

El sistema completo se considera alimentado desde una red trifásica de tensión idealmente sinusoidal. En el artículo de referencia, se estudia la propagación de la distorsión armónica introducida por la carga no lineal.

En la Fig. 2.21, se muestran las armónicas de tensión producidas a los bornes de entrada del variador debido a su principio de funcionamiento (rectificador trifásico).

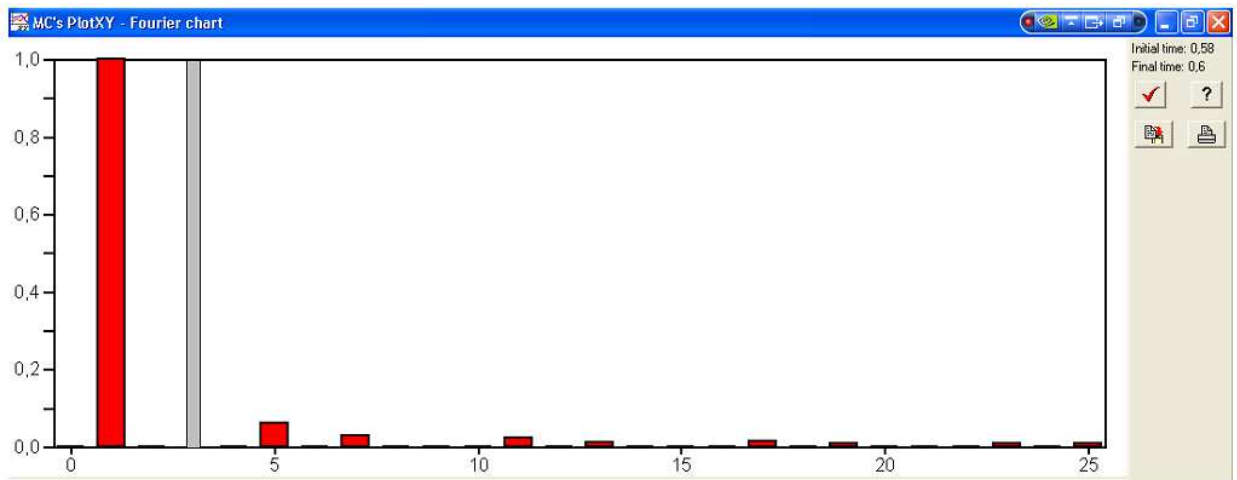


Figura 2.21. Armónicas de tensión en una de las fases de alimentación del rectificador

El variador de frecuencia se constituye así en una carga no lineal, contaminante desde el punto de vista de la distorsión armónica. Se observa que tales armónicas de tensión se hacen presentes también a los bornes del motor de 7,5 kW de accionamiento directo, que en esta simulación se considera totalmente lineal. El motor de 7,5 kW queda expuesto así a la contaminación armónica presente en su tensión de alimentación.

En la Fig. 2.22, se muestran las corrientes armónicas que circulan por una de las fases de dicho motor de 7,5 kW, debido a las armónicas de tensión mencionadas, producidas por el funcionamiento del variador de frecuencia vecino.

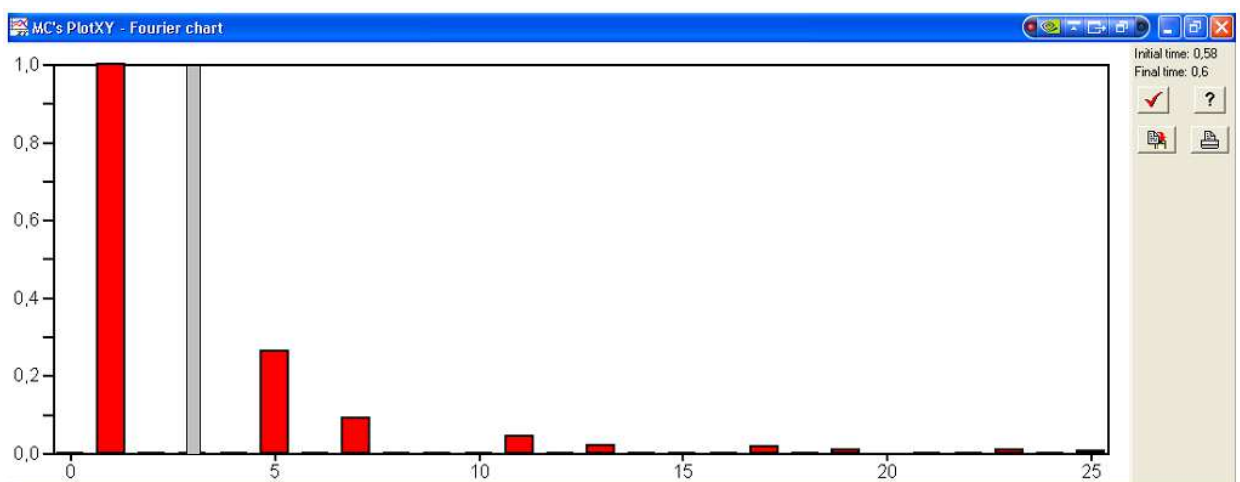


Figura 2.22. Armónicas de corriente en una de las fases del motor de 7,5 kW

Como puede deducirse a partir de las Fig. 2.21 y 2.22, el funcionamiento del variador trifásico, una carga no lineal contaminante, produce la circulación de corrientes armónicas por el motor de accionamiento directo conectado como carga vecina a dicho variador. Las armónicas de corriente que circulan por el motor en esta situación implican para su corriente consumida un valor eficaz superior al previsto en condiciones sinusoidales. Esto se traduce especialmente en pérdidas térmicas por efecto Joule superiores a las correspondientes al funcionamiento normal de la máquina en condiciones sinusoidales. Por ende, este motor resulta afectado por una sobrecarga térmica que implica que se deba “desclasificar”, es decir, que se lo deba utilizar para potencias inferiores a las previstas en condiciones sinusoidales.

Al enunciar aquí cómo las armónicas afectan el funcionamiento de las máquinas eléctricas giratorias, se concentra la atención específicamente sobre el efecto térmico explicado. Sin embargo, existen otros efectos adicionales, como por ejemplo el de las armónicas de par que se producen en el eje del motor aún funcionando en vacío.

2.4.4. Efectos sobre los conductores de fase y el conductor neutro

La distorsión armónica de las magnitudes eléctricas de un sistema afecta de manera directa a los conductores y su material de aislamiento. Sobre la base de trabajos como [55], [58] y [65], pueden enumerarse los siguientes puntos principales para describir la influencia negativa de la distorsión armónica sobre el desempeño y la vida útil de los conductores de una instalación.

En primer lugar, el valor eficaz de una corriente con distorsión armónica es superior al que correspondería en condiciones sinusoidales. El valor eficaz de la corriente que circula por un conductor se relaciona directamente con el grado de calentamiento de este. Por lo tanto, cuanto más se apartan las corrientes de un sistema de una forma de onda sinusoidal, más se exige térmicamente a los conductores, con lo cual debe preverse un sobredimensionamiento que en muchas veces es considerable.

Adicionalmente, con la presencia de componentes de frecuencias más altas que la fundamental, el efecto pelicular (también conocido como efecto *skin*) comienza a cobrar importancia. Dicho efecto se manifiesta con el aumento de la resistencia aparente de los conductores con el aumento de la frecuencia. Por lo tanto, las pérdidas térmicas producidas en los conductores por las componentes armónicas de la corriente se

incrementan aún más de lo que podría preverse considerando simplemente el incremento del valor eficaz de la corriente.

Por otro lado, la presencia de componentes armónicas de tensión en el sistema implica una mayor exigencia sobre el aislamiento de los conductores de un sistema. Típicamente, la amplitud de las componentes armónicas de la tensión es menor cuanto mayor sea la frecuencia armónica considerada. Sin embargo, tales componentes armónicas de frecuencia superior a la fundamental se aplican directamente al aislamiento de los conductores entre sí y entre ellos y la tierra del sistema. Los materiales aislantes constituyen en gran proporción una reactancia capacitiva ante la tensión, y la reactancia capacitiva se reduce con el aumento de la frecuencia. Así, con la distorsión armónica de la tensión, circulan a través de los materiales aislantes de los conductores corrientes crecientes en función de la frecuencia. Tal derivación de corriente a tierra y entre conductores afecta la vida útil de los materiales de aislamiento e implica la posibilidad de disparo de las protecciones de falla a tierra.

Por último, debe mencionarse la importancia de las componentes armónicas de secuencia cero en lo que respecta a la sobreexigencia impuesta sobre el conductor neutro de instalaciones trifásicas, especialmente cuando estas alimentan grupos de cargas monofásicas. Para describir este efecto tan frecuente, se muestra el ejemplo de un sistema trifásico con neutro de corrientes equilibradas en la Fig. 2.23.

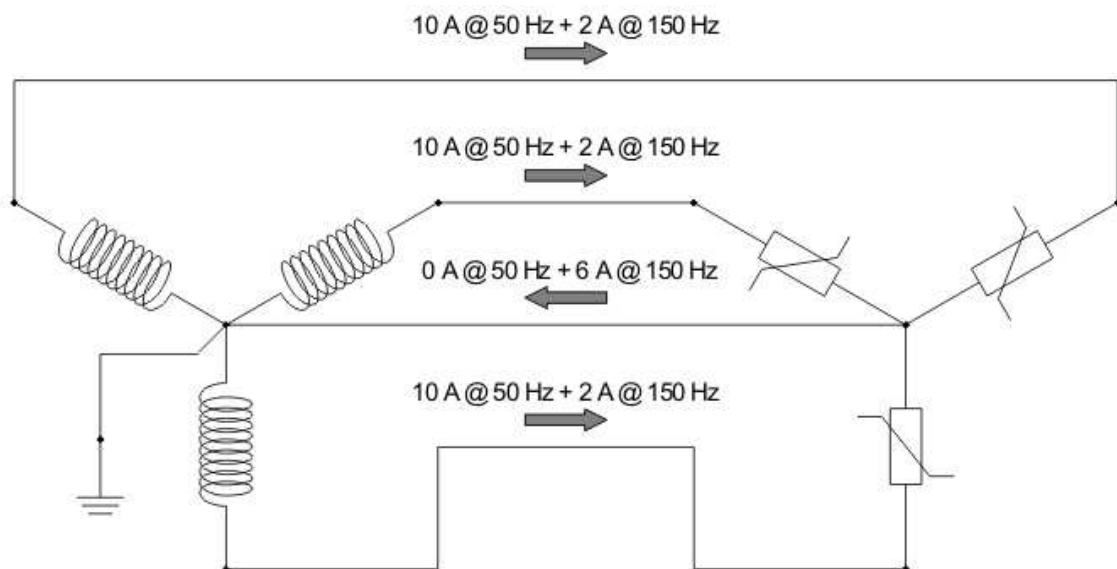


Figura 2.23. Ejemplo de circulación de corrientes armónicas de secuencia cero por el neutro de una instalación trifásica equilibrada con cargas no lineales

Como puede verse en dicha Fig. 2.23, aunque las corrientes de un sistema trifásico tengan sus componentes fundamentales equilibradas, las componentes de tercer orden retornan por el neutro y se suman en él. De esta manera, por el neutro circulan corrientes de frecuencias superiores a la fundamental, de valores relativamente importantes en comparación con las corrientes de frecuencia fundamental. La descripción de este comportamiento resulta aplicable para todas las componentes armónicas de secuencia cero, concretamente las triples, e implica la necesidad de dimensionar adecuadamente el neutro de las instalaciones trifásicas donde los niveles de distorsión armónica sean importantes.

2.4.5. Efectos sobre los dispositivos de medición, control y protección

A partir de trabajos exhaustivos como [66] y [67], puede ensayarse la siguiente enumeración sintética de los inconvenientes causados en estos equipos ante la presencia de distorsión armónica:

- Debido a las interferencias electromagnéticas conducidas y radiadas producidas por la distorsión armónica, pueden surgir problemas en el procesamiento de datos dentro de un equipo electrónico o en la transmisión de datos entre equipos. Si se superan los límites de inmunidad de los equipos electrónicos sensibles, se puede llegar a interrumpir su funcionamiento. Aún cuando no se superen tales límites, puede reducirse notablemente el rendimiento del procesamiento o de la transmisión de datos debido a la ejecución de algoritmos de detección y corrección de errores.
- Ante una distorsión armónica muy marcada, pueden aparecer cruces por cero adicionales dentro del ciclo de una señal eléctrica que originalmente sería sinusoidal. Esto puede afectar la respuesta de dispositivos de medición y sincronización sensibles que basan su funcionamiento en el cruce de una señal por cero.
- La clase de algunos instrumentos de medición puede empeorarse notoriamente al medir magnitudes con una distorsión armónica importante.
- Debido a las dificultades relacionadas con la determinación del valor eficaz de una corriente distorsionada, algunos interruptores automáticos pueden dispararse intempestivamente, o bien no dispararse cuando deberían hacerlo.

- La suma de las corrientes de fuga, por ejemplo de tercer orden armónico, pueden superar los umbrales de disparo de las protecciones diferenciales.

Si bien muchos de los problemas de funcionamiento de los equipos de medición, control y protección se deben directamente a la distorsión armónica de las corrientes, los valores muy elevados de TDT de tensión también pueden ocasionar inconvenientes a estos equipos sensibles. Se considera muy probable la ocurrencia de problemas de funcionamiento con valores de TDT de tensión superiores al 8 %, y se toma como posible su aparición ante valores de TDT de entre el 5 % y el 8 %.

En [68], se presenta el estudio de un caso que pone de manifiesto la seriedad de algunos de los inconvenientes producidos por la distorsión armónica en equipos de medición y protección. El estudio se realizó sobre la instalación de un teatro de Tailandia, donde con frecuencia se abría inesperadamente el interruptor automático del generador de respaldo. Tales aperturas respondían siempre al disparo del sistema de protección por falla a tierra de dicho generador, y se observó que esta situación se presentaba especialmente durante la utilización intensiva de los reguladores electrónicos de las luces del escenario. Tales reguladores monofásicos producen en las corrientes de la red un importante nivel de componentes armónicas de tercer orden, que se suman en el neutro. Con el estudio realizado, se determinó que el inconveniente se podía corregir conectando a un mismo punto el neutro y la puesta a tierra del generador, en lugar de realizar dos conexiones a tierra diferentes. Este caso constituye un buen ejemplo de una situación en la cual niveles importantes de distorsión armónica producen problemas que no surgirían en el caso de magnitudes casi sinusoidales.

2.5. Generalidades sobre la mitigación de efectos perjudiciales de las armónicas

Si bien no pueden establecerse muchas reglas de aplicación general, en esta sección se evalúan algunas de las consideraciones que deben tenerse al momento de implementar medios de mitigación de los efectos nocivos de la circulación de corrientes armónicas por la red. Dado que no es el foco central de este trabajo, se presenta el tema de manera muy sucinta.

Ante todo, como se sugiere en [37], la recomendación más importante a tener en cuenta es que por lo general la solución a los problemas de calidad de energía suele ser más simple de lo que se prevé a simple vista. En otras palabras, se puede recurrir a

soluciones relativamente simples, como la reubicación de un equipo o la modificación de algunas conexiones, antes que implementar soluciones complejas y costosas.

Cuando una carga contaminante afecta el desempeño de una carga sensible conectada en su proximidad eléctrica, una alternativa frecuente por su relativa sencillez radica en la instalación de reactores en serie con la carga contaminante. El funcionamiento de estos equipos se basa simplemente en la variación lineal de su impedancia reactiva, creciente con la frecuencia. Con esto, se hace cada vez mayor la impedancia interpuesta para la circulación de armónicas de corrientes de órdenes cada vez mayores. Estos reactores se especifican con los siguientes datos:

- La tensión nominal del sistema al que van conectadas.
- La potencia aparente (o bien corriente eficaz) de la carga que deben atender.
- La caída de tensión máxima a frecuencia fundamental prevista a sus bornes, expresada como un porcentaje de la tensión eficaz nominal de la red.

Por ejemplo, es común especificar reactancias de 3 % de caída de tensión, con lo cual en una red de 380 V se producen a sus bornes una caída de tensión de 11,4 V a la frecuencia fundamental. Debe tenerse en cuenta que, dado que tal caída de tensión es casi netamente inductiva (a 90° de la corriente de la carga), por lo general su impacto en el valor de la tensión aplicada a bornes de la carga contaminante es menor que el porcentaje de caída de tensión especificado. En la Fig. 2.24, se muestra un ejemplo para una reactancia del 3 % conectada a un sistema de 380 V de línea y una corriente de carga con coseno de ϕ 0,80, donde se puede apreciar que la caída de tensión es inferior al 2 %.

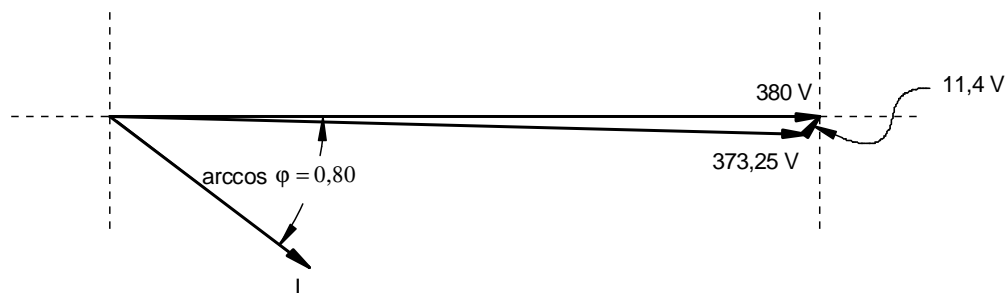


Figura 2.24. Ejemplo de la caída de tensión producida a frecuencia fundamental por la instalación de un reactor en serie con la carga contaminante

La instalación de un reactor en serie con una carga contaminante puede hacerse conservando del resto de la topología de la instalación en cuestión. Este sería un caso

particular de desplazamiento aguas arriba del punto de acoplamiento común (PAC) entre una carga contaminante y las cargas sensibles afectadas. Otra variante para llevar dicho PAC más cerca de la fuente es la conexión de la carga contaminante en el secundario de un transformador diferente que el de las cargas sensibles. Esta configuración puede utilizarse con mayor éxito en la medida en que realmente puedan discriminarse con claridad las cargas contaminantes de las sensibles. En la Fig. 2.25(a), se muestra una configuración donde las cargas contaminantes y las cargas sensibles de un sistema eléctrico comparten como PAC las barras alimentadas por el secundario de un transformador de distribución común. Por otro lado, en la Fig. 2.25(b), se muestra la alternativa de disponer de un transformador independiente para cada grupo de cargas, con lo cual el PAC se desplaza a la barra que alimenta los primarios de ambos transformadores.

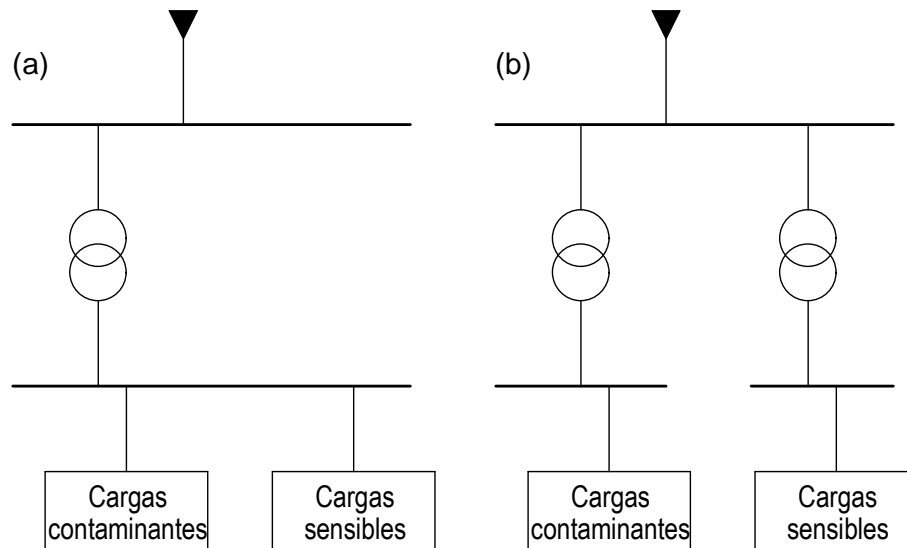


Figura 2.25. Configuración con el PAC ubicado (a) en el secundario de un transformador común y (b) en el primario de sendos transformadores

En cuanto a las soluciones relativas a variación de conexionado, por ejemplo, puede desconectarse del neutro el centro de estrella de los grupos de cargas monofásicas con importante incidencia de armónicas triples. Esta solución persigue como finalidad interrumpir la red de secuencia cero, tal como se mencionó en la sección referida a equipos con arco eléctrico, para evitar no solo la circulación de corrientes de esas frecuencias, sino también evitar resonancias para esas frecuencias, especialmente las de órdenes más bajos, que resultan mucho más difíciles de filtrar.

Una solución para aminorar la circulación de corrientes armónicas en las redes, que se analiza en profundidad en trabajos como [60], es la instalación de filtros pasivos. Tales filtros pueden dimensionarse como un agregado integral a la red destinado a filtrar determinadas armónicas, pero también pueden diseñarse aprovechando los condensadores ya instalados en la red para corrección de factor de potencia. Este es el caso, por ejemplo, en [69], donde los condensadores presentes en la planta industrial de una refinería se utilizaron para la implementación de un filtro pasivo, que a su vez se conectó en serie con un filtro activo a fin de conformar un filtro híbrido para la corrección compensación simultánea de potencia reactiva y de armónicas.

La estrategia para la ubicación de estos filtros pasivos en una red es similar a la utilizada para la compensación de potencia reactiva. Es decir, se puede recurrir a una compensación localizada, con lo cual se disminuye la contaminación armónica producida por cargas puntuales; o se puede recurrir a la compensación global de una instalación a fin de cumplir con los requisitos de la empresa proveedora de energía; o bien se puede emplear una estrategia mixta, combinando equipos para compensación puntual con equipos destinados a compensación global.

El inconveniente más importante en la instalación de los filtros pasivos radica en la necesidad de prever las posibles resonancias que puedan afectar seriamente el desempeño del filtro en sí, o bien que potencien, en lugar de morigerar, la contaminación armónica para determinadas frecuencias [60].

Una solución más definitiva, aunque a la vez más costosa, para la eliminación de armónicas es la implementación de filtros activos, como es por ejemplo el presentado en [70], con una determinada estrategia de control específica. La gran ventaja de los filtros activos en cualquier de sus configuraciones radica en la posibilidad de regular la estrategia de control de su funcionamiento a fin de optimizar su selectividad, lo cual resulta importante para la compensación de armónicas de corriente producidas a frecuencias muy específicas. Si bien se prevé su instalación en cualquier punto de la red, resultan de gran utilidad para la compensación puntual de cargas de importantes potencias unitarias y con corrientes con niveles de distorsión elevados.

CAPÍTULO III.

LA ESTIMACIÓN DE ESTADO ARMÓNICO EN LOS SISTEMAS ELÉCTRICOS

La estimación de estado puede describirse como la utilización de un criterio estadístico para asignar valores a un conjunto de variables de estado desconocidas de un sistema, partiendo de la base de mediciones realizadas sobre magnitudes accesibles de dicho sistema. Los métodos de estimación de estado se diseñan con la finalidad de obtener la mejor estimación posible de las variables de estado del sistema, partiendo de la premisa de que las mediciones incluyen errores y de que por lo general se accede a una cantidad redundante de mediciones.

Las diversas técnicas de estimación de estado se basan en la toma de mediciones que se reconocen “imperfectas” (inexactas), que son redundantes en cuanto a su cantidad y que cumplen con ciertos criterios que aseguran la observabilidad del sistema. Como se anticipó en el Capítulo I, el hecho de que un sistema resulte observable depende del juego de variables de estado seleccionado y de la cantidad y la ubicación de las mediciones realizadas. En pocas palabras, un sistema resulta observable cuando las mediciones son suficientes para asignar un valor a las variables de estado. La sola ausencia de una medición denominada crítica hace que la observabilidad se pierda en el sistema original, aunque se puede conservar en dos nuevos subsistemas. En el caso específico del presente trabajo, se trabaja sobre un sistema relativamente sencillo, para el cual se puede confirmar de manera trivial que es completamente observable.

Para realizar la estimación del valor verdadero de las variables de estado de interés, se minimiza o maximiza el criterio estadístico seleccionado, según corresponda. El criterio más tradicional suele ser la minimización de la suma de cuadrados de las diferencias entre los valores estimados y “verdaderos” de una función. En la práctica, por supuesto, nunca se accede a los valores verdaderos pero, como se verá más adelante, se recurre a simplificaciones que permiten obtener algoritmos convergentes para la estimación pretendida.

El método de los mínimos cuadrados se conoce en su aplicación para estimación de estado desde el s. XIX, pero fue especialmente durante el s. XX cuando surgieron numerosas aplicaciones en la determinación de posición y trayectoria de vehículos aeroespaciales (misiles, aviones y naves espaciales) en función de mediciones imprecisas pero redundantes de sus vectores de posición y velocidad.

Del mismo modo en que existen estimadores de estado estáticos y dinámicos, los estudios sobre contaminación armónica pueden plantearse como problemas de régimen estacionario o bien como problemas que contemplen la dinámica del sistema eléctrico analizado. En el presente trabajo, se restringe el alcance del planteo al caso estático, es decir que la estimación de estado se aplica a un sistema a un instante determinado de tiempo, sin contemplar la evolución temporal de las variables en cuestión.

En cuanto a las variables de estado de interés, para la aplicación de técnicas de estimación de estado en sistemas eléctricos se consideran las magnitudes absolutas de las tensiones nodales y sus ángulos de fase medidos en relación con una de las barras del sistema. En la Fig. 3.1, se muestran esquemáticamente las variables de estado que se consideran en un sistema eléctrico.

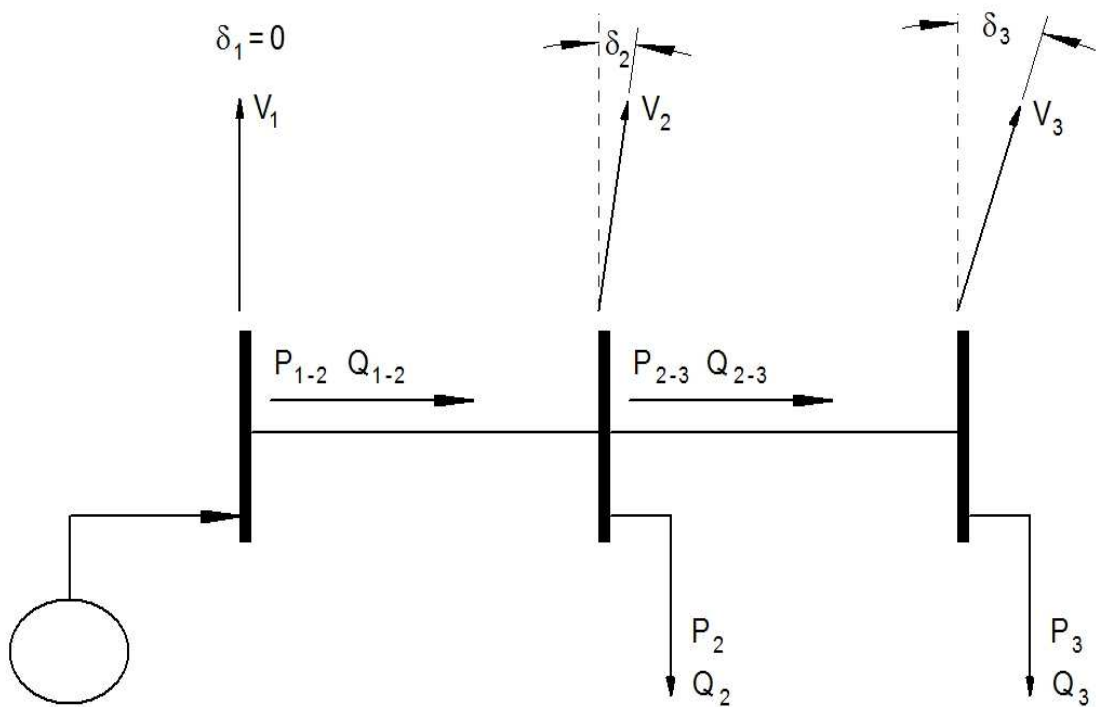


Figura 3.1. Variables de estado adoptadas en un sistema eléctrico

En dicha Fig. 3.1, se aplican las siguientes definiciones:

- V_n : magnitud de la tensión en la barra n , ya sea en V, o bien en valores por unidad (p. u.)
- δ_n : ángulo de fase de la barra n , relativo a la barra 1, para la cual se considera $\delta_1 = 0$

- P_n, Q_n : potencias activa y reactiva inyectadas en la barra n , ya sea en W/var, o bien en valores p. u.
- P_{n-m}, Q_{n-m} : potencias activa y reactiva circulantes por la rama que une las barras n y m , ya sea en W/var, o bien en valores p. u.

En la estimación de estado a frecuencia fundamental aplicada a sistemas de potencia, las mediciones son requeridas para estimar el desempeño del sistema casi en tiempo real a fin de tomar decisiones de control relativas a la seguridad y estabilidad del sistema y a las restricciones impuestas para un despacho económico.

Las principales mediciones de entrada utilizadas para un estimador de estado son las tensiones nodales del sistema, las corrientes de rama, y los valores de potencia activa y potencia aparente, tanto las que fluyen por cada rama del sistema como las que se derivan o inyectan en cada nodo.

En el caso de la estimación de estado de un sistema de potencia, los datos obtenidos del proceso de estimación de estado se utilizan en los centros de supervisión para el control y despacho del sistema, incluyendo la implementación de restricciones de capacidad de las líneas y de seguridad en la operación. Cabe destacar la importancia que tiene una herramienta como la estimación de estado para la explotación de los sistemas eléctricos actuales. Buena cuenta de tal importancia la dan estudios como el de [71]; en dicho trabajo, se analiza la vulnerabilidad del algoritmo ante ciertos formatos de ataques externos a los sistemas de cómputos, que consisten en la inyección de datos falsos entre los datos de entrada del estimador de estado. Tal posibilidad, que también se analiza en trabajos recientes como [72], implica un esfuerzo considerable para la generación de mecanismos de defensa ante la posibilidad cierta de ataques informáticos por medio de la inyección de datos erróneos en la estimación de estado, como se analiza también en otros trabajos como [73].

La particularidad de la estimación de estado armónico es que tiene por finalidad determinar la situación de contaminación armónica en cada barra del sistema con el fin último de asignar responsabilidades al usuario o a la red, determinando la ubicación y la magnitud de las fuentes de contaminación armónica. Las mediciones disponibles pueden ser aproximadamente las mismas que las enumeradas en el caso de la estimación de estado en sistemas de potencia, aunque con algunas variantes que se describen al momento de evaluar la observabilidad del sistema.

3.1. Fundamentos de estimación de estado en sistemas de potencia

El monitoreo de variables de estado en un sistema de potencia resulta importante para la seguridad, estabilidad y desempeño general del sistema, ya que los operadores pueden adoptar acciones correctivas casi en tiempo real a fin de, por ejemplo, aliviar líneas sobrecargadas o para regular tensiones que se encuentren fuera de sus límites.

En la implementación práctica de la estimación de estado en sistemas de potencia, existen ciertos inconvenientes relativamente habituales en el monitoreo. Algunos de estos problemas provienen de la naturaleza de los transductores de medición. Otros problemas surgen a partir de inconvenientes en los sistemas de comunicación utilizados para transmitir los valores medidos al centro de control de operaciones, donde efectivamente se lleva a cabo el proceso de estimación de estado previsto para el sistema en cuestión.

En cuanto a los transductores, como todo elemento de medición, están sujetos a errores. Cuando los errores de medición de un elemento de medición son pequeños y se mantienen muy cerca de su rango de diseño, por lo general puede ocurrir que se malinterprete la situación del sistema, es decir que los valores obtenidos para las variables de estado del sistema estén desplazados con respecto a los correspondientes a la situación real del sistema. Pero cuando los errores de las mediciones obtenidas de los transductores son muy importantes, estos datos directamente pueden resultar inútiles. Por ejemplo, una de las situaciones más evidentes es la conexión invertida de un transductor, en cuyo caso se mide el negativo del valor de la magnitud: ese dato de entrada al proceso de estimación de estado debe identificarse y descartarse. Por último, puede mencionarse el hecho de que algún canal de telemetría puede dejar de estar disponible durante algún período de tiempo, con lo cual se priva al operador de una parte de la información necesaria para la operación del sistema.

Es importante tener en cuenta que tanto la indisponibilidad de una medición como la obtención de errores tan grandes que hagan que se la deba descartar pueden tener implicancias serias sobre la observabilidad del sistema. Concretamente, la indisponibilidad de una medición que resulta crítica para la observabilidad del sistema implica que el sistema deje de ser observable, o al menos que se subdivida en al menos dos islas observables.

En muchos casos, la pérdida de una medición crítica en un sistema implica que el sistema quede subdividido en dos nuevos subsistemas o islas, que en realidad pueden

resultar observables dados los juegos de variables de estado y de mediciones que quedan en cada una de ellas. Sin embargo, en términos generales, los vectores de estado determinados para una y en otra isla no pueden interrelacionarse entre sí, justamente por la ausencia de la medición crítica antes mencionada. Puede expresarse esta situación en términos concretos teniendo en cuenta que, en cada una de las islas observables, habrá sendas barras de referencia cuyo ángulo de fase se considere nulo para medir los demás ángulos de fase con respecto a ella.

Pueden resumirse de la siguiente manera las finalidades genéricas del desarrollo de técnicas de estimación de estado:

1) Compensar (suavizar) errores de medición pequeños: por lo general, tales errores se producen dentro de lo previsto para los elementos de medición con que se cuenta. Se considera que las mediciones realizadas responden a la salida prevista para cada elemento de medición, que se admite genéricamente como una variable aleatoria con una media desconocida y con una función de distribución de probabilidad Gaussiana o normal. La desviación estándar de dicha distribución de probabilidad puede conocerse a partir de la clasificación de error del instrumento, provista por su fabricante u obtenida por calibraciones periódicas. En la Fig. 3.2, se muestra la función de distribución de probabilidad p normal para una magnitud medida x genérica de media nula y varianza unitaria.

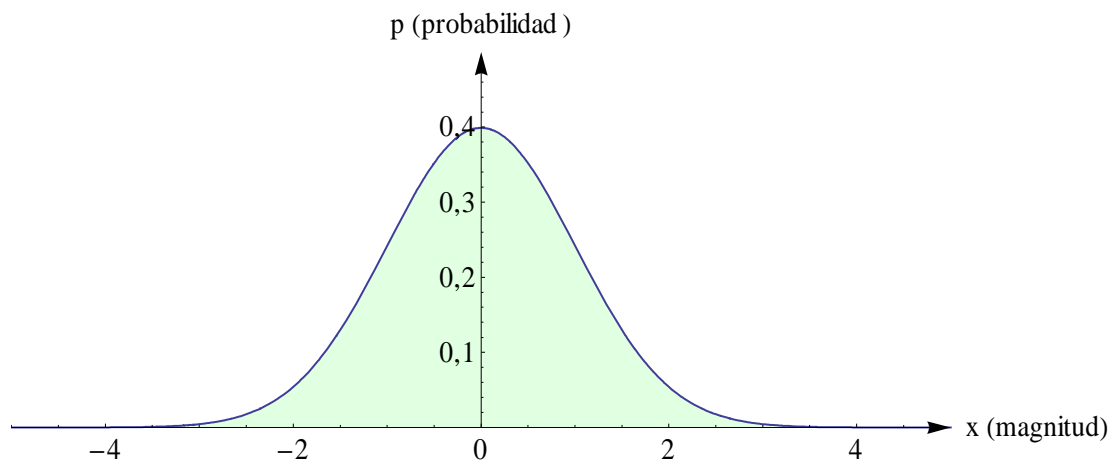


Figura 3.2. Distribución de probabilidad considerada para la medición de una magnitud

2) Detectar e identificar errores de medición importantes: esto implica adoptar un criterio estadístico para descartar aquellas mediciones cuyos errores sean excesivamente grandes como para resultar fiables.

3) Completar mediciones faltantes: esto tiene que ver con la provisión de las denominadas pseudomediciones, con las cuales se permite la aplicación de técnicas de medición de estado aún ante el caso de que el sistema para la estimación del estado del sistema resulte no observable o subdeterminado. Un caso típico de pseudomedición sería el caso de conocer a ciencia cierta que un interruptor de derivación de una barra se encuentre abierto, en cuyo caso se tendría la certeza de que la corriente y las potencias inyectadas en la barra serían nulas.

Merece la pena agregar un detalle importante a esta última finalidad propuesta para la estimación de estado: a veces, puede resultar más eficaz y estable desde el punto de vista numérico plantear la estimación de estado como un problema de minimización con restricciones (por ejemplo, corrientes o potencias nulas, como se mencionó anteriormente) que incluir en el conjunto original de mediciones nuevas pseudomediciones de varianza reducida.

Por último, se menciona un detalle importante que hace a la implementación de los algoritmos de resolución de la estimación de estado según se los opera en el presente trabajo: en el ámbito de los sistemas eléctricos, todas las expresiones puede escribirse utilizando las unidades físicas de las magnitudes, tales como MW , $Mvar$, kV , etc. Sin embargo, también puede trabajarse con magnitudes expresadas por unidad (p. u.). Tal diferenciación no tiene impacto sobre los ángulos de fase pero, en el método numérico de resolución del problema no lineal, deben preverse valores razonables para los parámetros estipulados a fin de detectar la convergencia del resultado y detener la ejecución del algoritmo.

3.1.1. Estimación por mínimos cuadrados ponderados

Una estimación estadística puede definirse como un procedimiento que utiliza muestras (mediciones) para calcular el valor de uno o más parámetros desconocidos en un sistema. Dado que se reconoce que las muestras son inexactas, se sabe que la estimación obtenida también es inexacta. El problema analítico de fondo de la estimación de estado implica formular el mejor estimador posible para calcular las variables de estado desconocidas a partir de las mediciones disponibles.

A tal fin, uno de los criterios estadísticos utilizados más habitualmente es el criterio de mínimos cuadrados ponderados (*Weighted Least Squares*, WLS), que resulta

aplicable mientras la distribución de probabilidad que describe los errores de medición se suponga normal y no sesgada. Para el presente trabajo, según lo propuesto en la literatura más clásica sobre el tema como [74] y [75], se adopta dicho criterio de mínimos cuadrados ponderados.

Para dejar de lado los términos genéricos “muestra” y “muestreo”, se introduce el concepto de error de medición aleatorio: se admite que toda medición está cerca del valor verdadero pero incluye un determinado error. Si bien la magnitud del error que se produce en la toma de una determinada medición se desconoce, por lo general se cuenta con suficiente información estadística sobre los instrumentos de medición como para conocer la función que describe la distribución de probabilidad en función de la magnitud y del signo del error.

Concretamente, se admite por convención que la clase de un instrumento (o, en este caso, de un sistema de medición compuesto por un transductor y los elementos de transmisión de los datos más el instrumento de medición en sí) expresa $\pm 3\sigma$ de la función de distribución de probabilidad que describe el comportamiento estadístico del instrumento (o sistema de medición), donde σ es la desviación estándar de dicha distribución.

En la Fig. 3.3, se muestra gráficamente cómo se interpreta el valor de la clase de medición.

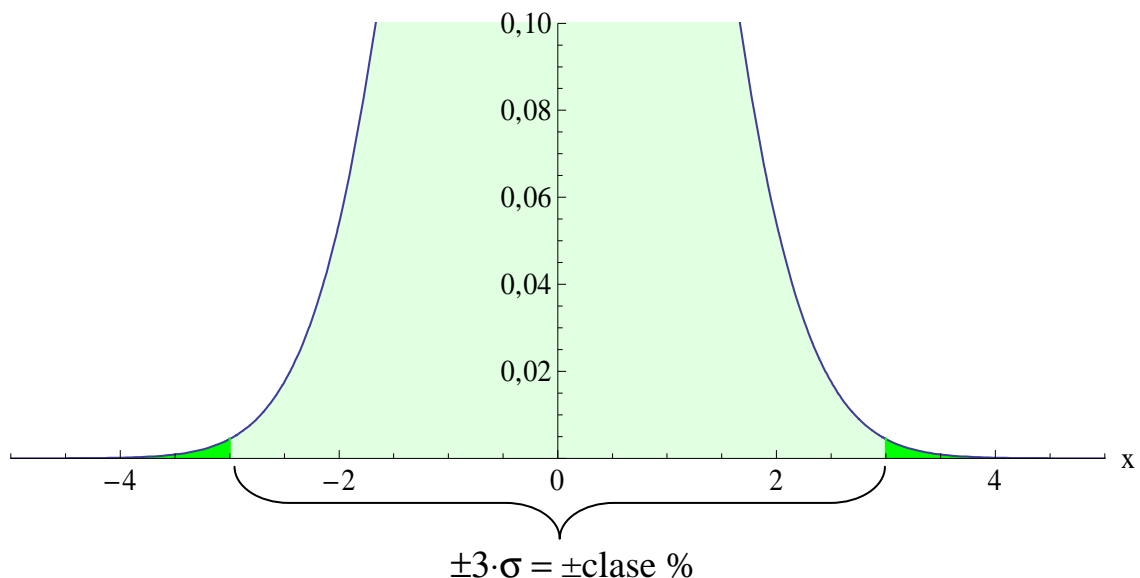


Figura 3.3. Interpretación de la clase de medición de un instrumento o sistema de medición

Las siguientes son las definiciones elementales para detallar el algoritmo de estimación de estado adoptado en el presente trabajo:

- z : valor de una medición tal cual se la obtiene de un sistema de medición
- z^{verd} : valor verdadero (desconocido) de la magnitud que se está midiendo. Dicho valor verdadero es, por definición, inaccesible en un sistema físico cualquiera. Solo puede hacerse estimaciones de distinta precisión sobre su valor, pero nunca puede determinarse con plena certeza [76]
- η : error de medición aleatorio que se produce al realizar esta medición

Sobre la base de estas definiciones, se puede representar de la siguiente manera genérica cualquier valor medido:

$$z = z^{verd} + \eta \quad (3.1)$$

En esta expresión, se destaca que z es el valor obtenido de la medición (que responde a una variable aleatoria cuya media es igual al valor verdadero, desconocido, de la magnitud que se mide, y cuya desviación estándar es σ), mientras que z^{verd} es el valor desconocido que se desea estimar en todo proceso de medición. En cuanto al número aleatorio η , este permite modelar la incertidumbre en el proceso de medición. Si el error de medición es no sesgado, lo habitual (como se demuestra en la literatura, por ejemplo [77]) es elegir como función de densidad de probabilidad de η una distribución normal de media cero, lo cual se puede escribir de la siguiente manera [78]:

$$FDP(\eta) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\cdot\pi}} \cdot e^{-\eta^2/2\sigma^2} \quad (3.2)$$

En esta expresión, valen las siguientes definiciones:

- $FDP(\eta)$: función de densidad de probabilidad dependiente del número aleatorio η
- σ : desviación estándar de la $FDP(\eta)$
- σ^2 : varianza de la $FDP(\eta)$

La interpretación de esta expresión es simplemente la siguiente: cuanto mayor sea la desviación estándar σ , más imprecisa será la medición; por el contrario, a menor σ , la medición será más precisa.

La función de distribución normal es la utilizada habitualmente para modelar errores de medición, ya que es la distribución que se obtiene cuando inciden numerosos

factores aleatorios, aditivos e independientes sobre el error total, con prescindencia de la función de distribución particular de cada uno de los factores involucrados [77], [76].

Justamente con respecto a esta aclaración, es importante indicar un detalle relativo a las mediciones discretas, ya que el presente trabajo se apoya íntegramente en el supuesto de la adquisición de mediciones a través de instrumentos digitales. A simple vista, podría argüirse que el error de medición en un instrumento digital seguiría una distribución de probabilidad uniforme discreta debido a la discretización de las mediciones y la toma de valores a períodos discretos de tiempo. Sin embargo, por lo general, la magnitud de los intervalos de discretización de la magnitud medida y del tiempo es bastante pequeña en relación con los valores medidos. De hecho, para la determinación de la clase de medición de los instrumentos digitales, se contemplan no solo dichos intervalos, sino el comportamiento de todas las etapas de procesamiento electrónico y computacional que participan en la obtención del resultado definitivo de la medición. Por lo tanto, se puede mantener el criterio de distribución normal en la medida en que se contempla el sistema de medición completo incluyendo todas sus etapas, no solo la que implementa el algoritmo de discretización del sistema de medición. La validez de esta aclaración queda avalada por lo presentado en trabajos exhaustivos como [77], donde se hace una recopilación de los criterios sobre estimación de estado vertidos en numerosísimas publicaciones. En este trabajo, para la realización de una estimación de estado, directamente se recopilan valores de desviaciones estándares sugeridos para cada una de las familias de magnitudes medidas en los sistemas eléctricos (tensiones, potencias, etc.).

El criterio estadístico de mínimos cuadrados ponderados puede expresarse de la siguiente manera para un sistema con m mediciones y una sola variable de estado:

$$\min_x J(x) = \sum_{i=1}^m \frac{[z_i - f_i(x)]^2}{\sigma_i^2}, \quad (3.3)$$

donde:

- f_i : función genérica que vincula el valor de la i -ésima magnitud medida a partir del valor de la variable de estado x que se desea calcular. Puede tratarse de una función lineal o no lineal, lo cual cambia el modo de resolución de la estimación de estado.
- σ_i^2 : varianza de la i -ésima medición

- $J(x)$: residuo de medición (función auxiliar para la deducción del algoritmo de estimación de estado)
- m : cantidad de mediciones independientes
- z_i : i -ésima magnitud medida

Para el caso de tener que estimar n variables de estado desconocidas utilizando m mediciones, la expresión se ampliaría de la siguiente manera:

$$\min_{\{x_1, x_2, \dots, x_n\}} J(x_1, x_2, \dots, x_n) = \sum_{i=1}^m \frac{[z_i - f_i(x_1, x_2, \dots, x_n)]^2}{\sigma_i^2} \quad (3.4)$$

Las dos expresiones mostradas, en el primer caso para una sola variable de estado x , y en el segundo caso para n variables de estado, corresponden a un estimador por mínimos cuadrados ponderados.

Por conveniencia, dichas expresiones (de las cuales interesa particularmente esta última, para una cantidad genérica n de variables de estado) pueden escribirse de manera genérica en formato matricial.

Las mediciones se pueden ordenar en un vector correspondiente:

$$\mathbf{z} = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ \vdots \\ z_m \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

Las varianzas se pueden incluir en una matriz *ad hoc* preparada de la siguiente manera, denominada matriz de covarianzas de los errores de medición:

$$[R] = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sigma_2^2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \sigma_m^2 \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

En cuanto a la matriz de covarianzas, corresponde aclarar lo siguiente: la presencia de valores solamente en su diagonal, con los demás valores nulos, implica que todas las mediciones son independientes entre sí. Aunque en rigor podría argüirse que algunas mediciones en sistemas eléctricos están relacionadas entre sí por ejemplo por compartirse transformadores de tensión o de intensidad, en la literatura específica [77], [75], como en la más clásica [43], [74], se sostiene que el criterio de independencia entre mediciones (covarianzas nulas) resulta lo suficientemente cercano a la realidad.

Con estas nuevas definiciones, la expresión (3.4) se puede extender para las m mediciones, en definitiva para las m funciones por minimizar (estimadores), a fin de expresarlas en forma matricial de la siguiente manera:

$$\min_{\mathbf{x}} J(\mathbf{x}) = [\mathbf{z} - \mathbf{f}(\mathbf{x})]^T \cdot [R^{-1}] \cdot [\mathbf{z} - \mathbf{f}(\mathbf{x})] \quad (3.7)$$

La matriz $[R^{-1}]$, la matriz de los factores de ponderación, también suele denominarse $[W]$, de modo que la expresión (3.7) puede encontrarse también en la literatura de la siguiente manera:

$$\min_{\mathbf{x}} J(\mathbf{x}) = [\mathbf{z} - \mathbf{f}(\mathbf{x})]^T \cdot [W] \cdot [\mathbf{z} - \mathbf{f}(\mathbf{x})] \quad (3.8)$$

3.1.2. Estimación de estado lineal

Con la finalidad de presentar el tema de manera gradual, se enumeran en esta sección todas las expresiones de estimación de estado particularizadas para un sistema lineal, es decir, donde son lineales las relaciones que vinculan las magnitudes medidas con sus variables de estado.

Inicialmente, puede considerarse que todas las funciones $f_i(x_1, x_2, \dots, x_n)$ son lineales, de modo que puede escribirse genéricamente que

$$f_i(x_1, x_2, \dots, x_n) = f_i(\mathbf{x}) = h_{i1} \cdot x_1 + h_{i2} \cdot x_2 + \dots + h_{in} \cdot x_n \quad (3.9)$$

O sea:

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} f_1(\mathbf{x}) \\ f_2(\mathbf{x}) \\ \vdots \\ f_m(\mathbf{x}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & \dots & h_{1n} \\ h_{21} & h_{22} & \dots & h_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{m1} & h_{m2} & \dots & h_{mn} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = [H] \cdot \mathbf{x} \quad (3.10)$$

donde:

- $[H]$: matriz de m filas por n columnas con los coeficientes de las funciones lineales $f_i(\mathbf{x})$
- m : cantidad de mediciones
- n : cantidad de variables de estado por estimar

Continuando con el razonamiento hasta aquí expuesto, al adoptar una relación lineal, se tiene que $\mathbf{f}(\mathbf{x}) = [H] \cdot \mathbf{x}$, de modo que se puede reemplazar y expandir la expresión (3.7):

$$\begin{aligned}
\min_{\mathbf{x}} J(\mathbf{x}) &= [\mathbf{z} - [H] \cdot \mathbf{x}]^T \cdot [R^{-1}] \cdot [\mathbf{z} - [H] \cdot \mathbf{x}] \\
\min_{\mathbf{x}} J(\mathbf{x}) &= [\mathbf{z}^T - \mathbf{x}^T [H]^T] \cdot [R^{-1}] \cdot [\mathbf{z} - [H] \cdot \mathbf{x}] \\
\min_{\mathbf{x}} J(\mathbf{x}) &= [\mathbf{z}^T \cdot [R^{-1}] - \mathbf{x}^T [H]^T \cdot [R^{-1}]] \cdot [\mathbf{z} - [H] \cdot \mathbf{x}] \\
\min_{\mathbf{x}} J(\mathbf{x}) &= \underbrace{\mathbf{z}^T \cdot [R^{-1}] \cdot \mathbf{z}}_{\text{Término 1}} - \underbrace{\mathbf{x}^T \cdot [H]^T \cdot [R^{-1}] \cdot \mathbf{z}}_{\text{Término 2}} - \\
&\quad - \underbrace{\mathbf{z}^T \cdot [R^{-1}] \cdot [H] \cdot \mathbf{x}}_{\text{Término 3}} + \underbrace{\mathbf{x}^T \cdot [H]^T \cdot [R^{-1}] \cdot [H] \cdot \mathbf{x}}_{\text{Término 4}}
\end{aligned} \tag{3.11}$$

En la expresión (3.11), se han identificado los cuatro términos de la expresión (Término 1, Término 2, etc.), lo cual resulta de utilidad como se ve a continuación.

La condición necesaria para minimizar esta función $J(\mathbf{x})$ es que $\partial J(\mathbf{x})/\partial x_i = 0$ para $i = 1, 2, \dots, n$. Esto es lo mismo que decir que el gradiente de $J(\mathbf{x})$ es nulo, o sea:

$$\nabla \mathbf{J}(\mathbf{x}) = \mathbf{0}. \tag{3.12}$$

Para la resolución del gradiente en cuestión, se aplican las reglas de derivación presentadas en el Anexo C a modo de resumen:

- El primer término, $\mathbf{z}^T \cdot [R^{-1}] \cdot \mathbf{z}$, no depende en absoluto de \mathbf{x} , de modo que su gradiente es nulo.
- Dado que $[R^{-1}]$ es por definición una matriz diagonal, se cumple que $[R^{-1}] = [R^{-1}]^T$, o sea que se puede afirmar que se cumple la siguiente relación entre los términos segundo y tercero:

$$\mathbf{x}^T \cdot [H]^T \cdot [R^{-1}] \cdot \mathbf{z} = [\mathbf{z}^T \cdot [R^{-1}]^T \cdot [H] \cdot \mathbf{x}]^T = [\mathbf{z}^T \cdot [R^{-1}] \cdot [H] \cdot \mathbf{x}] \tag{3.13}$$

Teniendo en cuenta las reglas 1 y 2 del anexo mencionado, se determina que la derivada del segundo término es igual a la derivada del tercer término. Esto responde al formato de la regla 4 de derivación del mencionado Anexo C, con $\mathbf{u} = \mathbf{z}$ y $[A] = [R^{-1}] \cdot [H]$

- El formato del cuarto término responde a la regla 5 de dicho Anexo C, teniendo en cuenta que $[A] = [H]^T \cdot [R^{-1}] \cdot [H]$ y que $[R^{-1}]$ es simétrica.

En definitiva, la siguiente es la expresión del gradiente $\nabla J(\mathbf{x})$:

$$\begin{aligned}
\nabla J(\mathbf{x}) &= \nabla(\mathbf{z}^T \cdot [\mathbf{R}^{-1}] \cdot \mathbf{z} - \mathbf{x}^T \cdot [\mathbf{H}]^T \cdot [\mathbf{R}^{-1}] \cdot \mathbf{z} - \mathbf{z}^T \cdot [\mathbf{R}^{-1}] \cdot [\mathbf{H}] \cdot \mathbf{x} + \mathbf{x}^T \cdot [\mathbf{H}]^T \cdot [\mathbf{R}^{-1}] \cdot [\mathbf{H}] \cdot \mathbf{x}) \\
\nabla J(\mathbf{x}) &= \nabla(\mathbf{z}^T \cdot [\mathbf{R}^{-1}] \cdot \mathbf{z}) - \nabla(\mathbf{x}^T \cdot [\mathbf{H}]^T \cdot [\mathbf{R}^{-1}] \cdot \mathbf{z}) - \\
&\quad - \nabla(\mathbf{z}^T \cdot [\mathbf{R}^{-1}] \cdot [\mathbf{H}] \cdot \mathbf{x}) + \nabla(\mathbf{x}^T \cdot [\mathbf{H}]^T \cdot [\mathbf{R}^{-1}] \cdot [\mathbf{H}] \cdot \mathbf{x}) \\
\nabla J(\mathbf{x}) &= 0 - [\mathbf{H}]^T \cdot [\mathbf{R}^{-1}] \cdot \mathbf{z} - [\mathbf{H}]^T \cdot [\mathbf{R}^{-1}] \cdot \mathbf{z} + 2 \cdot [\mathbf{H}]^T \cdot [\mathbf{R}^{-1}] \cdot [\mathbf{H}] \cdot \mathbf{x} \\
\nabla J(\mathbf{x}) &= -2[\mathbf{H}]^T \cdot [\mathbf{R}^{-1}] \cdot \mathbf{z} + 2 \cdot [\mathbf{H}]^T \cdot [\mathbf{R}^{-1}] \cdot [\mathbf{H}] \cdot \mathbf{x} \tag{3.14}
\end{aligned}$$

Igualando este gradiente a cero:

$$\begin{aligned}
-2[\mathbf{H}]^T \cdot [\mathbf{R}^{-1}] \cdot \mathbf{z} + 2 \cdot [\mathbf{H}]^T \cdot [\mathbf{R}^{-1}] \cdot [\mathbf{H}] \cdot \mathbf{x}^{est} &= \mathbf{0} \\
-[\mathbf{H}]^T \cdot [\mathbf{R}^{-1}] \cdot \mathbf{z} + [\mathbf{H}]^T \cdot [\mathbf{R}^{-1}] \cdot [\mathbf{H}] \cdot \mathbf{x}^{est} &= \mathbf{0} \\
[\mathbf{H}]^T \cdot [\mathbf{R}^{-1}] \cdot [\mathbf{H}] \cdot \mathbf{x}^{est} &= [\mathbf{H}]^T \cdot [\mathbf{R}^{-1}] \cdot \mathbf{z} \\
\mathbf{x}^{est} &= \left[[\mathbf{H}]^T \cdot [\mathbf{R}^{-1}] \cdot [\mathbf{H}] \right]^{-1} \cdot [\mathbf{H}]^T \cdot [\mathbf{R}^{-1}] \cdot \mathbf{z} \tag{3.15}
\end{aligned}$$

En la práctica, esta expresión no resulta de aplicación directa, es decir que la inversión involucrada en su escritura no se puede realizar de manera directa al trabajar con matrices que describan sistemas reales. Por lo tanto, se opta por dejar indicada la expresión de la siguiente manera:

$$[\mathbf{H}]^T \cdot [\mathbf{R}^{-1}] \cdot [\mathbf{H}] \cdot \mathbf{x}^{est} = [\mathbf{H}]^T \cdot [\mathbf{R}^{-1}] \cdot \mathbf{z} \tag{3.16}$$

Esta expresión es válida mientras $n \leq m$, es decir, cuando hay redundancia de mediciones, esto es, la cantidad de mediciones es superior a la cantidad de variables de estado que se desean determinar. Si bien en este punto no estamos haciendo referencia explícita a la observabilidad del sistema, esta redundancia en cuanto a cantidad es una condición necesaria, aunque no suficiente, de que el sistema es observable. Por ahora se admite que el conjunto de mediciones seleccionadas garantizan que el sistema cuyo estado quiere determinarse sea observable.

En el caso particular de que $n = m$, esto implica que la matriz $[\mathbf{H}]$ es cuadrada y por ende, si admitimos que existe su inversa $[\mathbf{H}]^{-1}$, es factible reducir la expresión (3.15) de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}
\mathbf{x}^{est} &= \left[[\mathbf{H}]^T \cdot [\mathbf{R}^{-1}] \cdot [\mathbf{H}] \right]^{-1} \cdot [\mathbf{H}]^T \cdot [\mathbf{R}^{-1}] \cdot [\mathbf{H}] \cdot [\mathbf{H}]^{-1} \cdot \mathbf{z} \\
\mathbf{x}^{est} &= \left[[\mathbf{H}]^T \cdot [\mathbf{R}^{-1}] \cdot [\mathbf{H}] \right]^{-1} \cdot \left[[\mathbf{H}]^T \cdot [\mathbf{R}^{-1}] \cdot [\mathbf{H}] \right] \cdot [\mathbf{H}]^{-1} \cdot \mathbf{z} \\
\mathbf{x}^{est} &= [\mathbf{I}] \cdot [\mathbf{H}]^{-1} \cdot \mathbf{z} \\
\mathbf{x}^{est} &= [\mathbf{H}]^{-1} \cdot \mathbf{z} \tag{3.17}
\end{aligned}$$

Tanto esta expresión más simple, como así también la anterior, corresponden a una solución cerrada, definida, es decir que no requieren la implementación de un método iterativo para acercarse gradualmente a la solución de la estimación de estado.

3.1.3. Estimación de estado no lineal

Se parte de la misma expresión por minimizar, una suma de cuadrados de las diferencias entre cada una de las mediciones y su función correspondiente, es decir, una expresión equivalente a la expresión (3.4):

$$\min_{\{x_1, x_2, \dots, x_n\}} J(x_1, x_2, \dots, x_n) = \sum_{i=1}^m \frac{[z_i - f_i(x_1, x_2, \dots, x_n)]^2}{\sigma_i^2} \quad (3.18)$$

O bien, en formato matricial:

$$\min_{\mathbf{x}} J(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^m \frac{[z_i - f_i(\mathbf{x})]^2}{\sigma_i^2} \quad (3.19)$$

Como ya se demostró antes, en un sistema lineal las funciones $f_i(\mathbf{x})$ son lineales y por ende se puede encontrar el mínimo de $J(\mathbf{x})$ mediante un cálculo directo. Sin embargo, en un sistema de CA, la relación entre las mediciones realizadas y las magnitudes estimadas no es lineal.

Un ejemplo concreto de relaciones no lineales en los sistemas de CA son las expresiones que se detallan a continuación, aplicables en la estimación de estado de un sistema eléctrico de N nodos.

$$\begin{aligned} P_i &= |V_i|^2 G_{ii} + \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq i}}^N |V_i V_n Y_{in}| \cos(\theta_{in} + \delta_n - \delta_i) \\ Q_i &= - \left\{ |V_i|^2 B_{ii} + \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq i}}^N |V_i V_n Y_{in}| \operatorname{sen}(\theta_{in} + \delta_n - \delta_i) \right\} \\ P_{ij} &= -|V_i|^2 G_{ij} + |V_i V_j Y_{ij}| \cos(\theta_{ij} + \delta_j - \delta_i) \\ Q_{ij} &= |V_i|^2 B_{ij} - |V_i V_j Y_{ij}| \operatorname{sen}(\theta_{ij} + \delta_j - \delta_i) \end{aligned} \quad (3.20)$$

donde:

- P_i : potencia activa neta inyectada en el nodo i
- Q_i : potencia reactiva neta inyectada en el nodo i

- P_{ij} : potencia activa neta que fluye entre el nodo i y el nodo j
- Q_{ij} : potencia reactiva neta que fluye entre el nodo i y el nodo j
- V_i, V_n, V_j : magnitudes de las tensiones nodales, unas de las variables de estado del sistema eléctrico considerado
- $\delta_i, \delta_n, \delta_j$: ángulos de fase correspondientes a las tensiones nodales V_i, V_n, V_j , las demás variables de estado del sistema eléctrico
- Y_{ij}, Y_{in} : admitancias de las ramas que conectan el nodo i con el nodo j , y el nodo i con el nodo n , respectivamente
- θ_{ij}, θ_{in} : ángulos de fase de las admitancias Y_{ij}, Y_{in}
- G_{ij}, G_{in} : conductancias correspondientes a las partes reales de Y_{ij}, Y_{in}
- B_{ij}, B_{in} : susceptancias correspondientes a las partes imaginarias de Y_{ij}, Y_{in}

Dichas expresiones se desarrollan con más detalle en el Anexo B del presente trabajo, pero en este punto cabe destacar que $V_i, V_n, V_j, P_i, Q_i, P_{ij}$ y Q_{ij} son mediciones típicas para la estimación de estado a frecuencia fundamental de un sistema eléctrico de CA, mientras que $V_i, V_n, V_j, \delta_i, \delta_n$ y δ_j son las variables de estado adoptadas para tal sistema. De esta manera, queda claramente manifiesta la relación no lineal entre las variables de estado del sistema y las magnitudes que se miden sobre él.

Al no existir una relación lineal entre las variables de estado y las magnitudes medidas, se debe recurrir a una técnica de cálculo iterativo a fin de minimizar $J(\mathbf{x})$. Una alternativa típica es calcular el gradiente de $J(\mathbf{x})$ y luego forzarlo a cero por medio del método de Newton-Raphson¹, de la misma manera en que se resuelve un problema de flujo de carga en sistemas eléctricos.

En cuanto a la resolución del problema de estimación de estado planteado con la expresión (3.19), se puede conformar el jacobiano de la función $J(\mathbf{x})$:

¹ El denominado “método de Newton” es aplicable a problemas de una sola variable, mientras que la denominación extendida “método de Newton-Raphson” se aplica a problemas de múltiples variables. En el Anexo D, se hace una revisión de los fundamentos de dicho método numérico.

$$\nabla_{\mathbf{x}} \mathbf{J}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \frac{\partial J(\mathbf{x})}{\partial x_1} \\ \frac{\partial J(\mathbf{x})}{\partial x_2} \\ \vdots \\ \frac{\partial J(\mathbf{x})}{\partial x_n} \end{bmatrix}$$

$$\nabla_{\mathbf{x}} \mathbf{J}(\mathbf{x}) = -2 \cdot \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial f_m}{\partial x_1} \\ \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_m}{\partial x_2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_1}{\partial x_n} & \frac{\partial f_2}{\partial x_n} & \dots & \frac{\partial f_m}{\partial x_n} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma_1^2} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sigma_2^2} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \frac{1}{\sigma_m^2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} [z_1 - f_1(\mathbf{x})] \\ [z_2 - f_2(\mathbf{x})] \\ \vdots \\ [z_m - f_m(\mathbf{x})] \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

Se agrupan todas las funciones $f_i(\mathbf{x})$ en forma de vector $\mathbf{f}(\mathbf{x})$:

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} f_1(\mathbf{x}) \\ f_2(\mathbf{x}) \\ \vdots \\ f_m(\mathbf{x}) \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

Luego, se calcula el jacobiano de dicha función $\mathbf{f}(\mathbf{x})$:

$$\nabla_{\mathbf{x}} \mathbf{f}(\mathbf{x}) = \frac{\partial \mathbf{f}(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_2}{\partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_m}{\partial x_1} & \frac{\partial f_m}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_m}{\partial x_n} \end{bmatrix} \quad (3.23)$$

Esta matriz se denomina arbitrariamente $[H]$, de modo que se puede expresar lo siguiente:

$$[H]^T = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial f_m}{\partial x_1} \\ \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_m}{\partial x_2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_1}{\partial x_n} & \frac{\partial f_2}{\partial x_n} & \dots & \frac{\partial f_m}{\partial x_n} \end{bmatrix} \quad (3.24)$$

También se utiliza la siguiente denominación ya introducida en la expresión (3.6):

$$[R] = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \sigma_2^2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \sigma_m^2 \end{bmatrix} \Rightarrow [W] = [R]^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma_1^2} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sigma_2^2} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \frac{1}{\sigma_m^2} \end{bmatrix} \quad (3.25)$$

Como se anticipaba al comienzo del presente capítulo, la matriz $[W] = [R]^{-1}$ se denomina matriz de los factores de ponderación, ya que los elementos de su diagonal aplican a cada medición un factor de peso para la estimación. Dicho factor de peso es simplemente la inversa de la varianza de dicha medición.

En resumen, puede escribirse:

$$\nabla_{\mathbf{x}} \mathbf{J}(\mathbf{x}) = -2 \cdot [H]^T \cdot [R]^{-1} \cdot \begin{bmatrix} [z_1 - f_1(\mathbf{x})] \\ [z_2 - f_2(\mathbf{x})] \\ \vdots \\ [z_m - f_m(\mathbf{x})] \end{bmatrix} \quad (3.26)$$

La expresión de $\nabla_{\mathbf{x}} \mathbf{J}(\mathbf{x})$ se considera como la función que desea anularse por medio del método de Newton-Raphson. Es decir que, en el desarrollo anterior, pueden considerarse las siguientes asignaciones siguiendo las denominaciones adoptadas en el Anexo D:

$$\begin{aligned} \mathbf{g}^* &= \mathbf{0} \\ \nabla_{\mathbf{x}} \mathbf{J}(\mathbf{x}) &= \mathbf{g}(\mathbf{x}) \\ \frac{\partial \nabla_{\mathbf{x}} \mathbf{J}(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} &= \mathbf{g}'(\mathbf{x}) \end{aligned} \quad (3.27)$$

donde:

- $\mathbf{g}(\mathbf{x})$ es el vector ordenado de un grupo de funciones $g_i(\mathbf{x})$, $i = 1, \dots, n$
- $\mathbf{g}'(\mathbf{x})$ es el Jacobiano de $\mathbf{g}(\mathbf{x})$
- \mathbf{g}^* es $\mathbf{g}(\mathbf{x})$ valorizado para un vector \mathbf{x} tal que $\mathbf{g}^* - \mathbf{g}(\mathbf{x}) = \mathbf{0}$

Entonces:

$$\Delta \mathbf{x} = \left[\frac{\partial \nabla_{\mathbf{x}} \mathbf{J}(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \right]^{-1} \cdot [-\nabla_{\mathbf{x}} \mathbf{J}(\mathbf{x})] \quad (3.28)$$

Para obtener el jacobiano de $\nabla_{\mathbf{x}} \mathbf{J}(\mathbf{x})$, se considera que la matriz $[H]$ es constante, lo cual se mantiene así durante cada iteración del método numérico. De esta manera:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \nabla_{\mathbf{x}} \mathbf{J}(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} &= \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \left\{ -2 \cdot [H]^T \cdot [R]^{-1} \cdot \begin{bmatrix} [z_1 - f_1(\mathbf{x})] \\ [z_2 - f_2(\mathbf{x})] \\ \vdots \\ [z_{N_m} - f_{N_m}(\mathbf{x})] \end{bmatrix} \right\} \\
\frac{\partial \nabla_{\mathbf{x}} \mathbf{J}(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} &= -2 \cdot [H]^T \cdot [R]^{-1} \cdot [-H] \\
\frac{\partial \nabla_{\mathbf{x}} \mathbf{J}(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} &= 2 \cdot [H]^T \cdot [R]^{-1} \cdot [H]
\end{aligned} \tag{3.29}$$

De esta manera:

$$\begin{aligned}
\Delta \mathbf{x} &= \left[\frac{\partial \nabla_{\mathbf{x}} \mathbf{J}(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \right]^{-1} \cdot [-\nabla_{\mathbf{x}} \mathbf{J}(\mathbf{x})] \\
\Delta \mathbf{x} &= \frac{1}{2} \left[[H]^T \cdot [R]^{-1} \cdot [H] \right]^{-1} \cdot \left[2 \cdot [H]^T \cdot [R]^{-1} \cdot \begin{bmatrix} [z_1 - f_1(\mathbf{x})] \\ [z_2 - f_2(\mathbf{x})] \\ \vdots \\ [z_m - f_m(\mathbf{x})] \end{bmatrix} \right] \\
\Delta \mathbf{x} &= \left[[H]^T \cdot [R]^{-1} \cdot [H] \right]^{-1} \cdot [H]^T \cdot [R]^{-1} \cdot \begin{bmatrix} [z_1 - f_1(\mathbf{x})] \\ [z_2 - f_2(\mathbf{x})] \\ \vdots \\ [z_m - f_m(\mathbf{x})] \end{bmatrix} \\
\Delta \mathbf{x} &= \left[[H]^T \cdot [R]^{-1} \cdot [H] \right]^{-1} \cdot [H]^T \cdot [R]^{-1} \cdot \Delta \mathbf{z}
\end{aligned} \tag{3.30}$$

Esta última expresión es de forma similar a la expresión (3.15), obtenida para el caso de funciones lineales, salvo que en el caso de los sistemas lineales la resolución es cerrada, es decir que se obtiene con la resolución directa del sistema lineal en cuestión. Por el contrario, en el caso de la estimación de estado no lineal se obtiene la variación $\Delta \mathbf{x}$ del vector de estado.

En este caso, se debe trabajar iterativamente con la misma expresión y sumando $\Delta \mathbf{x}$ al vector de estado \mathbf{x} las veces que sea necesario hasta llegar a un vector de estado estimado \mathbf{x}^{est} tal que se cumpla con una determinada tolerancia en el algoritmo.

De manera similar a lo ya expresado en el caso de la resolución de problemas lineales, debido al inconveniente relacionado con la inversión involucrada en la expresión (3.30), se deja indicada la expresión de la siguiente manera:

$$[H]^T \cdot [R]^{-1} \cdot [H] \cdot \Delta \mathbf{x} = [H]^T \cdot [R]^{-1} \cdot \Delta \mathbf{z} \tag{3.31}$$

3.2. Detalles de la implementación del algoritmo de estimación de estado

En la Fig. 3.4, se muestra un diagrama de flujo teórico referido a la aplicación de un método numérico iterativo para alcanzar el resultado de la estimación de estado [74], [75], siguiendo los lineamientos aquí presentados.

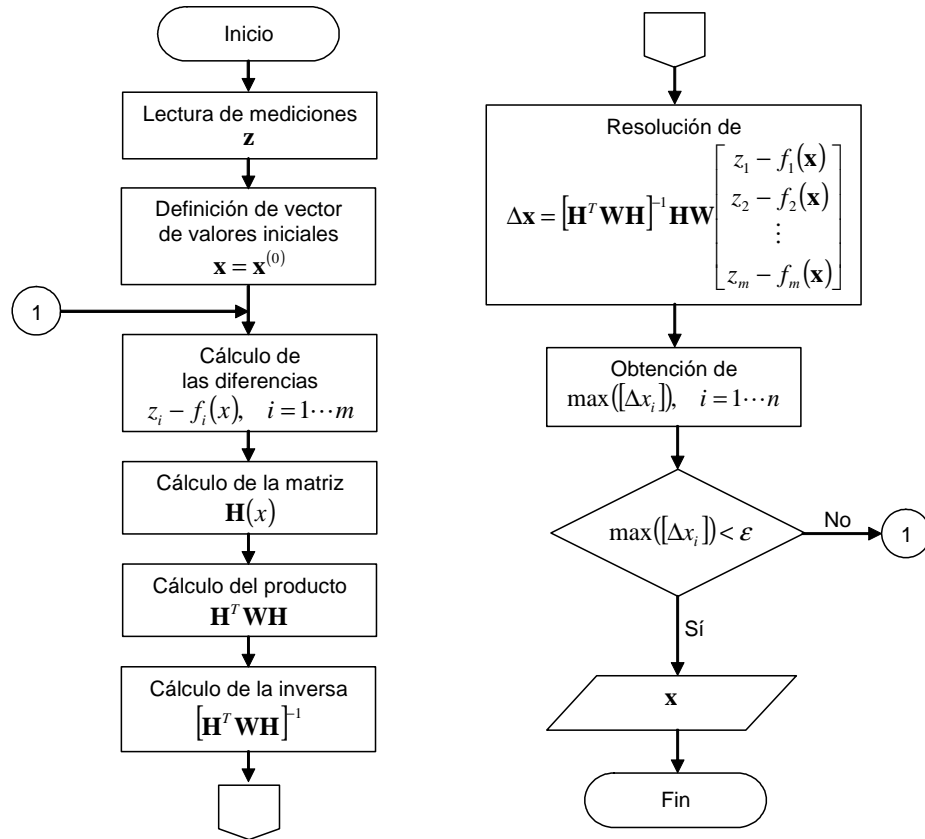


Figura 3.4. Diagrama de flujo teórico del método iterativo para estimación de estado

Se puede afirmar que el diagrama de flujo aquí presentado está restringido a un uso teórico, es decir para la presentación conceptual de la estimación de estado. Como se mencionó anteriormente, el inconveniente evidente para la resolución de las expresiones (3.15) y (3.30) está dado por la inversión matricial planteada (que también se muestra en la Fig. 3.4), ya que no tiene resolución práctica accesible con las matrices que típicamente describen a los sistemas eléctricos reales [75]. De hecho, en buena parte de la literatura específica sobre estimación de estado se presenta $[G] = [H]^T \cdot [R]^{-1} \cdot [H]$ como la matriz de ganancia del método numérico utilizado para la resolución del caso no lineal.

Dejando de lado esta denominación, se parte de las expresiones reformuladas como se las presenta en (3.16) y particularmente en (3.31), que en este trabajo se resuelve siguiendo los lineamientos del método conocido como de Peters y Wilkinson. A continuación se enumera un detalle de los pasos que se siguen para dicha resolución, adaptados a partir de la literatura [75]:

1) Se reformula (3.31), escribiéndola de la siguiente manera:

$$\tilde{H}^T \tilde{H} \Delta \mathbf{x} = \tilde{H}^T \Delta \tilde{\mathbf{z}} \quad (3.32)$$

En esta nueva expresión, valen las siguientes igualdades:

$$\begin{aligned} \tilde{H} &= W^{1/2} \cdot H \\ \Delta \tilde{\mathbf{z}} &= W^{1/2} \cdot \Delta \mathbf{z} \end{aligned} \quad (3.33)$$

Estos reemplazos son posibles teniendo en cuenta que $R^{-1} = W = W^{1/2} \cdot W^{1/2}$. Dada la forma conocida de la matriz W , de los coeficientes de ponderación, la siguiente es la forma de la matriz $W^{1/2}$ utilizada en (3.33):

$$[W]^{1/2} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma_1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sigma_2} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \frac{1}{\sigma_m} \end{bmatrix} \quad (3.34)$$

2) Se realiza una descomposición LU, también denominada factorización LU, de la nueva matriz adaptada \tilde{H} , de manera que se cumpla la siguiente condición:

$$\tilde{H} = LU, \quad (3.35)$$

donde L es una matriz trapezoidal inferior izquierda de dimensiones $m \times n$ y U es una triangular superior derecha de dimensiones $n \times n$.

Más específicamente, se adoptó para este trabajo una expresión más genérica que contempla una matriz P de permutación de dimensiones $n \times n$ que garantiza un mejor desempeño de la resolución numérica, dado que se eligen los pivotes más convenientes en la factorización. El algoritmo aplicado en este trabajo responde a $P \cdot \tilde{H} = L \cdot U$, de modo que:

$$\tilde{H} = P^T LU \quad (3.36)$$

3) Una vez obtenidas las matrices L y U , se puede hacer la siguiente adaptación de la expresión original:

$$\begin{aligned}
\tilde{H}^T \tilde{H} \Delta \mathbf{x} &= \tilde{H}^T \Delta \tilde{\mathbf{z}} \\
U^T L^T P P^T L U \Delta \mathbf{x} &= U^T L^T P \Delta \tilde{\mathbf{z}} \\
U^T L^T L U \Delta \mathbf{x} &= U^T L^T P \Delta \tilde{\mathbf{z}} \\
(L^T L) U \Delta \mathbf{x} &= L^T P \Delta \tilde{\mathbf{z}}
\end{aligned} \tag{3.37}$$

4) Se hace el siguiente reemplazo:

$$\Delta \mathbf{y} = U \Delta \mathbf{x} \tag{3.38}$$

De esta manera, (3.37) se convierte en:

$$(L^T L) \Delta \mathbf{y} = L^T P \Delta \tilde{\mathbf{z}} \tag{3.39}$$

5) Para obtener $\Delta \mathbf{y}$, no puede trabajarse directamente con L ni con L^T , ya que la primera es trapezoidal inferior izquierda y la segunda es trapezoidal superior derecha. Por eso, se hace la siguiente factorización de Cholesky [79]:

$$L^T L = L_{ch} L_{ch}^T \Rightarrow L_{ch} L_{ch}^T \Delta \mathbf{y} = L^T P \Delta \tilde{\mathbf{z}} \tag{3.40}$$

6) Dadas las características de dicha descomposición, L_{ch} es una matriz triangular inferior izquierda de dimensiones $n \times n$, y evidentemente su transpuesta L_{ch}^T es una triangular superior derecha, también de dimensiones $n \times n$. Esto permite resolver (3.39) para obtener $\Delta \mathbf{y}$ realizando primero una sustitución hacia delante y luego una sustitución hacia atrás.

7) Una vez obtenido $\Delta \mathbf{y}$, se puede resolver (3.38) para obtener $\Delta \mathbf{x}$ por medio de una sustitución hacia atrás.

La adopción de este algoritmo, una de las opciones computacionales ya establecidas en la literatura para obtener $\Delta \mathbf{x}$ en cada paso de iteración del método numérico de estimación de estado, está motivada por el elevado número de condición de la matriz $[H]^T \cdot [R]^{-1} \cdot [H]$, es decir $[H]^T \cdot [W] \cdot [H]$, o bien con la adaptación presentada, $\tilde{H}^T \tilde{H}$. A modo de ejemplo, puede mencionarse que dicho número de condición está en

el orden de 10^{14} en algunas de las implementaciones realizadas en este trabajo, cuando el número de condición ideal para una matriz bien condicionada debería estar en el orden de la unidad (10^0) [80].

En la Fig. 3.5 que se presenta a continuación, se pretende mostrar el diagrama de flujo revisado para una implementación práctica de la estimación de estado.

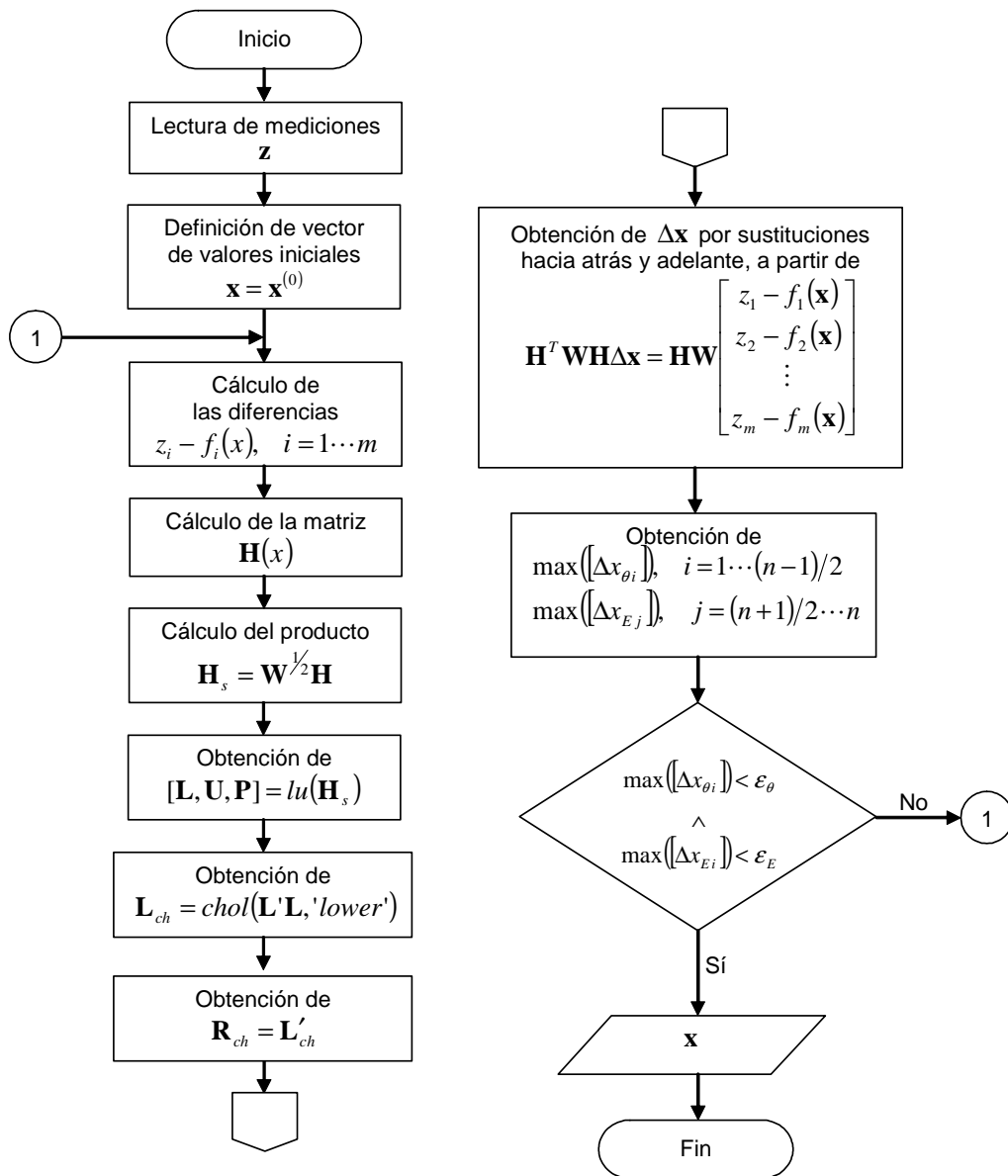


Figura 3.5. Diagrama de flujo revisado del método iterativo para estimación de estado

En este punto, resulta importante explicitar que el presente trabajo se restringe a la aplicación de variantes de algoritmos numéricos relativamente estándares, para los cuales se cuenta con extensas referencias de aplicación. Sin embargo, para sistemas de

gran tamaño, podría extenderse este estudio a la aplicación de los denominados “algoritmos de enjambre”, que se vienen desarrollando desde hace más de dos décadas para la resolución de problemas numéricos relacionados con sistemas de dimensiones importantes. Tales algoritmos, inspirados en el comportamiento de sistemas biológicos, se basan en la generación de una gran cantidad de agentes constituyentes del sistema que interactúan entre sí localmente en función de determinadas reglas. En su conjunto, la evolución de tales interacciones tiende a reproducir el funcionamiento del sistema completo original. Esto permite realizar búsquedas de caminos óptimos, hacer cálculos de optimización de estados, o bien resolver problemas numéricos de gran magnitud. Entre otros, pueden mencionarse los métodos de colonia de hormigas, de enjambre de partículas y de redes neuronales. Para su aplicación en el cálculo de sistemas eléctricos, pueden hallarse numerosas menciones en la literatura actual, como por ejemplo [38], [81] y [82].

3.3. Observabilidad para estimación de estado

En todo el desarrollo anterior, se supone que se pueden estimar sin inconvenientes todos los estados de interés del sistema en cuestión con las mediciones disponibles. En realidad, esto depende de la observabilidad del sistema, una propiedad que implica relaciones tales entre las mediciones y las variables de estado que permitan una estimación única del vector de estado del sistema [74], [75]. Con el solo incremento en la cantidad de mediciones, no es suficiente para alcanzar la observabilidad de un sistema, sino que estas deben hacerse en una ubicación específica de la red que dependerá de las variables de estado por estimar y de la topología de la red.

La observabilidad puede darse parcialmente, es decir, solo sobre fracciones del sistema aisladas entre sí, que se denominan entonces islas observables. Cada isla observable tiene su propia referencia de ángulo de fase, con independencia de las demás islas, por lo cual no se puede determinar el estado del sistema completo. En estas condiciones de observabilidad parcial, la estimación de estado solo puede llevarse a cabo en cada isla o subsistema de manera independiente. La utilidad de los resultados así obtenidos será más restringida que en el caso de la estimación de estado del sistema completo. En este trabajo, no se considerará la estimación de estado sobre islas observables, sino que se trabajará sobre un sistema completamente observable.

El análisis de observabilidad se lleva a cabo en la etapa de diseño, con el fin de prever el desempeño de cada configuración prevista para los medidores. Por otro lado, cuando el sistema está en funcionamiento, la observabilidad se debe monitorear en línea, en la etapa computacional previa a la aplicación del algoritmo de estimación de estado propiamente dicho. En este caso, se detecta el deterioro o la posible pérdida de observabilidad del sistema cuando se pierde la señal de una medición, lo cual puede darse por problemas en el sistema de medición en sí o por inconvenientes en el sistema de transmisión de la información. En el caso de que el sistema deje de ser observable, esta supervisión permite conocer tal limitación en el control de la operación del sistema y prever su resolución.

En el transcurso del presente trabajo, se considerará que las mediciones son suficientes y que están ubicadas en sitios tales que se asegure la observabilidad del sistema completo. Dadas las características de la estimación de estado armónico que se proponen, se considerará el supuesto de que la condición de observabilidad es idéntica para las tres fases del sistema y para todos los órdenes armónicos de interés.

En la Fig. 3.6, se resume con un esquema secuencial cómo participa el análisis de observabilidad en el proceso de estimación de estado:

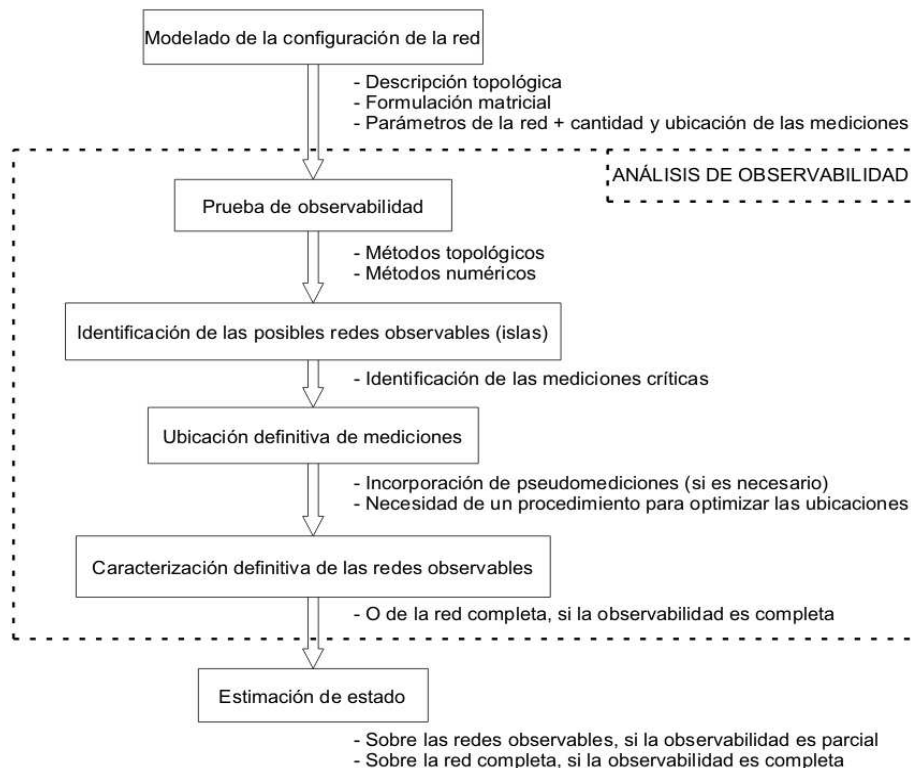


Figura 3.6. Esquema secuencial de la estimación de estado destacando la participación del análisis de observabilidad

3.3.1. Análisis de observabilidad

En términos generales, la determinación de la observabilidad puede hacerse por medio de un método numérico, trabajando con las mismas matrices dispuestas para el algoritmo de estimación de estado, o bien de manera gráfica, sobre la base de la topología de la red eléctrica.

El método numérico de determinación de observabilidad tiene la importante ventaja de que puede automatizarse para que se lo pueda ejecutar de una manera repetible aún cuando se modifique la topología del sistema. Su inconveniente más importante es que se basa en el trabajo con las matrices del sistema, con los inconvenientes numéricos que tienen que ver con el elevado número de condición de tales matrices y con la operación de números de punto flotante.

Por otro lado, el método gráfico o topológico tiene la gran ventaja de no requerir cálculos con números de punto flotante, sino que se basa estrictamente en decisiones u operaciones lógicas. Para eso, este método requiere únicamente información sobre la conectividad de la red, el tipo de mediciones y su ubicación. Debe tenerse en cuenta que la programación del algoritmo de este método de análisis resulta más complicado de implementar que los métodos numéricos antes mencionados, debido a la necesidad de adoptar una sucesión de decisiones lógicas en lugar de una serie de cálculos numéricos relativamente previsible. Para la implementación del análisis de observabilidad con el método topológico, debe tenerse en cuenta un requisito importante: las mediciones de potencia deben estar disponibles de a pares, es decir, incluir las mediciones de potencia activa y reactiva.

Para el presente trabajo, dado el reducido tamaño del sistema analizado, resulta suficiente utilizar el método topológico, que para una pequeña cantidad de nodos puede aplicarse de manera casi trivial. En caso de trabajar con sistemas reales de gran cantidad de nodos, sería necesario implementar el método numérico a fin de poder supervisar de manera automática la observabilidad del sistema.

Para describir someramente el método topológico aquí usado, se deben presentar algunos conceptos elementales de la teoría de grafos según [83], [84], [85] y [86]:

- Un grafo es un conjunto de vértices o nodos y un conjunto de aristas o lados que conectan pares de vértices.

- Se dice que un grafo es dirigido (y se denomina digrafo) cuando sus aristas comprenden pares ordenados de vértices, mientras que un grafo no dirigido es aquel donde los pares de vértices no están ordenados. En la Fig. 3.7(a), se muestra un grafo dirigido y, en la Fig. 3.7(b), un grafo no dirigido.

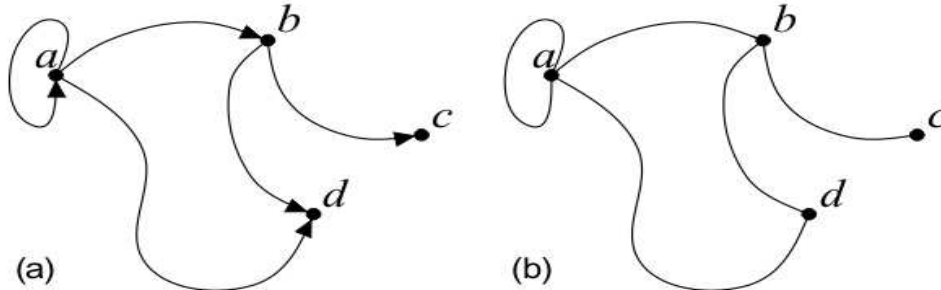


Figura 3.7. Grafos: (a) dirigido, (b) no dirigido

- Dentro un grafo, se denomina camino elemental a todo recorrido en el cual no se repiten ni aristas ni vértices. Por ejemplo, en la Fig. 3.8, el camino $c-e_4-d-e_3-b-e_1-a-e_2-c$ es un camino elemental, mientras que $b-e_3-d-e_4-c-e_5-d$ no es un camino elemental, ya que el vértice d está repetido.

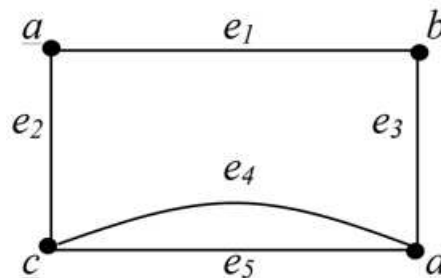


Figura 3.8. Grafo con caminos elementales y no elementales

- Dentro de un grafo, se denomina ciclo a un camino elemental cerrado, o sea sin aristas ni vértices repetidos, y cuyos vértices inicial y final son iguales. Por ejemplo, en la Fig. 3.8, el camino $a-e_1-b-e_3-d-e_5-c-e_2-a$ es un ciclo.
- Un grafo es conexo cuando existe un camino elemental entre cualquier par de vértices, como es el caso de la Fig. 3.7(b). En caso contrario, el grafo es no conexo o disjunto, como el que se muestra en la Fig. 3.9, que también podrían verse como un par de grafos conexos sin vinculación entre sí.

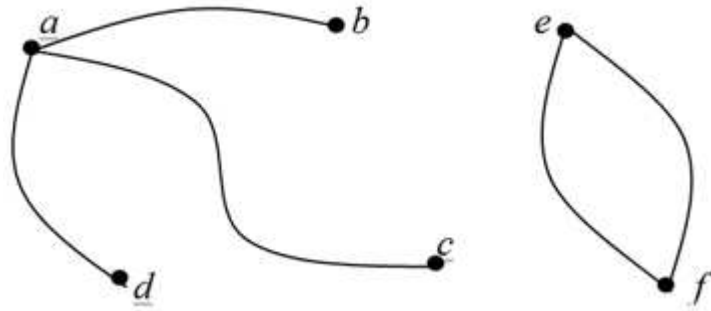


Figura 3.9. Grafo no conexo o disjunto.

- Sobre la base de estas definiciones, simplemente puede decirse que un árbol es un grafo no dirigido, conexo y sin ciclos, como el que se muestra en la Fig. 3.10:

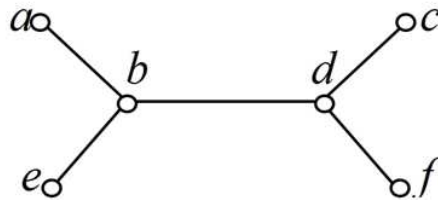


Figura 3.10. Árbol: grafo no dirigido, conexo y sin ciclos

A modo de ejemplo, en la Fig. 3.11 se muestra un grafo que no es un árbol, ya que el recorrido $a-b-e-a$ constituye un ciclo.

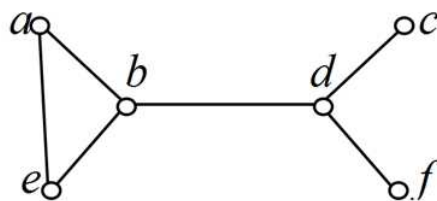


Figura 3.11. Ejemplo de un grafo que no es un árbol

Sobre la base de la teoría de grafos que aquí se describe brevemente, en [87] se propuso un algoritmo topológico para la determinación de observabilidad, que a su vez se reordenó en [75] y se revisó en publicaciones como [88]. En tal algoritmo, se parte de la premisa de identificar los nodos y las ramas de una red eléctrica como vértices y aristas de un grafo, respectivamente:

- 1) Dado el esquema de un sistema eléctrico, se asignan todas las mediciones de flujo de potencia a las respectivas ramas donde se realizan dichas mediciones. Con esto, se obtiene un grafo que puede ser no conexo, pero se deben eliminar las aristas del grafo que impliquen la formación de ciclos.
- 2) Las mediciones de inyecciones de potencia de cada nodo se asignan gradualmente a cada rama incidente no asignada en el paso anterior, a fin de ir reduciendo el grafo completo a un árbol.

A modo de ejemplo, en la Fig. 3.12 se propone el modelo de un sistema eléctrico de 6 nodos para realizar su análisis de observabilidad.

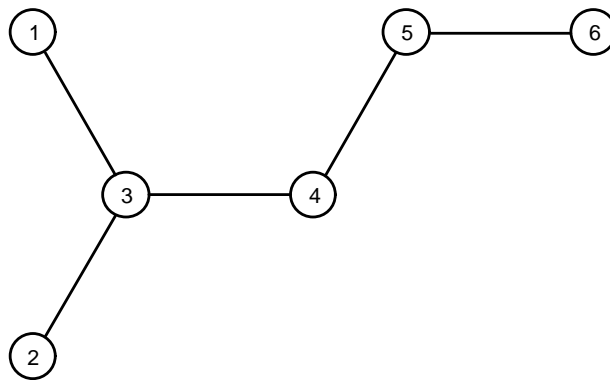


Figura 3.12. Sistema eléctrico de ejemplo

En la Fig. 3.13, se plantea un esquema de ubicaciones de medidores de manera tal que se incluyan mediciones de potencia de flujo en las ramas, potencia inyectada en los nodos, y magnitud de la tensión en al menos uno de los nodos. Es importante reconocer que la observabilidad del sistema depende fuertemente de la ubicación definitiva de los diferentes medidores.

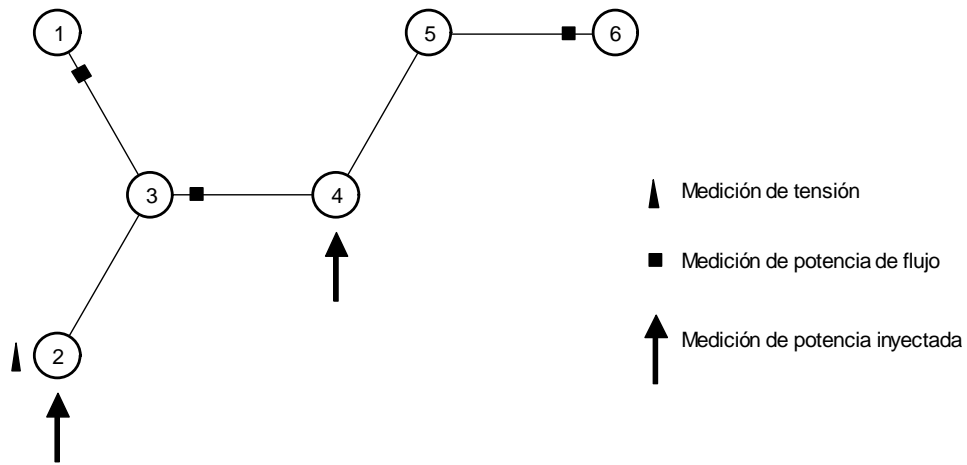


Figura 3.13. Mediciones realizadas sobre el sistema eléctrico de ejemplo

En la Fig. 3.14, se muestra la asignación de las mediciones de potencias de flujo a cada una de sus respectivas ramas, que se marcan con línea más gruesa. En este paso, se comienza a construir un grafo a partir de la conectividad y las mediciones del sistema eléctrico original.

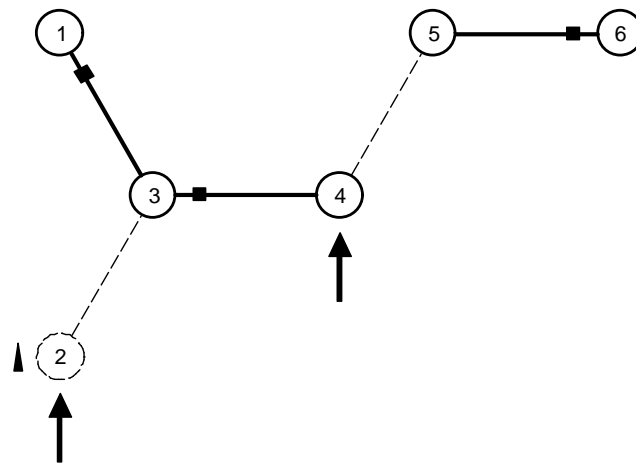


Figura 3.14. Asignación de las mediciones de potencia de flujo

Hasta este punto, podría decirse que se ha obtenido un grafo no conexo. Tal grafo no conexo comprende dos grafos conexos, el que comprende los vértices 1, 3 y 4, y el que comprende los vértices 5 y 6, además del vértice 2 que está aislado. Tales subgrafos pueden interpretarse como dos islas observables. Sin embargo, el grafo que se desea construir aún no está completo y resta seguir con la aplicación del algoritmo

asignando las mediciones de las potencias inyectadas en los nodos. En la Fig. 3.15, se muestra tal asignación.

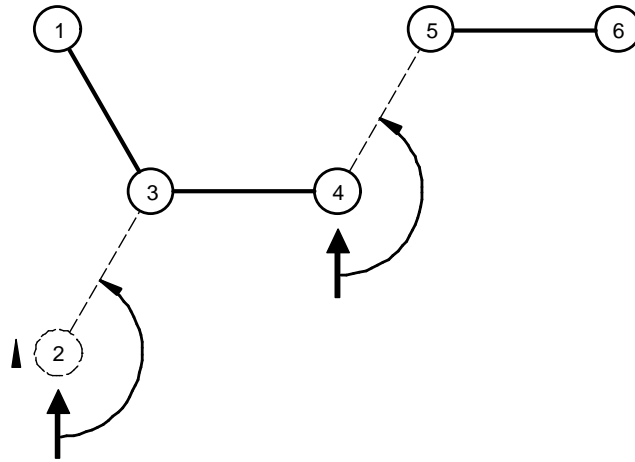


Figura 3.15 Asignación de las mediciones de potencia inyectada

Con las dos asignaciones hasta aquí realizadas, se obtiene el grafo que se muestra en la Fig. 3.16, que permite analizar la observabilidad del sistema eléctrico planteado con las mediciones situadas en las ubicaciones propuestas.

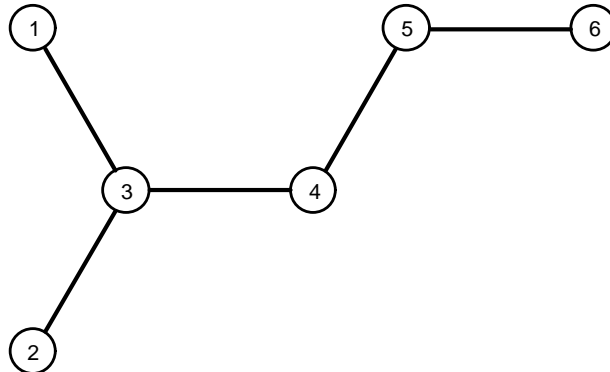


Figura 3.16. Árbol representativo de la observabilidad del sistema

El grafo obtenido cumple con las condiciones de ser conexo y no incluir ciclos, y además no es dirigido, con lo cual puede decirse que es un árbol, lo cual confirma la observabilidad del sistema propuesto como ejemplo.

Resulta importante destacar que, con la evaluación de la observabilidad de este sistema, no se dejó afuera ninguna de las mediciones de potencias de flujo ni inyectadas. Es decir que, así como está planteada la configuración de las mediciones, solo se puede garantizar la observabilidad del sistema pero no existe redundancia que

favorezca la obtención de resultados razonables de la estimación de estado. Esto también implica que todas las mediciones propuestas resultan críticas para esta configuración ya que, si cualquiera de ellas falta, el sistema se torna no observable y no resulta factible estimar todas sus variables de estado.

A los fines de contrastar ejemplos, en la Fig. 3.17 se muestra el mismo sistema eléctrico con algunas mediciones adicionales a las propuestas en la Fig. 3.13.

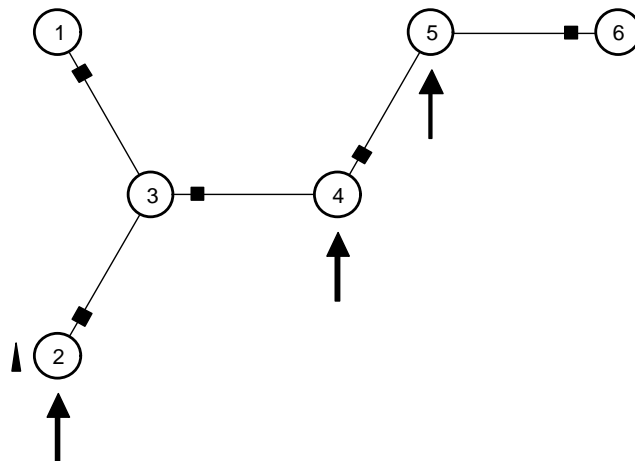


Figura 3.17. Sistema de ejemplo con mediciones adicionales

Con la aplicación del algoritmo topológico, para esta nueva configuración, se obtiene el mismo árbol de la Fig. 3.16, lo cual, como era de esperarse, confirma la observabilidad del sistema en esta nueva configuración. Las mediciones de potencia agregadas en este nuevo ejemplo (circulantes por la rama 2-3, circulantes por la rama 4-5 e inyectadas en el nodo 5) simplemente aumentan la redundancia para la estimación de estado.

Adicionalmente, la inclusión de estas nuevas mediciones evita que todas las mediciones iniciales resulten críticas para la observabilidad. Por caso, la medición de las potencias circulantes por la rama 1-3 continúa siendo crítica al igual que en el sistema propuesto inicialmente, pero la medición de las potencias circulantes por la rama 3-4 ha dejado de ser una medición crítica con la adición de la medición de las potencias circulantes por la rama 2-3.

Por otro lado, puede considerarse la variante que se muestra en la Fig. 3.18, donde hay menor cantidad de mediciones que en el ejemplo original.

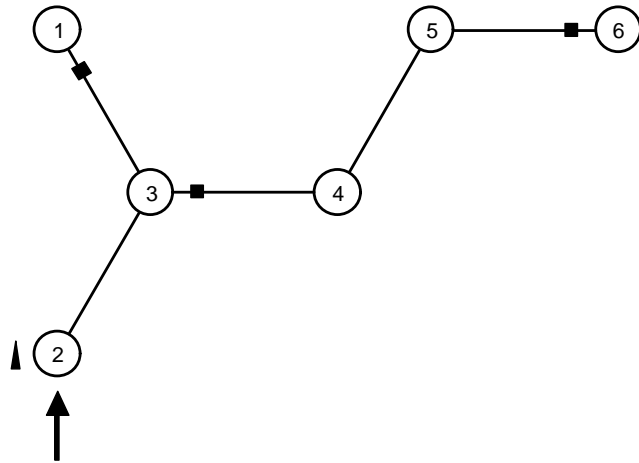


Figura 3.18. Sistema de ejemplo con menor cantidad de mediciones

En la Fig. 3.19 que se muestra a continuación, se detalla el grafo que puede obtenerse para esta nueva variante del sistema.

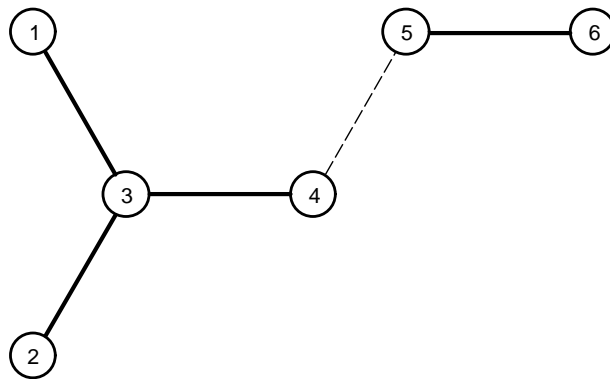


Figura 3.19. Grafo obtenido con el método topológico para el mismo sistema con menor cantidad de mediciones

Naturalmente, el grafo obtenido demuestra que el sistema no es observable, ya que no se trata de un árbol, sino de simplemente de un grafo no conexo. Concretamente, con esta configuración de mediciones, se obtienen dos islas observables: una que comprende los nodos 1, 2, 3 y 4 con las ramas que los vinculan, y otra que comprende solo los nodos 5 y 6 con la rama que vincula a ambos.

Finalmente, para reforzar el concepto de que la observabilidad no depende exclusivamente de la cantidad de mediciones, sino también de su ubicación, se propone la configuración de la Fig. 3.20, donde se han reordenado las mediciones del sistema original.

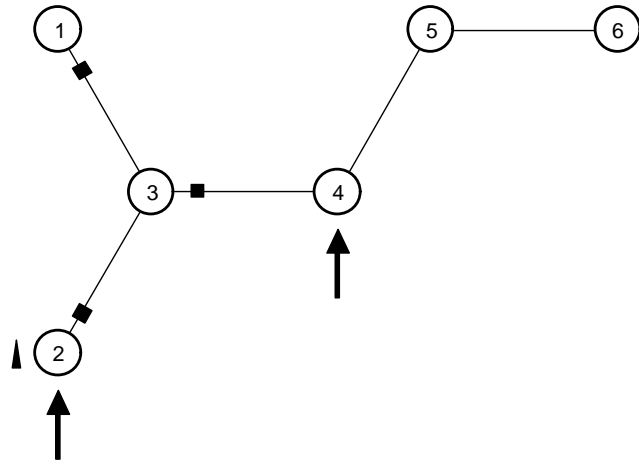


Figura 3.20. Sistema de ejemplo con las mediciones reordenadas

En esta nueva configuración, donde simplemente se llevó la medición de las potencias circulantes por la rama 5-6 a la rama 2-3, la cantidad total de mediciones se ha conservado. En la Fig. 3.21, puede apreciarse el grafo obtenido para esta nueva configuración.

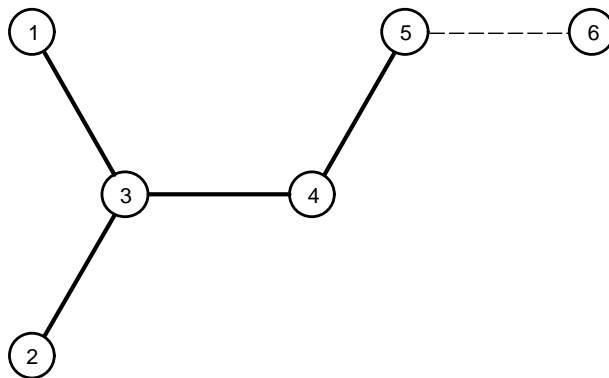


Figura 3.21. Grafo obtenido con el método topológico para el mismo sistema con menor cantidad de mediciones

Se deduce claramente que el sistema completo deja de ser observable debido a esta reubicación de una sola medición, aún cuando se conservó la misma cantidad de mediciones que hacía observable al sistema originalmente. De hecho, se obtiene un grafo conexo para una sola parte del sistema original, que deja afuera el nodo 6.

3.3.2. Consideraciones sobre la inclusión de mediciones de corriente

Si la observabilidad de un sistema se condiciona a un conjunto de mediciones de corriente, por lo general surgen problemas importantes en el algoritmo de estimación de estado. Dichos inconvenientes incluyen el empeoramiento del número de condición de las matrices utilizadas en el algoritmo, además de la dificultad para lograr convergencia, especialmente a niveles de carga relativamente reducidos del sistema evaluado. También, según sea el conjunto de mediciones consideradas, pueden surgir problemas de multiplicidad de resultados para el vector estimado que se desea obtener. Por ejemplo, ante la ausencia de mediciones de potencia, las magnitudes de tensión y corriente por sí solas pueden conducir como resultado a dos valores de ángulo diferentes, es decir, implican una duplicidad en algunos de los componentes del vector resultado de la estimación. Esta problemática involucra la información de direccionalidad de las corrientes, lo cual en los sistemas de distribución con generación distribuida no es un problema trivial, sino que agrega un requisito adicional a la medición de corriente.

En la Fig. 3.22, se muestra un ejemplo sencillo donde la utilización de una medición de corriente no aporta la información suficiente para establecer la unicidad de la solución.

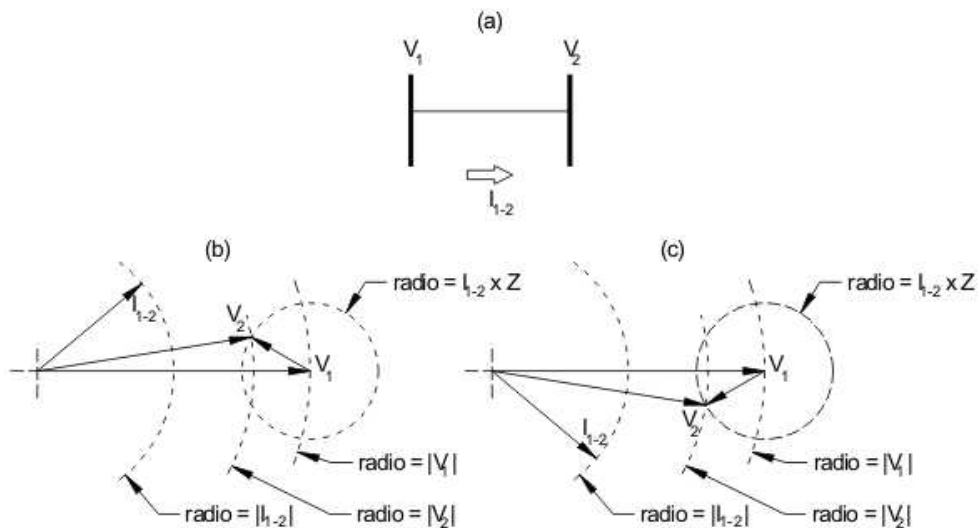


Figura 3.22. Ejemplo de multiplicidad de soluciones debido a la inclusión de una medición de corriente

En la parte (a) de esta Fig. 3.22, se muestra un sistema elemental de dos barras, 1 y 2, en el cual se considera que solo se miden las magnitudes de las dos tensiones, $|V_1|$ y $|V_2|$, y de la corriente $|I_{1-2}|$. Dado que un sistema de dos barras tiene solo tres variables de estado, $|V_1|$, $|V_2|$ y $|\delta_2|$ (el ángulo de fase de $|V_2|$ con respecto a $|V_1|$), la cantidad de magnitudes medidas sería suficiente para la determinación del estado eléctrico del sistema conociendo la impedancia Z de la rama. Sin embargo, las partes (b) y (c) de la misma figura muestran dos posibles soluciones para el estado de este sistema, donde $|\delta_2|$ es diferente, a pesar de cumplirse con todos los valores medidos. Esto implica que, con las magnitudes medidas, no se puede conocer el sentido de circulación de la potencia reactiva en el sistema de ejemplo de este caso. El solo hecho de cambiar la medición de corriente por una medición de potencia reactiva eliminaría el problema de la duplicidad de soluciones.

Una manera de minimizar algunos de estos problemas consiste en ingresar como medición en el algoritmo el cuadrado del valor de corriente medido. Sin embargo, un problema documentado en la literatura es que la varianza de esta nueva “medición” es, en términos porcentuales, mayor que la de la corriente, lo cual perjudica la calidad del vector de mediciones usado como entrada para la estimación de estado [75].

Por otro lado, para establecer la unicidad de las soluciones, se han desarrollado soluciones heurísticas basadas en restricciones adicionales dadas por las leyes de Kirchhoff, que pueden aplicarse para el caso de sistemas radiales de tamaño relativamente reducido. Para el caso más genérico de sistemas algo más complejos y extensos, también se cuenta con algunas soluciones numéricas que operan sobre las matrices ya utilizadas en el algoritmo de estimación de estado.

De todos modos, todas estas soluciones implican un esfuerzo computacional adicional importante, lo cual restringe la utilidad de la inclusión de mediciones de magnitudes de corriente en el vector de mediciones de entrada al algoritmo de estimación de estado. Se remarca el detalle de que esta limitación se presenta con la medición de la magnitud o amplitud de las corrientes, pero no con la medición fasorial de las corrientes, donde la información angular vendría implícita en el resultado de la medición.

3.3.3. Criticidad de mediciones en relación con la observabilidad

Tomando un sistema observable en un conjunto de variables de estado de interés, y dado un grupo de mediciones seleccionadas para ese fin, las mediciones pueden clasificarse en críticas y redundantes.

Para seguir el ejemplo sencillo de la Fig. 3.22, puede suponerse que se agrega una medición de potencia reactiva en la rama que conecta las dos barras del sistema. En ese caso, como se explicó en el punto anterior, la observabilidad del sistema sería suficiente con las dos mediciones de tensión y la medición de potencia reactiva. Así, cualquiera de estas tres mediciones se consideran críticas, ya que la remoción de cualquiera de ellas implica que se pierda la observabilidad. Por otro lado, podría conservarse la medición de corriente propuesta originalmente en el ejemplo, o bien si agregarse una medición de potencia activa sobre la rama que vincula las barras entre sí. Estas otras mediciones contribuirían a una mejor convergencia del algoritmo de ajuste por mínimos cuadrados de la estimación de estado, pero no serían críticas para que se alcanzara la observabilidad del sistema. En otras palabras, se las podría quitar sin que esto afecte la observabilidad ya lograda con las otras mediciones.

También puede extenderse este análisis al sistema propuesto en la Fig. 3.13, donde todas las mediciones son críticas, ya que la remoción de cualquiera de ellas implica que no pueda obtenerse un árbol como el de la Fig. 3.16 que incluya todos los nodos del sistema.

Debe aclararse que, en un sistema dado, existe la posibilidad de que todas las mediciones realizadas sobre él constituyan un conjunto redundante. Esta sería una condición ideal de diseño de un sistema sujeto a estimación de estado, ya que la pérdida de una medición no afectaría su observabilidad. De todos modos, debe preverse que la pérdida de la señal correspondiente a una medición puede hacer que otras de las mediciones se hagan críticas. Es por ello que, en la etapa de diseño de un sistema de estimación de estado, resulta de interés identificar y evaluar desde el punto de la observabilidad todos los posibles escenarios resultantes de la pérdida de una o más mediciones, aunque se trate de mediciones redundantes.

3.4. Detección e identificación de mediciones erróneas

Si al menos una de las mediciones sobre las cuales se fundamenta la estimación de estado incluye un error mayor que el previsto según las especificaciones del fabricante (es decir, más allá de los límites especificados según la función de distribución de probabilidad de cada medición), las variables de estado estimadas consecuentemente estarán sesgadas por dicho error [75, 77, 74, 43].

Para describir mejor el concepto de la evaluación de las mediciones utilizadas en la estimación de estado, puede recurrirse a los siguientes gráficos generados a partir de la publicación [E.11] realizada por el autor.

En la Fig. 3.23, se esquematiza el intento de determinar una única variable independiente X a partir de la medición de 3 magnitudes dependientes de X , marcadas sobre un eje común de ordenadas Y .

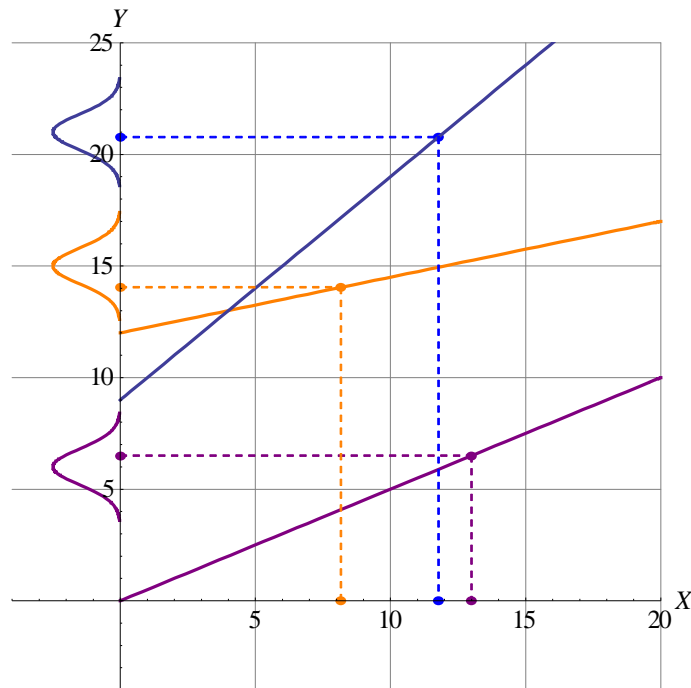


Figura 3.23. Ejemplo de la determinación de una variable de estado a partir de la medición de tres magnitudes

Como puede observarse, este ejemplo se ha construido a partir de un esquema de estimación de estado lineal, pero el concepto que se desea presentar es el mismo que para el caso no lineal. En esta situación, el valor de la variable independiente X puede considerarse la variable de estado que se pretende determinar. Sobre el eje de ordenadas, se han trazado esquemáticamente distribuciones normales para cada una de

las tres mediciones realizadas. Las líneas trazadas sobre el plano X - Y corresponden a las sendas funciones que describen la relación de cada una de las tres magnitudes medidas con la variable independiente. De esta manera, dada la medición de una magnitud en el eje de las ordenadas, por medio de la función correspondiente se obtiene un valor de X . Esto implica partir con el valor medido desde el eje de las ordenadas, desplazarse horizontalmente hasta la función correspondiente, y después desplazarse en sentido vertical hasta cortar el eje de las abscisas. De esta manera, en esta Fig. 3.23, se obtienen para la variable de estado tres valores distintos según la medición que se considere.

En la Fig. 3.24, se agrega sobre el eje de las abscisas el valor estimado de la variable de estado, cuyo valor real habitualmente se desconoce en los sistemas reales y que se ha obtenido aquí simplemente por mínimos cuadrados ponderados.

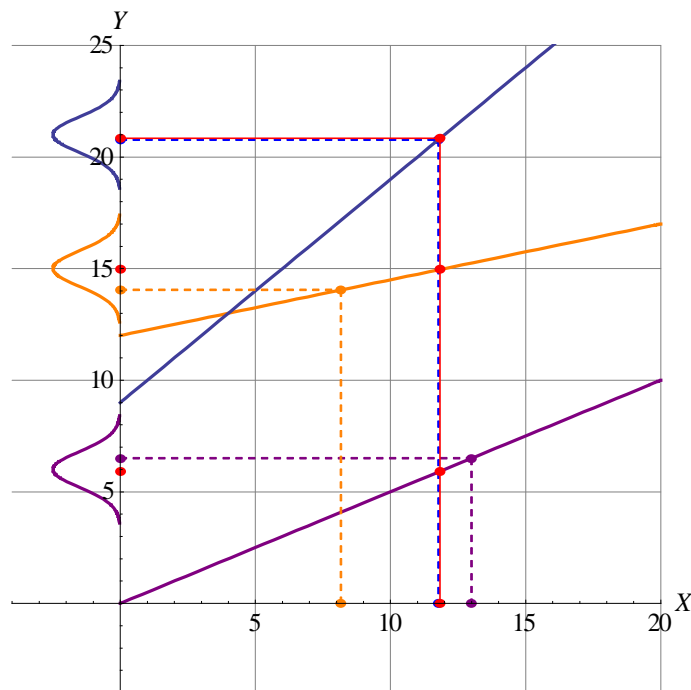


Figura 3.24. Indicación del valor estimado para la variable de estado y de los valores recalculados para las magnitudes medidas

También se han marcado sobre el eje de las ordenadas los valores recalculados para cada una de las tres magnitudes que son función de dicha variable de estado. Desde arriba hacia abajo, se observa que el recálculo de la primera medición quedó en un punto muy próximo al valor medido, mientras que para la segunda magnitud el valor recalculado es superior al valor medido, y en la tercera magnitud el valor recalculado está por debajo del valor medido. Esta diferencia entre el valor recalculado de una

medición y su valor medido es lo que se pondera para determinar si una medición puede considerarse errónea: cuanto mayor sea tal diferencia, mayor será la posibilidad de que la medición original haya tenido un error más allá de lo previsto.

Como criterio para determinar en qué grado una medición es errónea, se pone como tope entre 3 y 5 veces la desviación estándar correspondiente de la medición, según la consideración de cada autor. Es decir, la diferencia entre el valor medido de una magnitud y su valor recalculado no debe ser superior a 3-5 desviaciones estándares para que se la considere no errónea [43, 75, 77, 74].

Existen diversos algoritmos disponibles en la literatura previstos con la finalidad de detectar la presencia de al menos un dato erróneo en el conjunto de mediciones utilizadas para la estimación de estado. También se han desarrollado herramientas adicionales para la identificación de cuál(es) medición(es) es (son) la(s) que presenta(n) tales errores inadmisibles. La finalidad de tal identificación es tener la capacidad de quitar dichas mediciones erróneas del conjunto de mediciones, a fin de garantizar que la estimación de estado no sea sesgada.

A continuación, se describen un método tradicional para la detección de la presencia de mediciones erróneas y un método numérico para la identificación de tales mediciones erróneas.

3.4.1. Detección de mediciones erróneas

A continuación, se describe un método basado en la distribución Chi cuadrado para la detección de mediciones erróneas en el conjunto de las mediciones realizadas para la estimación de estado. Algunas referencias introductorias tradicionales, como [43] o [75], conducen a publicaciones tan clásicas como [89], donde se plantearon los fundamentos de esta metodología. En [E.3], publicación del autor, también se utilizó este método de cálculo para determinar la presencia de mediciones erróneas.

Este proceso de detección de mediciones erróneas consiste en un medio para afirmar que al menos una de las mediciones utilizadas como datos de entrada trae incorporado un error superior al previsto. Sin embargo, tal como está planteado, este proceso no permite identificar cuál de las mediciones del conjunto es la que presenta tal desviación. Por este hecho, es común que se obvie este paso en la implementación de un sistema de estimación de estado de explotación comercial y que se recurra

exclusivamente a un método de identificación de mediciones erróneas, con el cual se pueden identificar y descartar las mediciones erróneas.

Para la deducción del algoritmo de estimación de estado, en las expresiones (3.3), (3.4), (3.7), (3.8), (3.18) y (3.19) se explicitó el objetivo de minimizar una función auxiliar $J(x)$ (para el caso de una sola variable x) o $J(\mathbf{x})$ (para el caso un vector \mathbf{x} de múltiples variables). Para este último caso, el más genérico, puede retomarse la siguiente expresión, adaptada a partir de (3.41).

$$J(x_1, x_2, \dots, x_n) = \sum_{i=1}^m \frac{[z_i - f_i(x_1, x_2, \dots, x_n)]^2}{\sigma_i^2} \quad (3.41)$$

Dejando de lado la indicación de las variables de la función J y de la función genérica f_i , puede escribirse esta función auxiliar de la siguiente manera simplificada:

$$J = \sum_{i=1}^m \frac{[z_i - f_i]^2}{\sigma_i^2} \quad (3.42)$$

Con esta formulación, puede observarse que la función auxiliar J es en realidad una sumatoria de los errores de medición cuando las funciones f_i se valorizan para el vector de estado estimado $\hat{\mathbf{x}}$. En tal caso, las diferencias $z_i - f_i$ representan la diferencia entre cada medición z_i y su función valorizada f_i correspondiente. Cuando se completa el algoritmo de estimación de estado y se obtiene el vector de estado estimado $\hat{\mathbf{x}}$, las funciones f_i valorizadas pueden denominarse \hat{z}_i , ya que en realidad constituyen las mediciones estimadas. Entonces, puede reescribirse (3.42) de la siguiente manera:

$$\hat{J} = \sum_{i=1}^m \frac{[z_i - \hat{z}_i]^2}{\sigma_i^2} = \sum_{i=1}^m \frac{\hat{e}_i^2}{\sigma_i^2}, \quad (3.43)$$

donde:

- \hat{J} : valor estimado de la función auxiliar J
- z_i : medición i -ésima
- \hat{z}_i : medición i -ésima estimada (su valor recalculado utilizando la función f_i , valorizada con el vector de estado estimado $\hat{\mathbf{x}}$)
- \hat{e}_i : error de medición estimado, de media cero y distribución normal
- σ_i : desviación estándar de la medición i -ésima

- σ_i^2 : varianza de la medición i -ésima

Según esta expresión, el valor estimado \hat{J} constituye una sumatoria de variables aleatorias de distribución normal dadas por \hat{e}_i^2/σ_i^2 . Con esta escritura, todas estas variables aleatorias resultan normalizadas, es decir que su media es 0 y su varianza es 1. Por definición, esto implica que \hat{J} es una variable aleatoria de distribución Chi cuadrado [90].

Puede demostrarse que el valor esperado (la media) de \hat{J} es un entero exactamente igual a $m - n$, es decir, a la diferencia entre la cantidad de mediciones del sistema y la cantidad de variables de estado del sistema [43] [74] [75]. Esto se expresa de la siguiente manera:

$$E(\hat{J}) = m - n, \quad (3.44)$$

donde:

- $E(\hat{J})$: valor esperado (media) del valor estimado de la función auxiliar J
- m : cantidad de mediciones tomadas sobre el sistema
- n : cantidad de variables de estado del sistema

Este número $m - n$ es la cantidad de grados de libertad de la distribución Chi cuadrado antes mencionada. En la Fig. 3.25, se grafica a modo de ejemplo una función de distribución de probabilidad Chi cuadrado correspondiente a 5 grados de libertad.

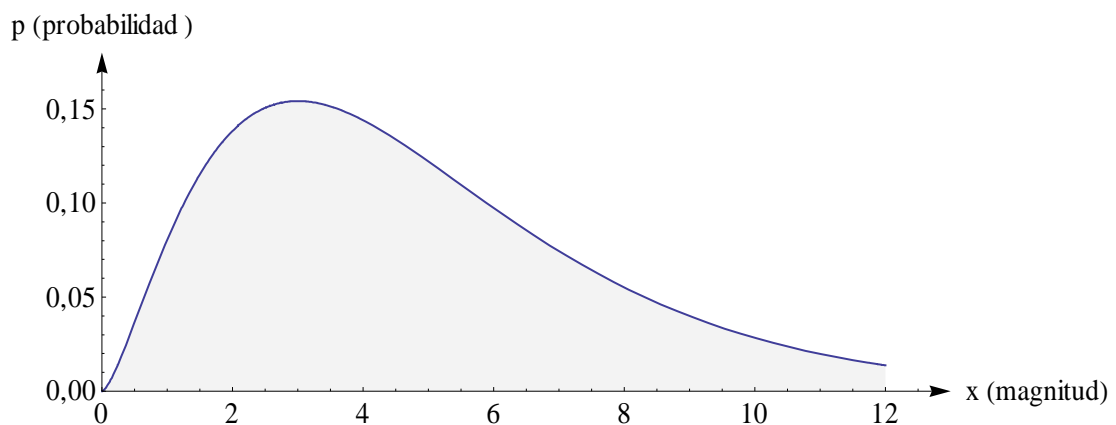


Figura 3.25. Ejemplo de distribución Chi cuadrado para 5 grados de libertad

En este punto, cabe acotar que resulta evidente que $m - n$ es una manifestación del grado de redundancia del sistema, ya que expresa el exceso de la cantidad de mediciones con respecto a la cantidad de variables de estado. Sin embargo, como se

indicó anteriormente, esto no es suficiente para garantizar la observabilidad del sistema en cuestión: $m - n$ es solo un número que contribuye a cuantificar la redundancia del sistema pero que es complementario al estudio de observabilidad específico que se realice sobre este.

Retornando a la descripción de la distribución Chi cuadrado, el área que se encuentra bajo la curva (la integral de la probabilidad para todos los valores posibles de la variable entre 0 e ∞) es por definición igual a 1. Sin embargo, esta distribución no es simétrica, con lo cual pueden plantearse dos áreas en el gráfico de la figura anterior, como se muestra en la Fig. 3.26.

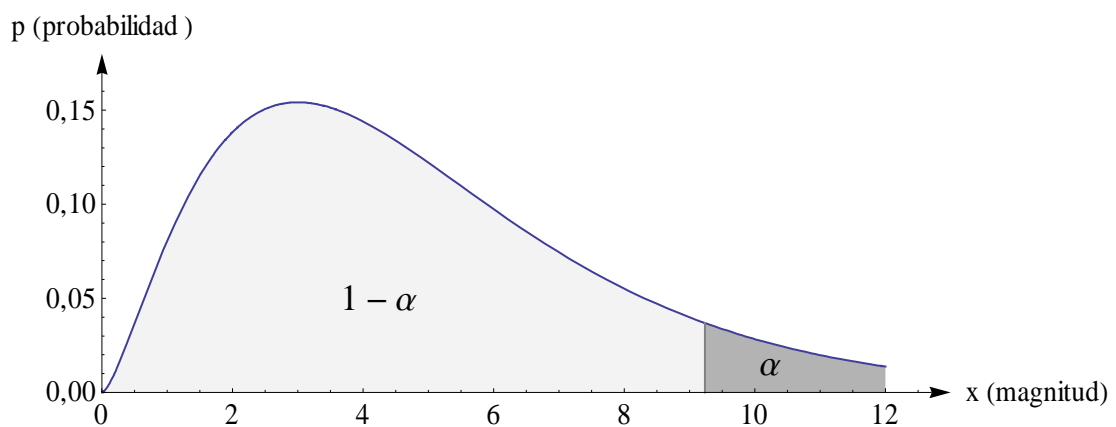


Figura 3.26. Indicación de dos áreas de probabilidad en la distribución Chi cuadrado de ejemplo

Las dos áreas, divididas en un valor denominado crítico que en este ejemplo tiene un valor de 9,236, se interpretan de la siguiente manera:

- El área a la derecha de dicho valor crítico representa la probabilidad α de que la variable adopte un valor superior al valor crítico.
- El área a la izquierda del valor crítico representa la probabilidad $1 - \alpha$ de que la variable adopte un valor inferior al crítico.

Por ejemplo, con un nivel de significancia $\alpha = 0,10$ y una cantidad de grados de libertad $m - n = 5$, se puede afirmar con un 90 % de confianza que la variable (para el caso de interés, el valor recalculado, estimado, \hat{J} de la función auxiliar) será menor que el valor crítico 9,236. Si el valor estimado \hat{J} está por encima del valor crítico, existen razones fundadas estadísticamente para sospechar que se está en presencia de, al menos,

una medición errónea. En otras palabras, se aprovecha la condición de que \hat{J} , la suma de los cuadrados de los errores estimados, se hace más grande cuando está presente al menos una medición errónea.

Puede hacerse una salvedad importante en este punto: en los sistemas eléctricos de potencia, la diferencia $m-n$ es tal (por ejemplo, del orden de 30) que la distribución Chi cuadrada se asemeja bastante a una distribución normal, en cuanto a que la asimetría se hace cada vez menos notable. En los sistemas eléctricos de distribución, tal diferencia $m-n$ puede ser bastante más reducida que esos órdenes de magnitud, pero se mantienen los principios generales aquí presentados.

Como se anticipó al inicio de este punto, la identificación de la medición que incluye un error excesivo no es trivial, y se reserva el punto siguiente para la explicación de un método numérico que directamente permite identificar las mediciones que incluyen errores extremadamente elevados.

3.4.2. Identificación de mediciones erróneas

En publicaciones avanzadas de estimación de estado en sistemas eléctricos como [75] o [91], y en revisiones como [77] o [88], se sostiene que el método de la evaluación de los residuos normalizados resulta el más adecuado para esta finalidad. En [E.3], publicación del autor, también se utilizó este método de cálculo para la identificación de las mediciones que introducían errores. A continuación, y sobre la base de las publicaciones enumeradas, se detallan los fundamentos principales de este método para la identificación de mediciones erróneas.

Con los conceptos hasta aquí presentados sobre estimación de estado, puede presentarse la siguiente expresión:

$$\mathbf{z} = f(\mathbf{x}_t) + \mathbf{e}, \quad (3.45)$$

donde:

- \mathbf{z} : vector de mediciones
- \mathbf{x}_t : vector de estado exacto, que aquí se supone conocido con exactitud
- $f(\mathbf{x}_t)$: aplicación de las funciones f_i (típicamente no lineales) sobre el vector de estado exacto
- \mathbf{e} : vector de errores de las mediciones

Por otro lado, esta expresión puede reformularse de forma linealizada para las diferencias $\Delta \mathbf{z}$ y $\Delta \mathbf{x}$, aplicando la serie de Taylor e ignorando los términos de orden superior. Así, se obtiene lo siguiente:

$$\Delta \mathbf{z} = H \cdot \Delta \mathbf{x} + \mathbf{e}, \quad (3.46)$$

La distribución de probabilidad de los errores de las mediciones que se enumeran en el vector \mathbf{e} se considera normal. Por lo tanto, el valor esperado de este vector es $E(\mathbf{e})=0$ y su matriz de covarianza es la matriz $[R]$ ya presentada en la expresión 3.6.

Sobre la base de la expresión (3.30), puede expresarse $\Delta \hat{\mathbf{x}}$ en función de $\Delta \mathbf{z}$:

$$\Delta \hat{\mathbf{x}} = \left[[H]^T \cdot [R]^{-1} \cdot [H] \right]^{-1} \cdot [H]^T \cdot [R]^{-1} \cdot \Delta \mathbf{z} \quad (3.47)$$

A su vez, $\Delta \hat{\mathbf{z}}$ puede expresarse de la siguiente manera en función de $\Delta \hat{\mathbf{x}}$

$$\Delta \hat{\mathbf{z}} = [H] \cdot \Delta \hat{\mathbf{x}} \quad (3.48)$$

Entonces:

$$\Delta \hat{\mathbf{z}} = [H] \cdot \left[[H]^T \cdot [R]^{-1} \cdot [H] \right]^{-1} \cdot [H]^T \cdot [R]^{-1} \cdot \Delta \mathbf{z} \quad (3.49)$$

Esta expresión puede simplificarse de la siguiente manera:

$$\Delta \hat{\mathbf{z}} = [K] \cdot \Delta \mathbf{z}, \quad (3.50)$$

donde:

- $[K] = [H] \cdot \left[[H]^T \cdot [R]^{-1} \cdot [H] \right]^{-1} \cdot [H]^T \cdot [R]^{-1}$: matriz “sombbrero” (*hat matrix*), así llamada por agregar el “sombbrero” de estimación al $\Delta \mathbf{z}$.

Puede demostrarse que la matriz $[K]$ cumple con las siguientes propiedades:

$$[K] \cdot [K] \cdot [K] \cdots [K] = [K], \quad (3.51)$$

$$[K] \cdot [H] = [H], \quad (3.52)$$

$$([I] - [K]) \cdot [H] = 0, \quad (3.53)$$

Sobre la base de estas propiedades, puede deducirse la siguiente expresión para calcular los residuos de las mediciones:

$$\mathbf{r} = \Delta \mathbf{z} - \Delta \hat{\mathbf{z}}$$

$$\mathbf{r} = ([I] - [K]) \cdot \mathbf{e}$$

$$\mathbf{r} = [S] \cdot \mathbf{e}, \quad (3.54)$$

donde:

- \mathbf{r} : vector de residuos de las mediciones

- $[S] = ([I] - [K])$: matriz de sensibilidad de los residuos de las mediciones con respecto a los errores de las mediciones.

Puede demostrarse que la matriz $[S]$ no es simétrica (a menos que todas las covarianzas sean iguales) y que cumple con las siguientes propiedades:

$$[S] \cdot [S] \cdot [S] \cdots [S] = [S], \quad (3.55)$$

$$[S] \cdot [R] \cdot [S]^T = [S] \cdot [R], \quad (3.56)$$

A partir de todas las condiciones hasta aquí expuestas, puede determinarse el valor esperado del vector de residuos \mathbf{r} :

$$E(\mathbf{r}) = E([S] \cdot \mathbf{e}) = [S] \cdot E(\mathbf{e}) = [S] \cdot 0$$

$$E(\mathbf{r}) = 0 \quad (3.57)$$

De manera similar, con las propiedades que se han expuesto, puede calcularse la matriz de covarianza de dicho vector:

$$[\Omega] = E(\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}^T) = [S] E(\mathbf{e} \cdot \mathbf{e}^T) [S]^T = [S] [R] [S]^T$$

$$[\Omega] = [S] [R], \quad (3.58)$$

donde:

- $[\Omega]$: matriz de covarianza de los residuos de las mediciones

Puede demostrarse que la matriz $[\Omega]$ es real y simétrica, y que cumple con las siguientes propiedades:

$$[\Omega]_{ij}^2 \leq [\Omega]_{ii} \cdot [\Omega]_{jj}, \quad (3.59)$$

$$[\Omega]_{ij} \leq \frac{([\Omega]_{ii} + [\Omega]_{jj})}{2}, \quad (3.60)$$

Haciendo uso de las expresiones 3.57 y 3.58, puede afirmarse que las componentes del vector \mathbf{r} de los residuos de las mediciones siguen una distribución normal de media nula ($E(\mathbf{r}) = 0$), con varianzas dadas por los elementos correspondientes de la diagonal de la matriz de covarianza $[\Omega]$. Los elementos que se encuentran fuera de la diagonal de $[\Omega]$ no necesariamente son nulos como en el caso de $[R]$. Eventualmente, esto permite evaluar la posible correlación entre mediciones.

A partir de la descripción obtenida para la distribución de probabilidad de los elementos de \mathbf{r} , puede plantearse un nuevo vector \mathbf{r}^N de residuos normalizados cuyos elementos respondan a la siguiente expresión:

$$r_i^N = \frac{|r_i|}{\sqrt{[\Omega]_{ii}}} = \frac{|r_i|}{\sqrt{[R]_{ii} \cdot [S]_{ii}}}, \quad (3.61)$$

donde:

- r_i^N : elemento i del vector \mathbf{r}^N de residuos normalizados de las mediciones
- r_i : elemento i del vector \mathbf{r} de residuos de las mediciones

Como su denominación lo explicita, los elementos de \mathbf{r}^N responden a una distribución normal de probabilidad de media nula y varianza unitaria.

De esta manera, al normalizarlos, pueden cotejarse en una misma escala todos los residuos de las mediciones a fin de determinar cuál(es) supera(n) un determinado umbral elegido para identificar mediciones erróneas.

Del vector de residuos normalizados \mathbf{r}^N obtenido luego de la estimación de estado, se busca el elemento de valor máximo $r_{máx}^N$. Los siguientes son los umbrales habituales para evaluar dicho residuo normalizado:

1. $r_{máx}^N \leq 3$: todos los residuos normalizados de las mediciones se encuentran dentro del margen previsto para las condiciones de medición dadas.
2. $3 \leq r_{máx}^N \leq 10$: el residuo normalizado $r_{máx}^N$ evaluado manifiesta un error importante en la medición correspondiente
3. $10 \leq r_{máx}^N$: el residuo normalizado $r_{máx}^N$ evaluado manifiesta un error extremo en la medición correspondiente

En los casos 2 y 3, una opción habitual es retirar del vector de mediciones la medición identificada como errónea, volver a hacer el análisis de estabilidad con esta nueva disposición de mediciones en el sistema, realizar la estimación de estado nuevamente, y volver a calcular el vector \mathbf{r}^N de residuos normalizados de las mediciones. Este ciclo puede repetirse tantas veces como sea necesario para eliminar todas las mediciones identificadas como erróneas, siempre y cuando el sistema se siga manteniendo observable, es decir, mientras no se deba retirar una medición crítica.

Este método de evaluación de los residuos normalizados de las mediciones requiere cálculos intensivos, pero en términos generales es bastante certero para identificar las mediciones erróneas, salvo en el caso de múltiples mediciones erróneas cuyas errores estén correlacionados. Más allá de que existen otros métodos de identificación de mediciones erróneas, como la estrategia de identificación por prueba de hipótesis, un enfoque que puede resolver definitivamente el problema de la

identificación de mediciones erróneas consiste en plantear estimadores de estado aún más robustos que los utilizados en este trabajo.

3.5. Estimación de estado armónico

Según la literatura específica sobre el tema, por ejemplo [6], [9], [10] y [16], los conceptos sobre estimación de estado en sistemas eléctricos pueden extenderse a la estimación de estado armónico con la condición de que se consideren ciertos supuestos:

1. Las mediciones disponibles para la frecuencia fundamental también se consideran disponibles para todas las armónicas de interés. De lo contrario, se afectaría la observabilidad del sistema para las frecuencias armónicas consideradas.
2. Se admite como aplicable el principio de superposición, es decir que la situación no lineal de un sistema sujeto a distorsión armónica se puede resolver por medio de la descomposición en múltiples problemas lineales, uno por cada una de las frecuencias armónicas de interés. Según lo recabado en la literatura, este enfoque resulta lo suficientemente razonable, al menos para los niveles de distorsión que se miden en los sistemas de distribución.
3. Todas las magnitudes eléctricas y las cargas del sistema se consideran equilibradas, con lo cual resulta suficiente analizar el comportamiento de una fase y replicarlo para las otras dos. Esta condición no es excluyente, ya que la presencia de desequilibrios de tensiones o corrientes podría subsanarse con la descomposición en componentes de secuencia de las mediciones trifásicas realizadas.
4. En consecuencia con la condición anterior, para cada frecuencia armónica se considera el problema planteado solamente en la red de secuencia considerada como principal para la frecuencia de interés.

Más allá de las condiciones aquí detalladas, se debe hacer una diferenciación importante entre dos grandes enfoques para la estimación de estado armónico de sistemas eléctricos. Se puede plantear una modalidad donde se manejan las componentes rectangulares de las mediciones de tensión y corriente, y se opera con ellas por medio de un algoritmo lineal; por otro lado, la versión propuesta en este

trabajo consiste en extender al estado armónico la modalidad de estimación de estado utilizada habitualmente a frecuencia fundamental, es decir, sustentada sobre la medición de tensiones nodales y potencias (activas y reactivas) de flujo.

3.5.1. Estimación de estado armónico basada en la estimación de estado clásica

La estimación de estado armónico realizada a partir de las mismas mediciones que para la estimación de estado clásica en sistemas de potencia (fundamentalmente tensiones y potencias) no está muy explorada, y es precisamente el aspecto que se desea indagar con el presente trabajo sobre la base de una propuesta realizada en [9].

Lo que se plantea en este trabajo es llevar a cabo para cada una de las frecuencias armónicas de interés los pasos de la estimación de estado “clásica” utilizada para frecuencia fundamental. Contando con las mediciones de tensiones y potencias para cada frecuencia, se realiza un estudio de observabilidad genérico que debe resultar válido para todas las frecuencias consideradas, siempre y cuando se garanticen las condiciones antes enumeradas para la extensión de la estimación de estado a la situación armónica del sistema. Debe preverse que esta implementación implica la resolución de un problema no lineal, con lo cual el método numérico que se implemente debe ser de carácter iterativo.

3.5.2. Estimación de estado armónico basado en mediciones fasoriales sincronizadas

El enfoque típico que se registra en la literatura para la estimación de estado armónico es la realización de mediciones sincronizadas de fasores de tensiones y corrientes en diferentes puntos del sistema. En 1.1. Estado de la técnica, se detallaron numerosas referencias específicas al respecto.

Para esta modalidad de estimación de estado armónico, se requiere tomar mediciones de tensiones nodales y corrientes de rama con una sincronización del orden de algunos microsegundos. Esto implica la necesidad de implementar una marca de tiempo en las mediciones obtenidas, que se expresan en forma fasorial, es decir, con valores complejos. A partir de allí, es la expresión de tales mediciones en forma rectangular la que permite que se pueda transformar todo el problema de estimación de

estado en un problema lineal, que con un único cálculo matricial arroja un resultado, sin necesidad de iteraciones.

La siguiente es la formulación elemental que da origen al concepto involucrado en esta modalidad [9] [16]:

$$\tilde{z}_c = [\tilde{Y}] \cdot \tilde{x} + error \quad (3.62)$$

$$\tilde{z}_v = [T] \cdot \tilde{x} + error, \quad (3.63)$$

donde:

- \tilde{x} : vector que contiene las variables de estado del sistema, esto es, las tensiones nodales como valores complejos
- \tilde{z}_c : vector que contiene las corrientes de rama medidas, expresadas como fasores, esto es, como valores complejos
- \tilde{z}_v : vector que contiene las tensiones nodales medidas, expresadas como fasores, esto es, como valores complejos
- $[\tilde{Y}]$: matriz de admitancia del sistema, que por definición está expresada con valores complejos
- $[T]$ es una matriz con solo ceros y unos, pero sin valores complejos

Los conceptos antes explicados están subyacentes en las expresiones 3.62 y 3.63, donde se observa que los vectores de mediciones \tilde{z}_c y \tilde{z}_v que se ingresan al algoritmo de estimación de estado tienen valores complejos por componentes. Tales valores complejos corresponden a los fasores medidos de tensión o de corriente, según corresponda, que como tales pueden descomponerse en sus componentes rectangulares. A su vez, como ya se explicó, esto conlleva una resolución lineal del problema de estimación de estado.

La utilización de mediciones fasoriales sincronizadas en sistemas eléctricos no se restringe exclusivamente a esta aplicación concreta de estimación de estado armónico. Por ejemplo, en [92], se describe un proceso de estimación de estado a frecuencia fundamental de dos etapas: en un primer paso, se realiza la estimación de estado tradicional no lineal basada en las mediciones de magnitudes de tensiones y de potencias. Como segundo paso, se aplican los fasores de tensión y corriente obtenidos de un sistema de medición sincronizada. En dicho trabajo, se demuestra la mejora que este agregado produce en los resultados de la estimación de estado.

También, en numerosos trabajos como [93], se muestra la utilización de esta modalidad de medición aplicada a frecuencia fundamental, con la finalidad de supervisar las oscilaciones presentes en un sistema de potencia. En este caso, la finalidad del uso de estas mediciones fasoriales sincronizadas es realizar una supervisión que permita tomar decisiones para evitar fallas de estabilidad.

En todo caso, entre tantas aplicaciones, se está acelerando la implementación de mediciones fasoriales sincronizadas. Esto implica que, a futuro, se haría más accesible utilizar esta tecnología como estándar para la estimación de estado armónico. Mientras tanto, se recurre con el presente trabajo a explorar la posibilidad de utilizar la metodología tradicional de resolución no lineal.

3.6. Método de estimación de estado armónico adoptado en este trabajo

Hasta aquí, en el presente capítulo, se han detallado los fundamentos principales de la estimación de estado aplicada a los sistemas eléctricos y, más específicamente, todo lo que hace a los detalles de la estimación de estado armónico en ellos.

En esta sección final, se establece un resumen de los detalles principales del algoritmo que se aplica en el capítulo siguiente, donde se muestra la implementación de un método de estimación de estado armónico por medio de simulaciones realizadas sobre el modelo de un sistema de distribución.

Las siguientes son las características relevantes del método de estimación de estado armónico aquí implementado:

- El método de cálculo adoptado se basa en la estimación por mínimos cuadrados ponderados, cuyos fundamentos para la aplicación en sistemas eléctricos se explicaron en 3.1.1.
- La formulación del problema, con la adopción de mediciones de potencias armónicas, conlleva a una estimación de estado no lineal, como se describió en 3.1.3.
- En las simulaciones realizadas, se incluyeron las particularidades del método de Peters y Wilkinson, detallado en 3.2.
- El sistema cuyo modelo se utiliza se considera observable en función del algoritmo para análisis de observabilidad explicado en 3.3.1. Su verificación

resulta prácticamente trivial en virtud de las numerosas simplificaciones adoptadas.

- Luego de la concreción de la estimación de estado, se aplica el método tradicional de detección de mediciones erróneas basado en la distribución Chi cuadrado que se detalló en 3.4.1.
- Por medio de la “siembra” (inclusión ex profeso) de una medición errónea, se comprueba el desempeño del procedimiento de identificación de mediciones erróneas basado en el método de residuos normalizados que se explicó en 3.4.2.
- Para cada orden armónico, se aplica la misma metodología que para un proceso de estimación de estado a frecuencia fundamental. Así, se replica para cada orden armónico el método explicado en 3.5.1. En otras palabras, se considera la aplicación directa del principio de superposición, teniendo en cuenta la variación en el comportamiento de los parámetros de la red, particularmente las inductancias, con cada frecuencia armónica.

CAPÍTULO IV.

SIMULACIÓN DE ESTIMACIÓN DE ESTADO ARMÓNICO EN UN SISTEMA ELÉCTRICO DE DISTRIBUCIÓN

Para realizar la simulación de la estimación de estado armónico según todo lo analizado en los capítulos anteriores, se adoptó un modelo propuesto por la IEEE en [94] para una red de distribución radial equilibrada de 13 barras. A los fines de simplificar la presentación de los resultados, se realizó una adaptación de manera tal de trabajar en un sistema de tan solo 5 barras equivalente al sistema original.

La finalidad principal de la publicación de IEEE donde se propuso aquel modelo era la de ofrecer diversos sistemas de referencia que pudieran servir como estándares de comparación (*benchmarks*) para la implementación de estudios sobre contaminación armónica. Para el modelo adoptado, la información provista en dicha publicación corresponde específicamente a un sistema de distribución, destacándose sus diferencias particulares con respecto a un sistema de transmisión. Por ejemplo, esto se manifiesta en la presencia de componentes resistivas de orden muy similar al de las componentes reactivas en las impedancias de los conductores y de los transformadores.

Los datos de referencia brindados en la publicación original resultan de utilidad para cotejar los resultados obtenidos en cada etapa de la implementación de la simulación, aunque en el presente trabajo se enfoca más la atención en el resultado de la aplicación de la estimación de estado en sí.

En todo este capítulo, se utilizan de modo totalmente indistinto los términos nodo y barra.

4.1. Características del modelo de red de distribución adoptado

El modelo trifásico propuesto originalmente, que se plantea con la intención de representar el sistema eléctrico de una planta industrial de tamaño medio, se considera equilibrado y sin conexión de neutro. Estas características son posiblemente las que más etapas abrevian en esta implementación, ya que de lo contrario se agregarían numerosos cálculos numéricos debido a la consideración de las correspondientes redes de secuencia. De hecho, en caso de desequilibrio, el circuito equivalente del sistema debería replantearse para cada red de secuencia.

En la Fig. 4.1, se muestra un esquema del sistema original propuesto en la publicación de referencia.

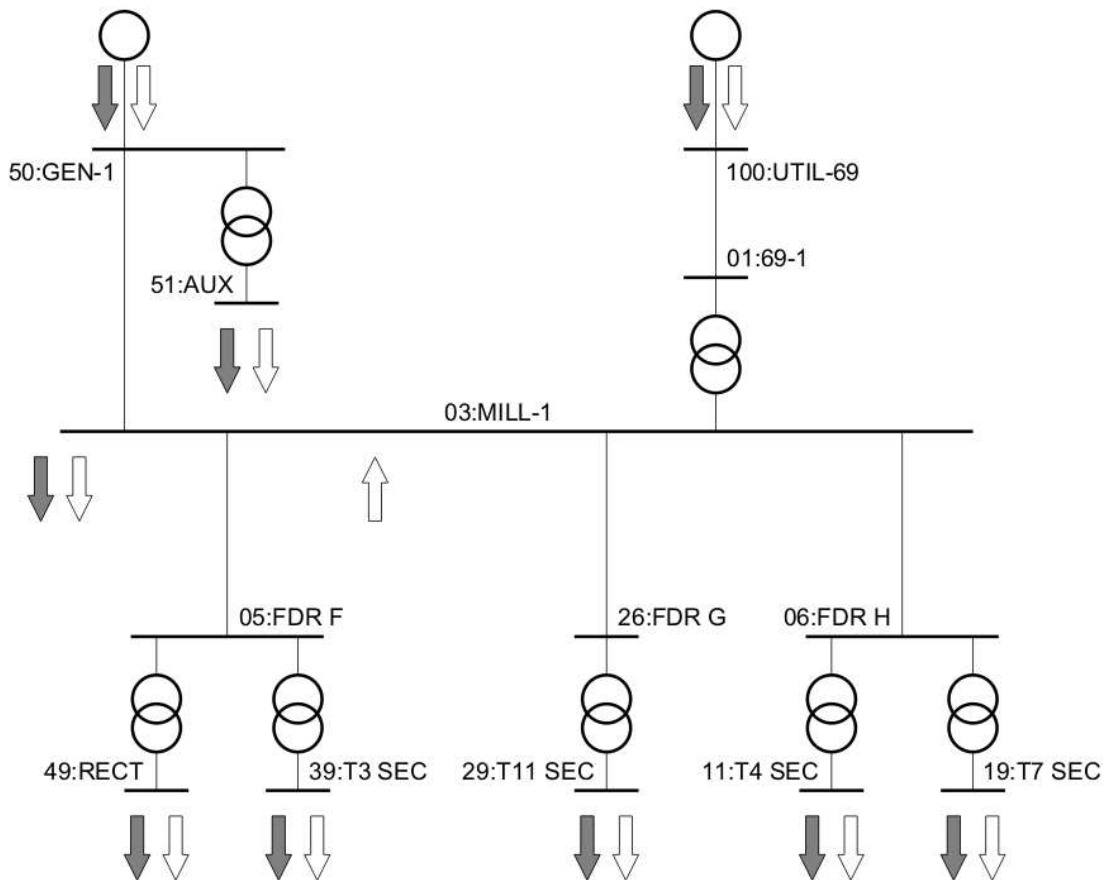


Figura 4.1. Sistema equilibrado de 13 barras propuesto por la IEEE

A continuación, se detallan las características más importantes del sistema en cuestión:

- Suministro principal: red de 69 kV, 1000 MVA de potencia de cortocircuito disponible y relación $X/R=22,2$, conectada a la barra 100:UTIL-69. Se considera una alimentación a tensión sinusoidal pura, o sea con una única componente de tensión a frecuencia fundamental, lo cual resulta muy razonable en la práctica.
- Distribución: en 13,8 kV, valor muy cercano a los 13,2 kV utilizados habitualmente en Argentina para distribución urbana e industrial.
- Generador local (distribuido): máquina sincrónica de 13,8 kV, con una impedancia equivalente igual a $0,0366 \Omega + j1,3651 \Omega$ para el estado de excitación correspondiente a los resultados del flujo de carga, conectado a la

barra 50:GEN-1. La presencia de generadores distribuidos es una realidad cada vez más extendida en la realidad de los sistemas de distribución de media tensión.

- Cargas: de naturaleza inductiva, conectadas a todas las barras a través de sendos transformadores reductores, salvo en la barra 03:MILL-1, donde además de la carga inductiva indicada se incluye un banco de condensadores de 6000 kvar de valor nominal.
- Carga contaminante: de características equivalentes a la de un rectificador trifásico, conectada en la barra 49:RECT, también a través de un transformador dedicado. Se considera el impacto de esta única carga contaminante sobre todo el sistema.

En la Tabla 4.1, se transcribe la información principal relativa a los transformadores del sistema. En la Tabla 4.2, se describen las impedancias por unidad del sistema según lo presentado en el artículo de referencia. (Los valores de referencia indicados para obtener tales datos por unidad son una tensión de 13,8 kV y una potencia de 10 000 kVA.) En la Tabla 4.3, se describe el flujo de carga a frecuencia fundamental.

Tabla 4.1. Información sobre los transformadores del sistema de referencia

Desde la barra	Hasta la barra	Relación de tensiones (kV : kV)	Potencia nominal (kVA)	R %	X %
01:69-1	03:MILL-1	69 : 13,8	15 000	0,4698	7,9862
50:GEN-1	51:AUX	13,8 : 0,48	1500	0,9593	5,6694
05:FDR F	49:RECT	13,8 : 0,48	120	0,7398	4,4388
05:FDR F	39:T3 SEC	13,8 : 4,16	1725	0,7442	5,9537
05:FDR G	29:T11 SEC	13,8 : 0,48	1500	0,8743	5,6831
06:FDR H	11:T4 SEC	13,8 : 0,48	1500	0,8363	5,4360
06:FDR H	19:T7 SEC	13,8 : 2,4	3750	0,4568	5,4810

Tabla 4.2. Impedancias por unidad de las líneas del sistema de referencia

Desde la barra	Hasta la barra	R (p. u.)	X (p. u.)
100:UTIL-69	01:69-1	0,00139	0,00296
03:MILL-1	50:GEN-1	0,00122	0,00243
03:MILL-1	05:FDR F	0,00075	0,00063
03:MILL-1	26:FDR G	0,00157	0,00131
03:MILL-1	06:FDR H	0,00109	0,00091

Tabla 4.3. Datos de flujo de carga en el sistema

Barra	Tensión de barra (p. u.)	Ángulo de fase de la tensión de barra (°)	Potencia activa inyectada en la barra (kW)	Potencia reactiva inyectada en la barra (kvar)
100:UTIL-69	1,000	0,00	7450	540
01:69-1	0,999	-0,13	-	-
03:MILL-1	0,994	-2,40	-2240	-2000
50:GEN-1	0,995	-2,39	2000	1910
51:AUX	0,995	-3,53	-600	-530
05:FDR F	0,994	-2,40	-	-
49:RECT	0,980	-4,72	-1150	-290
39:T3 SEC	0,996	-4,85	-1310	-1130
26:FDR G	0,994	-2,40	-	-
06:FDR H	0,994	-2,40	-	-
11:T4 SEC	0,979	-3,08	-370	-330
19:T7 SEC	1,001	-4,69	-2800	-2500
29:T11 SEC	0,981	-4,16	-810	-800

En la Fig. 4.2, se describe el espectro en frecuencia de la corriente inyectada por la carga contaminante conectada en la barra 49:RECT.

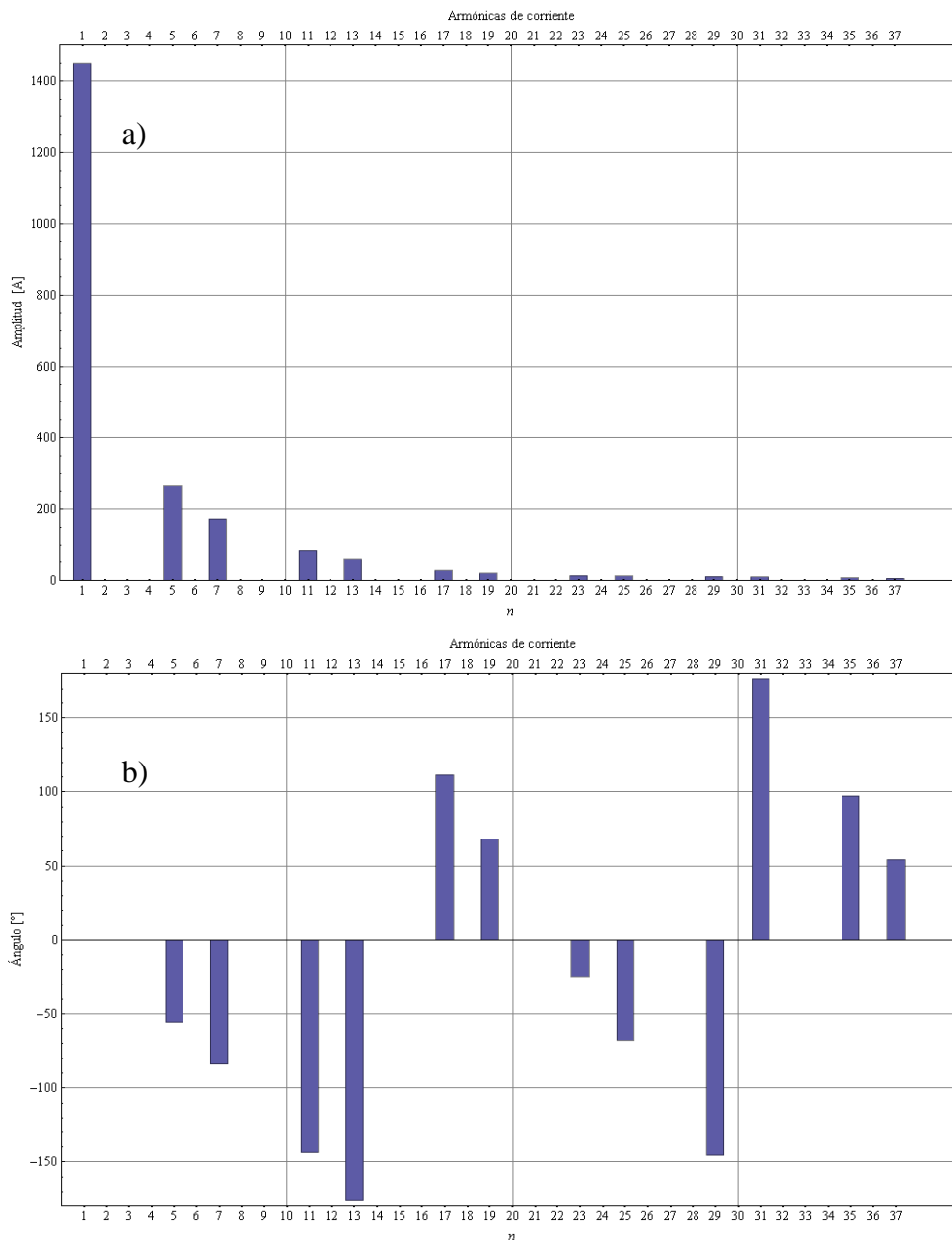


Figura 4.2. Espectro en frecuencia de la corriente inyectada en la barra 49:RECT por la carga contaminante; a) amplitudes; b) ángulos

En la Fig. 4.3, se replica la primera parte de la Fig. 4.2, pero con escala logarítmica a fin de tener mayor apreciación en la descripción de cada componente. En la Fig. 4.4, se detallan gráficamente los resultados del flujo de carga a frecuencia fundamental de la Tabla 4.3, más la indicación de la TDT en todas las barras.

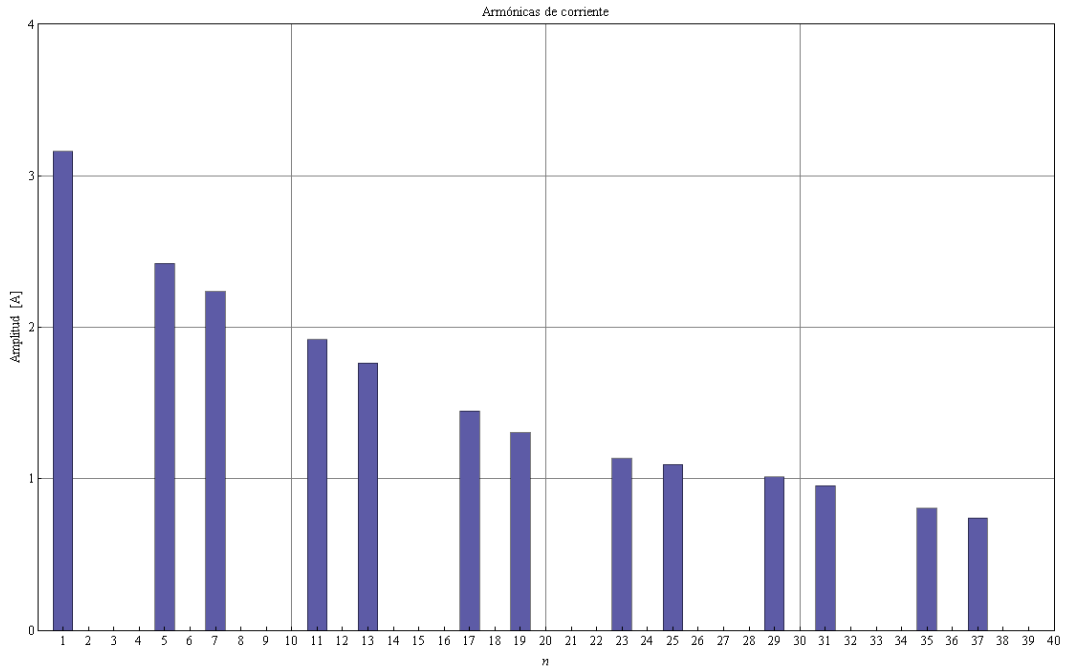


Figura 4.3. Espectro en frecuencia de la corriente inyectada, en escala logarítmica

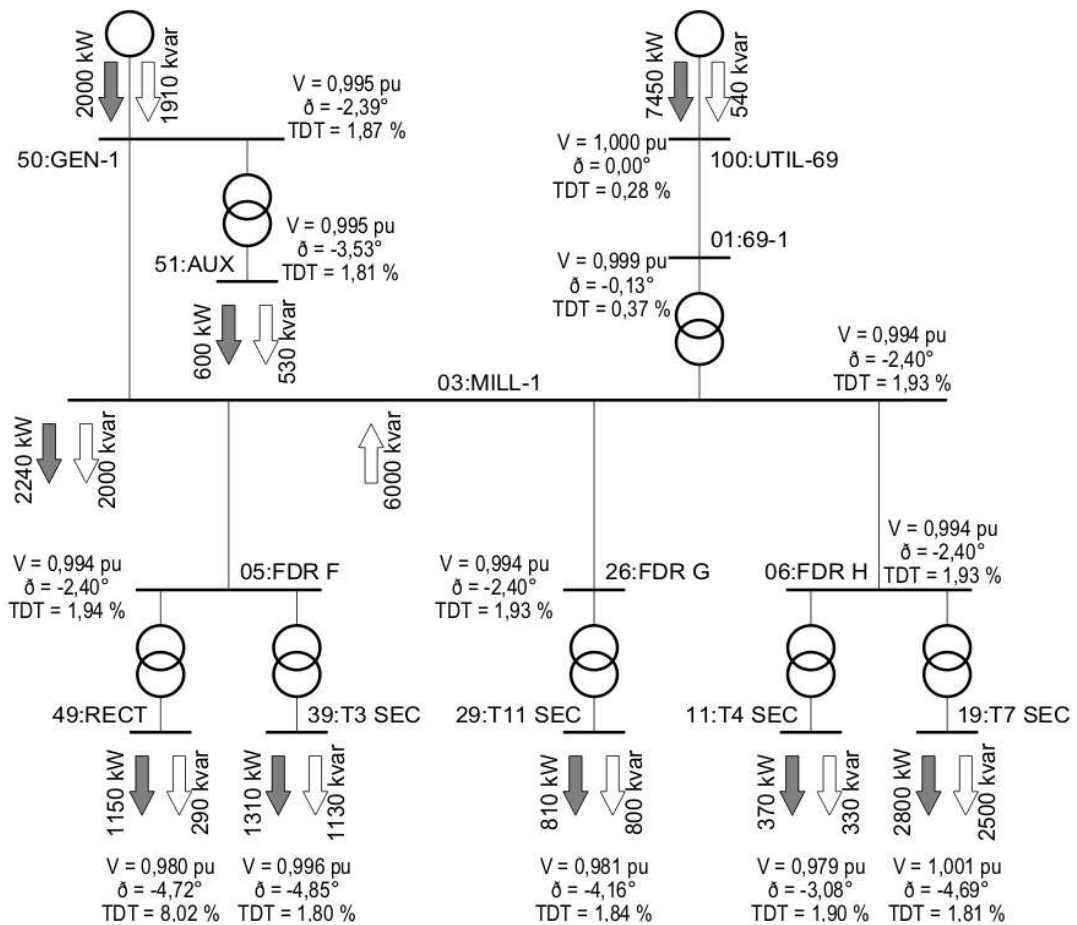


Figura 4.4. Resultados del flujo de carga del sistema a frecuencia fundamental

Cabe destacar que la frecuencia del sistema adoptado como modelo (60 Hz) resulta de interés solo a los fines informativos, ya que en realidad todas las especificaciones están dadas en términos de reactancias e impedancias. Al extender la formulación de cada resolución a diferentes órdenes armónicos, simplemente se trabajó con la multiplicación o división de valores por el orden armónico correspondiente.

A partir de los datos provistos en la publicación original, se pudo calcular el flujo de carga a frecuencia fundamental para corroborar los detalles generales del sistema propuesto.

Los siguientes son otras características importantes sobre el sistema propuesto, específicamente relativas a las hipótesis simplificativas más importantes:

- Dado el espectro en frecuencia especificado para la corriente de la carga contaminante, se observan solo armónicas de órdenes $6n \pm 1$ (5, 7, 11, 13, etc.). Dichos órdenes son correspondientes exclusivamente a componentes de secuencia positiva y negativa, las cuales naturalmente son preponderantes en las corrientes de cargas como las del tipo especificado, un rectificador trifásico de 6 pulsos.
- Según lo presentado en la publicación, dado que el sistema se considera equilibrado, todas las impedancias declaradas son de secuencia positiva. Si bien no se lo indica explícitamente en el artículo, de la corroboración de los resultados se desprende que dichos valores de impedancia también se adoptan para los cálculos en la red de secuencia negativa. En otras palabras, se utilizan los mismos valores de impedancia para ambas redes, la de secuencia positiva y la de secuencia negativa. También, por definición, se sabe que se consideran nulos todos los valores de corriente y tensión en la red de secuencia cero.
- La aseveración anterior es directamente aplicable a todas las líneas eléctricas del sistema, aunque en el artículo no se especifica cuáles de las líneas corresponden a líneas aéreas y cuáles a cables. Dicha distinción entre líneas aéreas y cables cobraría sentido si se tuvieran en cuenta las componentes capacitivas de las líneas, pero esta es otra simplificación adoptada en el artículo: todas las líneas se modelan por medio de una impedancia serie, sin contemplar modelos más completos como un circuito equivalente π . Esta simplificación, una de las analizadas en la discusión de la publicación

considerada, podría ser un detalle no menor a tener en cuenta para la extensión de los estudios aquí realizados para otras configuraciones: con líneas más extensas (los autores consideran expresamente que se modelan líneas de escasa longitud), con conductores preensamblados (este detalle constructivo no se enumera explícitamente en el artículo), o con el estudio de componentes armónicas de frecuencias superiores a las contempladas (en el artículo, se especifican valores hasta la armónica 37). En tales casos, las capacidades entre los conductores podrían adoptar valores que resultaran lo suficientemente importantes como para ser tomadas en cuenta.

- En el artículo donde se presenta este sistema, la igualdad entre impedancias de secuencia positiva y de secuencia negativa también es aplicable a los transformadores del sistema, aunque se requiere una aclaración adicional para la única máquina sincrónica incluida. En esta publicación, para mantener cierto nivel de simplicidad en la representación de la máquina sincrónica, se considera que su impedancia de secuencia negativa tiene el mismo orden de magnitud que su impedancia subtransitoria, que a su vez puede estar en un orden razonablemente similar al de la impedancia de secuencia positiva. Esta situación resulta razonable para este orden de magnitud de máquina, como puede corroborarse por ejemplo en literatura tradicional como [95], pero en caso de trazar hipótesis en un caso real debería preverse un conocimiento más detallado de los valores relativos de ambas impedancias de secuencia en la máquina involucrada. Este detalle, junto con la variación de la impedancia equivalente de la máquina sincrónica en función del nivel de excitación, implican ciertos desafíos particulares en la inclusión de generación distribuida en el sistema.
- Todas las cargas, salvo la contaminante de la barra 49:RECT, se modelan como impedancias R-L serie, aunque otra alternativa factible podría haber sido la de implementar impedancias R-L paralelo. Sin embargo, según la convención adoptada en el artículo, la versión con impedancias serie permite representar con suficiente aproximación el comportamiento de las cargas cuando están compuestas principalmente de máquinas asincrónicas típicas. De lo contrario, se debería recurrir a modelos extremadamente detallados de

máquinas giratorias, que no justificarían el esfuerzo en un estudio sobre armónicos como el del presente trabajo.

- En el aspecto abordado en el punto anterior, cabe destacar la publicación [E.1] copresentada en 2012 por el autor del presente trabajo a un congreso de CIGRÉ realizado en Venezuela. En dicha presentación, se abordó el tema del cambio de los modelos de cargas por modelos de máquinas giratorias. Se evaluó expresamente el impacto producido en el sistema por el reemplazo de una carga R-L serie por un modelo detallado de máquina asincrónica. Como conclusión, se indicó especialmente que el impacto de dicho cambio sobre el flujo de cargas a frecuencia fundamental y a las frecuencias armónicas era menor y que simplemente planteaba un nuevo régimen de estado permanente que no afectaría el núcleo de la formulación de la estimación de estado.
- Se considera despreciable la variación con la frecuencia de las componentes resistivas de todos los elementos modelados, es decir que no se contemplan fenómenos como el pelicular (*skin*) en los conductores. La inclusión de una descripción de tales fenómenos en la implementación de este modelo complicaría sustancialmente la resolución del sistema. En realidad, como se explicita en el artículo de referencia, los resultados obtenidos con la adopción de esta simplificación resultan ligeramente conservadores, lo cual resulta de mayor interés en la mayoría de los casos. Cabe destacar que el rango de frecuencias evaluadas en la publicación de referencia llega solo hasta la armónica de orden 37, equivalente a 2,22 kHz para la frecuencia fundamental de 60 Hz. Si el estudio se extendiera a frecuencias superiores, o si los niveles de contaminación a tales frecuencias máximas fuera más importante, tal vez sí correspondería contemplar la variación con la frecuencia de la resistencia de todos los elementos.
- En consonancia con lo aclarado en el punto anterior, tampoco se considera importante el incremento de las pérdidas en los devanados de los transformadores con el incremento de la frecuencia. Dados los valores de eficiencia habituales en este tipo de transformadores de distribución, se entiende que no se comete un error demasiado grande con esta simplificación. Sin embargo, podrían considerarse con más atención los ajustes necesarios (como se sugiere en el punto 2.4.2, Efectos sobre

transformadores) para el caso particular de que algún transformador estuviera trabajando muy por debajo de su potencia nominal, el cual no corresponde a la situación presentada en este trabajo.

- También, se considera insignificante la incidencia de los efectos de las ramas magnetizantes de los transformadores involucrados en el sistema. Esta suposición es muy razonable, en la medida en que, por ejemplo, las pérdidas típicas de la rama magnetizante para transformadores del orden de magnitud en cuestión están en el orden del 0,20 % de la potencia asignada de la máquina [48], [49].

4.2. Detalles de la adaptación implementada

En la Fig. 4.5, se muestra la versión simplificada del sistema adoptado.

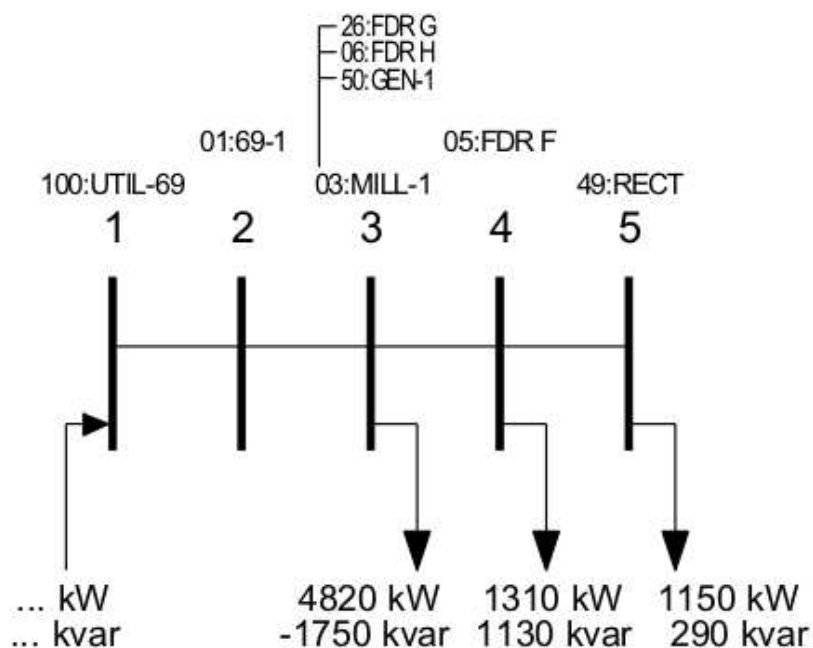


Figura 4.5. Versión simplificada en 5 barras del sistema

En el esquema de esta Fig. 4.5, pueden enumerarse estas correspondencias:

- 1) El nodo 1 corresponde al punto de alimentación 100:UTIL-69 de la red, al igual que en el modelo original.
- 2) El nodo 2 corresponde a la barra 01:69-1, ubicada en el primario del transformador de reducción de 69 kV a 13,8 kV.

- 3) El nodo 3 corresponde a la barra 03:MILL-1, que interconecta como punto común la mayor cantidad de barras del sistema, incluido el generador distribuido, el banco de condensadores y la carga conectada directamente a la misma barra.
- 4) El nodo 4 corresponde al primario del transformador de reducción de 13,8 kV a 0,48 kV.
- 5) El nodo 5 corresponde a la barra donde está conectada la carga contaminante, concretamente un rectificador trifásico.

Según lo que aquí se especifica, y como se puede comprobar con las Tablas 4.1, 4.2 y 4.3, las impedancias interpuestas entre los nodos 1 y 2 y entre los nodos 3 y 4 corresponden a líneas, mientras que las impedancias dispuestas entre los nodos 2 y 3 y entre los nodos 4 y 5 corresponden a sendos transformadores.

En la Fig. 4.5 antes presentada, se omitieron ex profeso los valores de potencia activa y reactiva que se inyectan en la red a través del nodo 1. Si bien este valor estaba declarado en la publicación de referencia donde se describe el sistema, el reordenamiento y la simplificación a este modelo de 5 barras implicó un recálculo del flujo de carga. Para obtener un valor similar de potencia activa y reactiva a la entrada del sistema, se adicionó un valor conveniente a la potencia activa y reactiva demandada por las cargas unificadas en el nodo 3.

En la Fig. 4.6, se muestra el sistema definitivo sobre el que se trabajó, especificando todas las potencias de entrada y salida de los 5 nodos, de acuerdo con el nuevo cálculo de flujo de carga realizado.

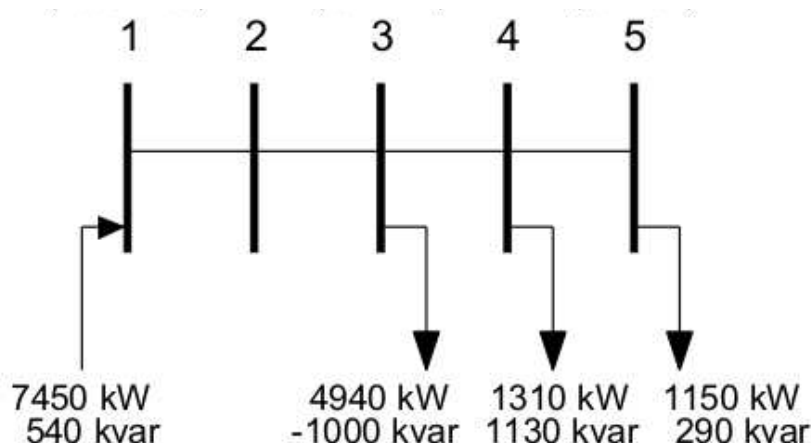


Figura 4.6. Potencias netas inyectadas o consumidas en los 5 nodos

Los valores de las potencias inyectadas en la barra 1 se obtuvieron por medio del cálculo de flujo de carga luego de agregar las potencias adicionales antes mencionadas en la barra 3. Para realizar el cálculo del flujo de carga, se implementó el método tradicional de Newton-Raphson para la resolución de problemas no lineales multivariable, como se detalla en el Anexo D.

En la Fig. 4.7, se muestra con detalle la composición de las cargas conectadas a cada una de las barras, es decir que se discriminan cargas lineales, cargas no lineales, generadores y condensadores.

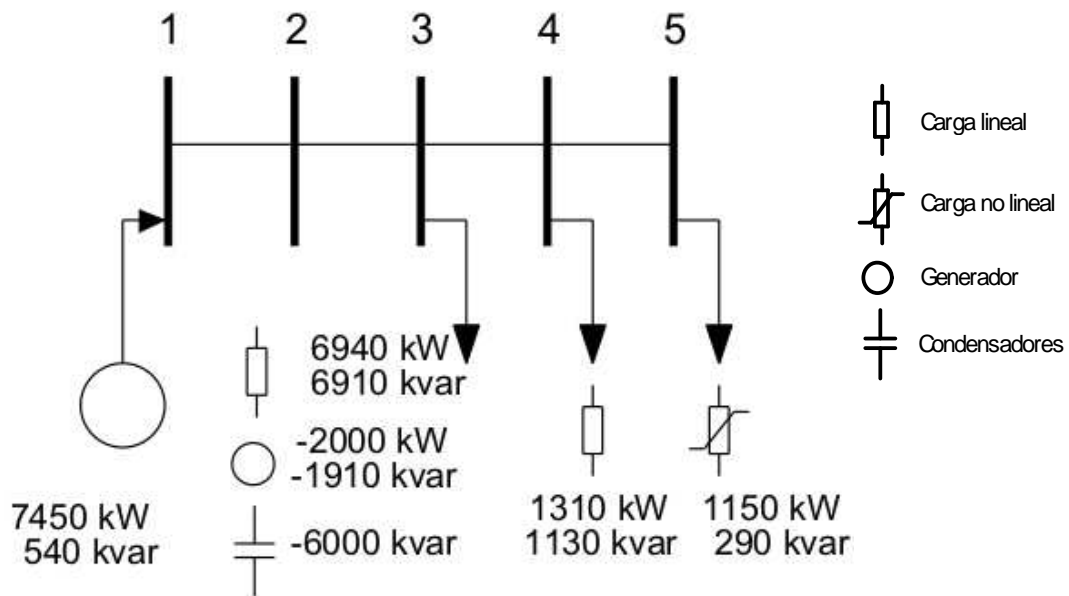


Figura 4.7. Detalle esquemático de los componentes de carga conectados a cada nodo

La siguiente es la clave de lo especificado en dicha Fig. 4.7:

- 1) En el nodo 1, se considera conectada una fuente sinusoidal cuya impedancia interna se especifica según la potencia de cortocircuito disponible.
- 2) En el nodo 2, no hay cargas conectadas.
- 3) En el nodo 3, se agrupan las cargas lineales de todas las barras conectadas a dicho nodo, además del banco de condensadores y el generador distribuido, considerado también como una fuente ideal como la que alimenta el sistema por la barra 1.
- 4) En el nodo 4, solo hay conectada una carga lineal.
- 5) En el nodo 5, se conecta la carga no lineal, cuya corriente distorsionada circula por el sistema y distorsiona las tensiones de todos los nodos.

En la Fig. 4.8, se muestra esquemáticamente cómo se considera el sistema para su simulación a frecuencias armónicas diferentes de la fundamental.

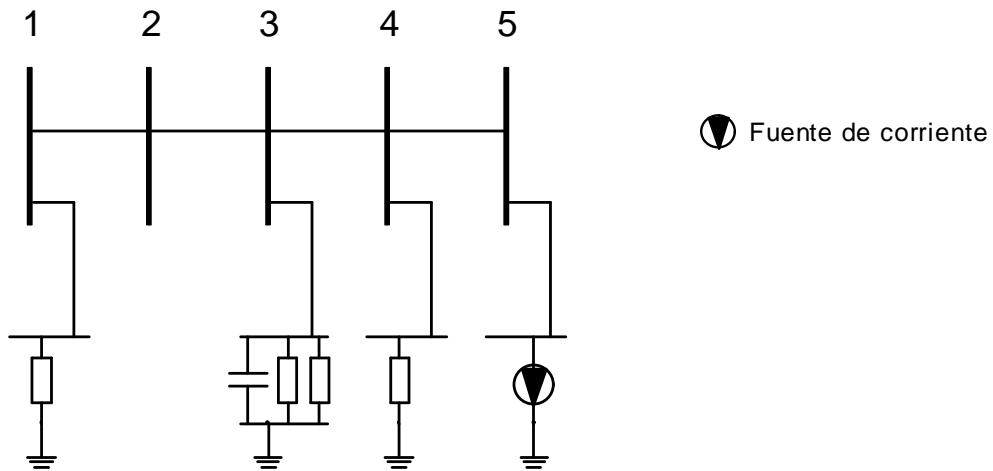


Figura 4.8. Esquema por fase del circuito equivalente del sistema

En dicha Fig. 4.8, se muestra que tanto la fuente del sistema, que lo alimenta a través del nodo 1, como la carga lineal conectada en el nodo 4, se representan simplemente por medio de impedancias. La carga contaminante conectada en el nodo 5 se representa simplemente como una inyección de corriente en dicho nodo; para cada frecuencia armónica, la magnitud y el ángulo de la fuente de corriente correspondiente se obtiene del espectro en frecuencia de la corriente consumida por esta carga distorsionante. Por último, en el nodo 3, se debe cuidar la disposición de una impedancia representativa de las cargas lineales, en paralelo con una impedancia representativa de los devanados del generador distribuido, y en paralelo a su vez con un condensador representativo del banco de compensación de factor de potencia instalado en la barra correspondiente.

4.3. Cálculos realizados y resultados obtenidos

En la Fig. 4.9, se muestra esquemáticamente el resultado del flujo de carga calculado para la frecuencia fundamental del sistema, según los detalles adoptados para el modelo que se describen en el punto anterior. A fin de que los desfases resulten más visibles, se ha representado en esta figura el cuádruple de los ángulos de fase reales de los fasores de tensión. Los valores de las tensiones calculadas para los cinco nodos

concuerdan aceptablemente con los valores indicados en la publicación de referencia donde se propone el modelo completo.

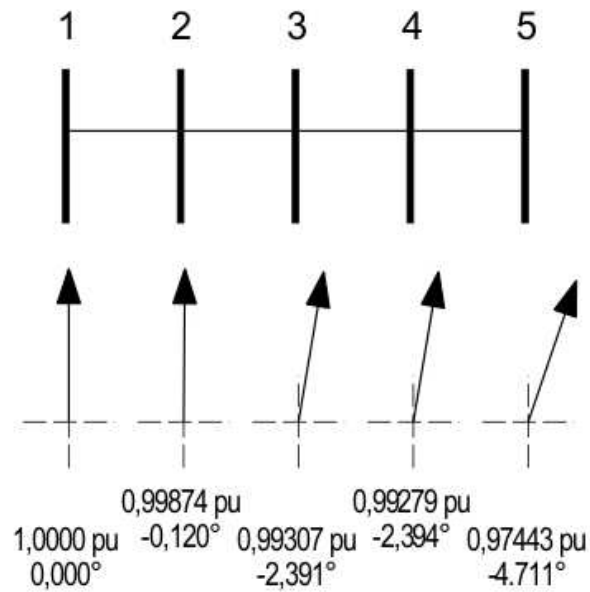


Figura 4.9. Resultado del flujo de carga a frecuencia fundamental

En la Fig. 4.10, se muestra el estado del sistema para la quinta armónica, es decir las magnitudes y los ángulos de los fasores de tensión de quinta armónica en cada nodo.

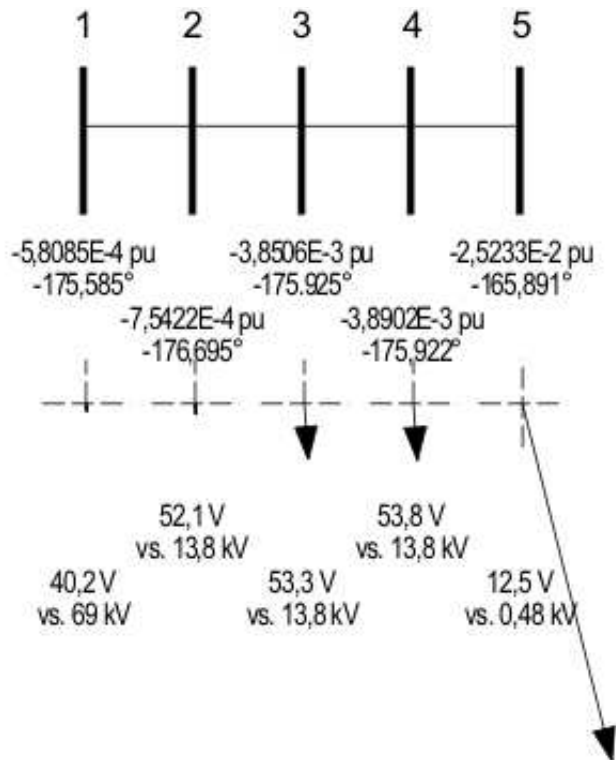


Figura 4.10. Estado del sistema (tensiones nodales) para la quinta armónica

En dicha Fig. 4.10, queda en evidencia la importante disparidad entre las magnitudes de las tensiones armónicas de los nodos. Como es de esperarse, las tensiones armónicas se reducen a valores cada vez menores a medida que los nodos considerados están más alejados del nodo donde se inyectan las corrientes armónicas (carga distorsionante).

En la Fig. 4.11, se muestran los valores de potencia activa y potencia reactiva de quinta armónica circulantes por cada una de las líneas que conectan los nodos entre sí. Dada la independencia de los valores de potencia de la referencia por unidad, se especifican directamente en vatios.

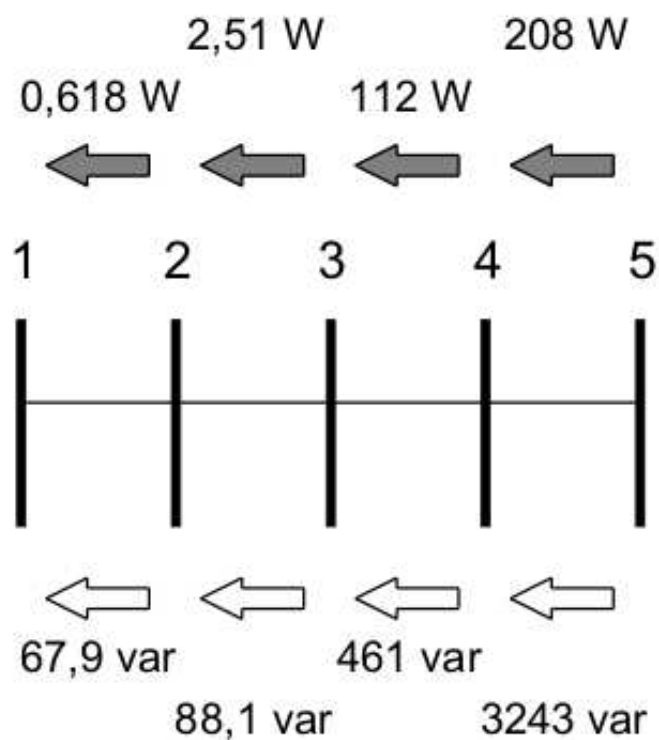


Figura 4.11. Flujo de potencias armónicas activa y reactiva entre los nodos

De manera similar a los datos de la Fig. 4.11 anterior, con los valores estimados de las variables de estado también se pueden calcular las potencias inyectadas en cada nodo para la quinta armónica, como se muestra en la siguiente Fig. 4.12:

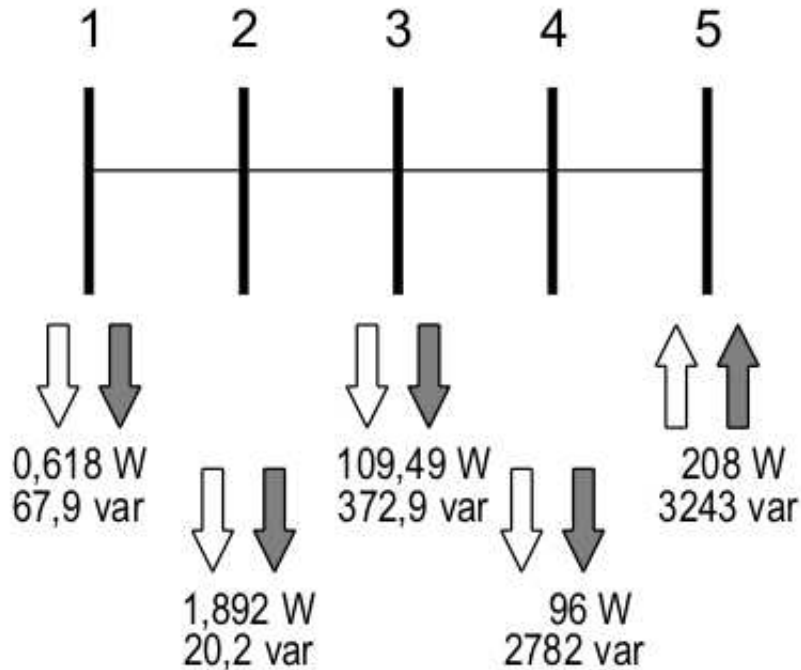


Figura 4.12. Potencias armónicas activa y reactiva inyectadas en los nodos

Se evidencia que las potencias activa y reactiva se inyectan en el nodo 5, donde está conectada la carga contaminante, y encuentran su sumidero en los otros cuatro nodos, del 1 al 4. El signo de las potencias armónicas inyectadas en cada uno de los nodos concuerda con uno de los criterios de detección de fuentes de contaminación utilizado frecuentemente en la literatura: el hecho de que las potencias ingresen al nodo en lugar de salir de él implicarían la presencia de fuentes de contaminación armónica. Este criterio se manifiesta de manera relativamente predecible en el sistema propuesto, donde se cuenta con una fuente de contaminación armónica en solo una de las barras.

De todos modos, es importante tener en cuenta que, también en la literatura, se ha demostrado que este criterio por sí solo es insuficiente en muchos casos para determinar fehacientemente la responsabilidad en la contaminación armónica en un nodo, especialmente cuando se consideran múltiples fuentes de contaminación. Esto implica que el desarrollo de técnicas de estimación de estado armónico como la que se analiza en el presente trabajo debe ir acompañando por la definición de consensos adicionales acerca de los métodos aplicables para la detección de las fuentes de contaminación armónica en un sistema eléctrico.

En lo que respecta a la estimación de estado armónico en sí, se utilizaron estructuras de código de Matlab[®] implementadas siguiendo los criterios presentados en el Capítulo III. A fin de partir de datos conocidos del sistema, se utilizaron los resultados del cálculo de flujo de carga a frecuencia fundamental y los cálculos de estado armónico hasta aquí presentados. A modo de muestra, se presentan aquí los resultados de los cálculos correspondientes a la quinta frecuencia armónica, pero se replicaron los mismos resultados para otras frecuencias armónicas.

Como vector de datos de entrada para la estimación de estado armónico, se generó un conjunto de mediciones a partir de las magnitudes de las tensiones armónicas y de las potencias armónicas activas y reactivas circulantes por las ramas del sistema. Para hacer que dichas mediciones tuvieran una componente representativa de un error aleatorio, se les sumó algebraicamente un valor que responde a una distribución normal. La varianza σ de la distribución normal del error introducido en cada medición se eligió de manera tal que la clase del instrumento correspondiente fuera de $3 \cdot \sigma$. Con este criterio, por ejemplo, la varianza para un instrumento de clase 0,5 se determinó como $5/30\%$, ya que en un instrumento de tal clase se puede considerar que la medición incluye un error de $\pm 3 \times 5/30\% = \pm 15/30\% = \pm 0,5\%$.

Una mención especial merece el detalle de la definición de las clases de los instrumentos, ya que tiene relación directa con las conclusiones más importantes detalladas más adelante. En primera instancia se tomaron como referencia algunos de los criterios enumerados en [77] para elegir valores razonables de varianzas en función del tipo de medición incorporado. Uno de los detalles de los valores de varianza sugeridos en la recopilación detallada en este artículo es que se hacía referencia a tres familias de valores de varianza:

1. Proporcionales al valor de fondo de escala del instrumento de medición, con independencia del valor realmente medido por este.
2. Proporcionales al valor medido por el instrumento de medición
3. Mixtos, es decir, compuestos por una parte proporcional al valor medido y por otra proporcional al fondo de escala.

En esta aplicación, se adoptaron valores proporcionales al valor de medición, pero ligeramente incrementados teniendo en cuenta el criterio 3. Sin embargo, con sucesivas pruebas, se observó que, si bien las varianzas correspondientes a las mediciones de tensión podían manejarse dentro de valores razonables según los criterios

antes mencionados, las varianzas de las mediciones de potencia debieron reducirse excesivamente, hasta por debajo de los rangos más bajos de varianzas sugeridos en la publicación de referencia. En la Tabla 4.4, se muestran los valores de varianza que se adoptaron para cada medición.

Tabla 4.4. Varianzas adoptadas para las mediciones

Medición	Clase propuesta	Varianza propuesta (%)
Tensiones nodales armónicas	0,5	1/6
Potencias armónicas activas	0,2	1/15
Potencias armónicas reactivas	0,1	1/30

En la Fig. 4.13, se muestra una representación de los resultados de 20 instancias de cálculo de estimación de estado armónico realizado sobre una de las variables de estado del sistema en cuestión para la frecuencia fundamental y para las armónicas de orden 5 y 7.

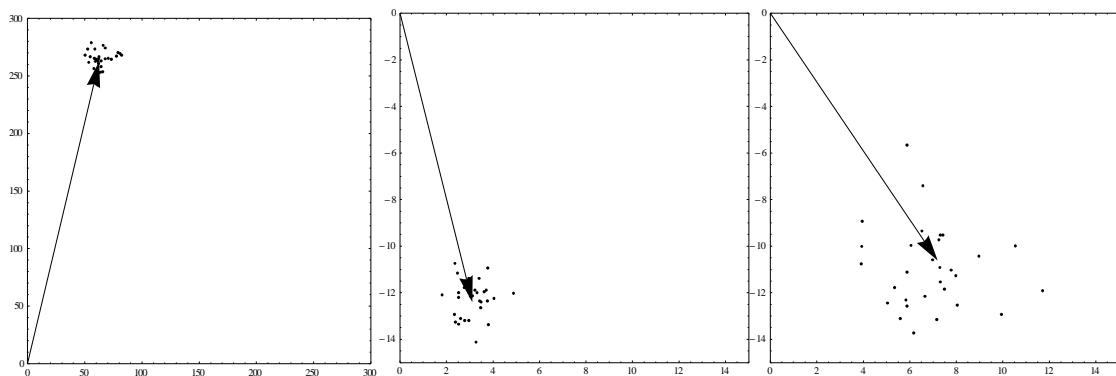


Figura 4.13. Representación de resultados de 20 instancias de estimación de estado para una variable de estado en tres frecuencias distintas

En esta figura anterior, el gráfico de la izquierda corresponde a la frecuencia fundamental, el central corresponde a la quinta armónica y el de la derecha, a la séptima. En los tres casos, se marca nítidamente como referencia el fasor correspondiente al valor de la tensión de cada armónica en la barra 5 del sistema,

obtenido por cálculo de flujo de cargas. Los puntos trazados en torno al extremo de cada uno de dichos fasores representan resultados de sucesivas instancias de estimación de estado para la frecuencia correspondiente. Se evidencia que los resultados obtenidos de cada estimación de estado se agruparon razonablemente en torno al valor real conocido para cada variable de estado. Sin embargo, queda claro que la magnitud del error obtenido para la variable de estado va aumentando notoriamente con el aumento de la frecuencia considerada.

En la Fig. 4.14, se muestra a modo ilustrativo la capacidad de detección de la presencia de datos erróneos que se obtiene con la evaluación por el método de Chi cuadrado.

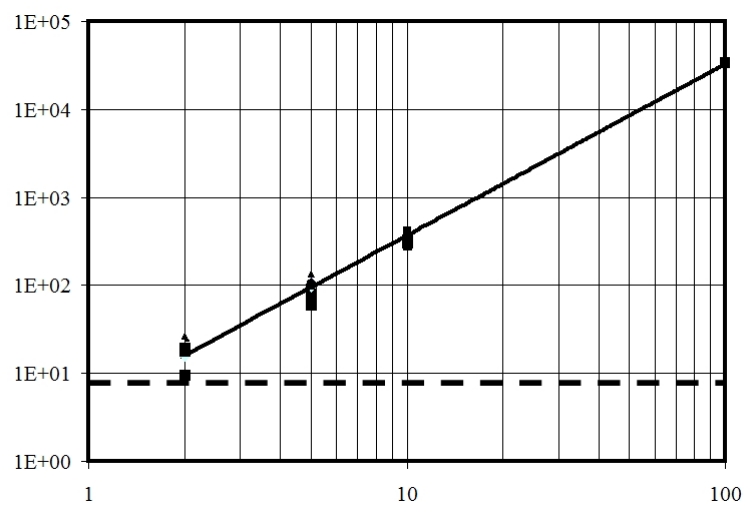


Figura 4.14. Resultados de la detección de la presencia de datos erróneos

En dicha Fig. 4.14, se supone la inclusión de un error del 2 %, 5 %, 10 % y 100 % en la medición de una de las tensiones nodales armónicas. Tales valores de errores se indican en el eje de abscisas. Para cada valor de error, se indican, para 10 instancias de cálculo de estimación de estado armónico, el valor de Chi cuadrado obtenido como valor de ordenadas. Dado que el gráfico tiene escala logarítmica en ambos ejes, se ha trazado una línea que indica la tendencia de crecimiento del valor de Chi cuadrado en función del error detectado. La línea a trazos horizontal marca el límite del valor de Chi cuadrado por encima del cual se considera que se ha detectado un dato erróneo. Si el valor de Chi cuadrado calculado para una instancia de estimación de estado se mantiene por debajo del umbral correspondiente a los grados de libertad del sistema (en este caso, 4 grados de libertad), puede admitirse que las mediciones no

tienen un error apreciable más allá de la distribución normal ya prevista en su el funcionamiento normal del instrumento de medición según su clase.

En la Fig. 4.15, se muestra gráficamente el resultado de la detección de mediciones erróneas llevada a cabo por medio del método de residuos normalizados antes presentado: sobre el total de 13 mediciones consideradas para la estimación de estado del sistema, se introdujo ex profeso un error considerable en la magnitud de la medición identificada con el número 5 (para el caso, la magnitud de una de las tensiones nodales).

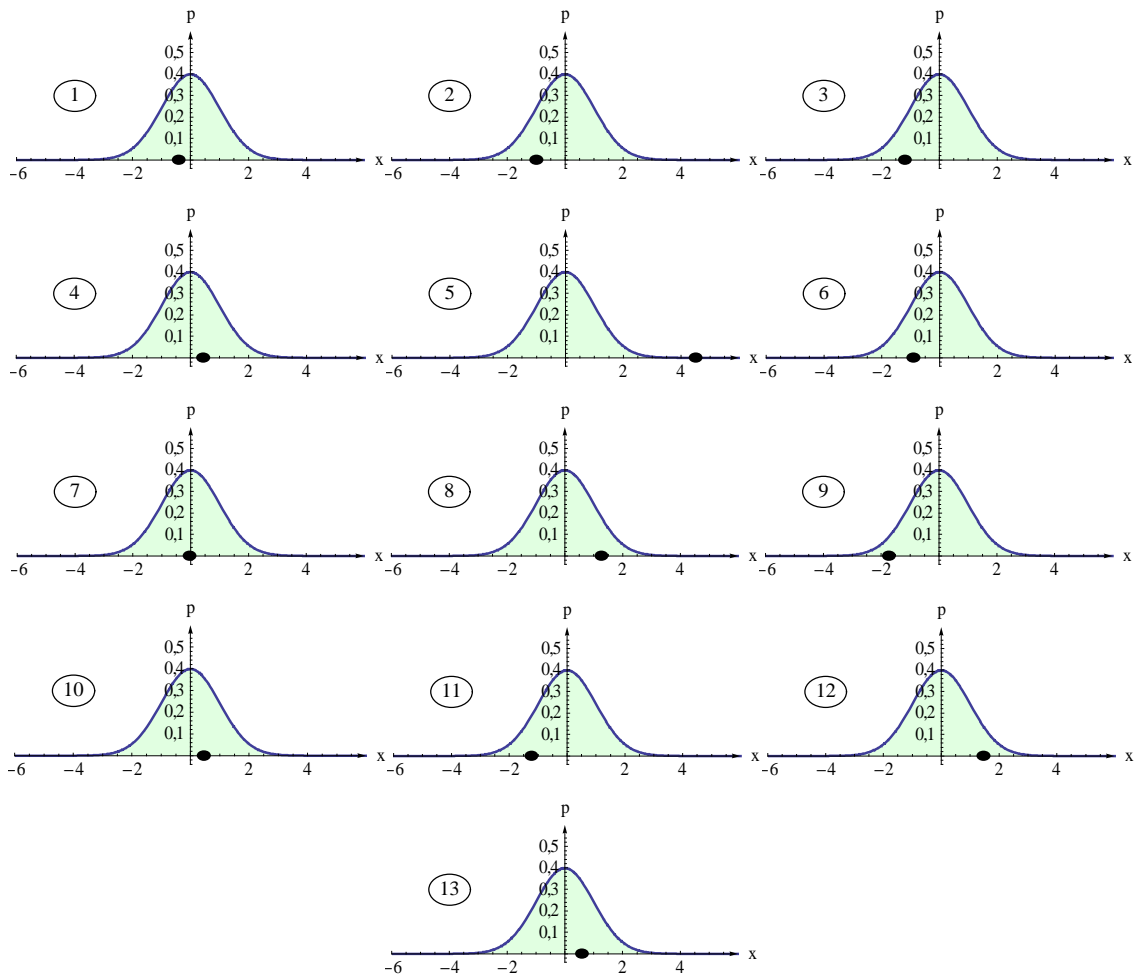


Figura 4.15. Identificación de mediciones con datos erróneos

Cada uno de los 13 gráficos de la figura anterior representa el residuo normalizado de cada una de las mediciones, superpuesto con una distribución normal (de media nula y varianza unitaria). En cada uno de dichos gráficos, el punto marcado sobre el eje de abscisas corresponde al valor medido para la magnitud en cuestión, mientras que el punto central de la distribución normal corresponde al valor de la

magnitud correspondiente no medido sino recalculado sobre la base del estado estimado para el sistema. En cierto modo, puede decirse que se adopta dicho valor recalculado como media o valor verdadero de la distribución normal y se verifica en qué grado el valor medido originalmente se ajusta a dicha distribución. En el ejemplo mostrado, se evidencia que el valor medido para la magnitud 5 se aleja más de $3 \cdot \sigma$ veces del valor verdadero, lo cual permite identificar que la medición correspondiente incluye un error de magnitud superior a las demás, seguramente inaceptable. La solución para este tipo de situaciones consiste en eliminar la medición errónea del conjunto de mediciones y, siempre y cuando no se haya afectado la observabilidad con su remoción, repetir la estimación de estado con el nuevo conjunto reducido de mediciones. Es posible que sea necesario repetir este proceso más de una vez para ir eliminando gradualmente mediciones cuyo residuo normalizado se aleje demasiado del valor adoptado como verdadero en cada medición. Lo típico, como se presentó anteriormente, es que se observen $3 \cdot \sigma$ y $10 \cdot \sigma$ como umbrales admitidos para el apartamiento de dicho valor.

Con los cálculos realizados en la estimación de estado, se cuenta con las magnitudes y ángulos de fase de las tensiones nodales como variables de estado estimadas, y por otro lado se pueden calcular los valores de las potencias armónicas inyectadas en cada nodo. Con ambos grupos de datos, se puede determinar para cada uno de los nodos el valor de la corriente armónica, incluida su información de ángulo. Dicha información fasorial de tensión armónica nodal y corriente armónica inyectada en cada nodo puede utilizarse como referencia para aplicar alguno de los diversos criterios de determinación de responsabilidades por contaminación armónica. La discusión de tales métodos excede el alcance del presente trabajo pero se encuentra en desarrollo y discusión en la literatura.

4.4. Interpretación de los resultados

A partir de los resultados obtenidos con el algoritmo implementado, se observa que numéricamente se puede resolver razonablemente la estimación de estado armónico, incluida la detección e identificación de mediciones erróneas.

Sin embargo, para alcanzar la convergencia del algoritmo de estimación de estado, se requieren varianzas demasiado reducidas para las mediciones. En la práctica, además de implicar instrumentos de clases inexistentes, este hecho atenta contra la

observabilidad del modelo de sistema adoptado. Esto, sobre todo teniendo en cuenta que, en un sistema radial como el aquí estudiado, los valores de las tensiones armónicas y las potencias armónicas circulantes suelen hacerse cada vez menores en las zonas del sistema donde las potencias a frecuencia fundamental son mayores.

Esto no se enuncia como una regla taxativa, pero cabe prever que así ocurra en la mayoría de las situaciones, especialmente en sistemas con generación distribuida. Para ilustrar este caso en el sistema estudiado, basta observar el perfil de tensiones armónicas expuesto en la Fig. 4.10 y el detalle de las potencias armónicas circulantes mostrado en la Fig. 4.12. En ambos esquemas, se observa claramente que tanto los niveles de tensión armónica como las potencias armónicas son más reducidos en los nodos cercanos a la fuente principal del sistema, donde los niveles de potencia fundamental son más importantes. Esto implica que instrumentos preparados para niveles importantes de potencia fundamental deban emplearse para detectar niveles muy pequeños de potencias armónicas.

También es importante tener en cuenta que en el punto anterior se muestran resultados para la quinta armónica y, por lo general, a mayor frecuencia armónica, son cada vez menores las tensiones armónicas, corrientes armónicas y potencias armónicas, lo cual compromete aún más la posibilidad de lograr observabilidad en el sistema para realizar una estimación de estado como aquí se propone. A lo sumo, se obtendrían islas observables en las zonas de mayor contaminación armónica, pero con un alcance limitado dentro de la extensión del sistema.

CAPÍTULO V.

CONCLUSIONES

En este trabajo, se implementó sobre el modelo de un sistema eléctrico de distribución radial un algoritmo de estimación de estado armónico. Se presenta a continuación una enumeración de los aportes realizados en cada capítulo, un listado de las principales publicaciones relacionadas con este trabajo de tesis, un resumen del trabajo completo realizado, y sus conclusiones finales.

5.1. Detalle de aportes por capítulo

A modo de resumen, se describen a continuación los aportes realizados en cada uno de los capítulos:

- Capítulo I: se presenta y dimensiona el problema de la contaminación armónica en las redes eléctricas de distribución, describiendo el estado actual de la técnica según la literatura de referencia. Se justifica el presente trabajo como aporte para el desarrollo y la aplicación de técnicas de estimación de estado armónico, con el fin último de contribuir a la localización y cuantificación de las fuentes de contaminación armónica en las redes. Se plantean el enfoque y el alcance del trabajo, y su organización.
- Capítulo II: se presentan los parámetros y las definiciones más importantes utilizadas por convención para describir la problemática de la contaminación armónica. Se presentan resultados de mediciones que permiten apreciar más claramente la dimensión de la situación actual en las redes eléctricas de distribución locales. Se hace una enumeración exhaustiva de los principales dispositivos y fenómenos que producen contaminación armónica, y de sus principales efectos perjudiciales sobre distintos elementos de los sistemas eléctricos. Finalmente, se enumeran algunas generalidades relativas a la mitigación de tales efectos perjudiciales de la contaminación armónica.
- Capítulo III: se presentan los fundamentos de la estimación de estado en general, y en particular para los sistemas eléctricos. Se describe un algoritmo para la estimación de estado por mínimos cuadrados ponderados. Se plantea la necesidad de la implementación de un análisis de observabilidad previo a

la estimación de estado en sí; para este fin, se describe un método numérico y se analiza en más profundidad un método topológico. Se detallan cuestiones relativas a la posibilidad de incluir mediciones de corriente, a la criticidad de las mediciones en relación con la observabilidad y a la detección e identificación de mediciones erróneas. Finalmente, se particulariza la aplicación de estos conceptos para dos grandes variantes de estimación de estado armónica: una “clásica”, utilizada normalmente para la estimación de estado a frecuencia fundamental en sistemas de potencia, y que se aplica en el presente trabajo; y otra basada en mediciones fasoriales sincronizadas.

- Capítulo IV: se describe el modelo de un sistema de distribución de media tensión de 13 barras, propuesto por la IEEE específicamente para la prueba de simulaciones relacionadas con la contaminación armónica. Se detallan las simplificaciones y adaptaciones realizadas en este trabajo, la gran mayoría de ellas tomadas del modelo adoptado. Finalmente, se presentan e interpretan los resultados obtenidos con la aplicación del algoritmo de estimación de estado presentado en el capítulo anterior, replicado para distintos órdenes armónicos.
- Capítulo V: en el presente capítulo, se condensan las principales conclusiones obtenidas. Se delinearán también el alcance y las restricciones de tales conclusiones, además de sugerir el rumbo de nuevas investigaciones que se basen en este trabajo.

5.2. Publicaciones principales

Amén de muchas otras publicaciones de carácter didáctico, la siguiente es una enumeración de las principales publicaciones realizadas en congresos, revistas o medios especializados, que se gestaron con la elaboración del presente trabajo:

- C. A. Reineri y D. M. Ferreyra, “Aportes para el Mejoramiento de un Modelo de Referencia de un Sistema de Distribución con Cargas no Lineales”, III Congreso Venezolano de Redes y Energía Eléctrica del CIGRÉ, Caracas (Venezuela), marzo de 2012

- C. A. Reineri, A. C. Sarmiento y D. M. Ferreyra, “Estimación de estado armónico en un sistema de distribución radial con generación distribuida”, IEEE ARGENCON 2012, Córdoba (Argentina), junio de 2012
- C. A. Reineri, A. C. Sarmiento and D. M. Ferreyra, “Erroneous Data Detection in the Harmonic State Estimation of a Radial Distribution System with Distributed Generation”, 2012 Sixth IEEE/PES Transmission and Distribution: Latin America Conference and Exposition (T&D-LA), Montevideo (Uruguay), September 2012
- C. A. Reineri, A. C. Sarmiento and D. M. Ferreyra, “Harmonic State Estimation on a Radial Distribution System with Distributed Generation”, IEEE Latin American Transactions, ISSN 1548-0992, Vol 11, Issue 1, pp. 499-504, Feb. 2013
- D. M. Ferreyra y A. D. Gudiño, “Calidad de energía: Medición de armónicas de tensión en una instalación urbana”, sitio web de la Editorial Universitaria de la Universidad Tecnológica Nacional (edUTecNe), octubre de 2012
- D. M. Ferreyra, “Funcionamiento de una máquina asíncrona en vacío instalada en la vecindad de un rectificador trifásico”, sitio web de la Editorial Universitaria de la Universidad Tecnológica Nacional (edUTecNe), agosto de 2012

En el Anexo E, puede encontrarse un listado más completo de las publicaciones generadas en torno al presente trabajo.

5.3. Resumen de los resultados del trabajo realizado y su alcance

Para la implementación del algoritmo de estimación de estado armónico presentado, se recurrió a una adaptación de un modelo propuesto como estándar de comparación (*benchmark*) por la IEEE. En tal modelo, se cuenta con una única fuente de contaminación armónica en una de las barras, mientras que las cargas conectadas a todas las demás barras se consideran lineales. Se realizaron algunas simplificaciones adicionales en la topología a fin de facilitar la visualización de los parámetros principales del estudio, especialmente los flujos de potencia armónica activa y reactiva. Tales simplificaciones, justificadas con numerosas referencias de la literatura,

permitieron concentrarse en un grupo reducido de resultados claramente identificables para la elaboración de estas conclusiones.

En la implementación del algoritmo de estimación de estado armónico, también se adoptaron criterios basados en algunas simplificaciones sugeridas en la publicación de la IEEE donde se propuso el modelo en cuestión. Entre otras, pueden enumerarse especialmente las siguientes:

- Suposición de equilibrio entre las fases del sistema.
- Modelado de todas las cargas lineales como impedancias R-L serie.
- Independencia con respecto a la frecuencia de las componentes resistivas de tales cargas y de las componentes resistivas de las impedancias representativas de las líneas.
- Cálculos únicamente sobre el modelo de secuencia positiva del sistema, considerado idéntico al de secuencia negativa (aún ante la presencia de máquinas giratorias).

El algoritmo aplicado consiste en una extensión al estado armónico de los criterios generales utilizados en la estimación de estado a frecuencia fundamental. Concretamente, se fundamentó la observabilidad del sistema para cada frecuencia armónica sobre la medición de las tensiones nodales del sistema y de las potencias armónicas (activas y reactivas) circulantes por las ramas.

Con la implementación realizada en el presente trabajo, se observó cierto grado de dificultad para alcanzar la observabilidad del sistema sobre la base de estas mediciones. Ex profeso, no se agregaron mediciones que en la práctica seguramente podrían estar disponibles y contribuirían a la redundancia de las mediciones, como son las corrientes de rama y las corrientes y potencias inyectadas en algunos de los nodos.

Con la aplicación de dicho algoritmo, y con todas las condiciones planteadas, se obtuvieron resultados numéricamente razonables en la estimación del estado armónico del sistema. En otras palabras, el algoritmo de estimación de estado armónico convergió, arrojando como resultado en cada caso un vector de estado estimado con valores lo suficientemente próximos a los del vector de estado calculado con exactitud como referencia. Cabe reiterar que, dado el conocimiento completo del modelo del sistema en cuestión, el vector de estado era conocido previamente y se lo utilizó como referencia numérica para iniciar los cálculos del algoritmo.

Sin embargo, a fin de lograr la convergencia del algoritmo, las varianzas que debieron adoptarse para las mediciones de potencia armónica circulante por las ramas resultaron excesivamente reducidas para su aplicación en la práctica. En otras palabras, según la implementación numérica realizada, la clase de los instrumentos de medición por instalar debería ser al menos correspondiente a un nivel de laboratorio, lo cual no se condice con la práctica industrial habitual.

Esto implica básicamente que la observabilidad del sistema para la estimación de su estado armónico no puede apoyarse con firmeza sobre las mediciones de flujo de potencia armónica en las ramas, como sí es común hacerlo al realizar la estimación de estado a frecuencia fundamental de un sistema eléctrico.

Pueden agregarse mediciones de las magnitudes de las corrientes de flujo por las ramas a fin de mejorar las condiciones de la estimación de estado, pero como se puede ver en la literatura específica, tales mediciones por sí solas son bastante problemáticas desde el punto de vista numérico y algorítmico, y no contribuyen tanto a la observabilidad como a la redundancia.

5.4. Conclusiones y trabajo futuro

En el análisis sobre el estado de la técnica realizado en el primer capítulo, se manifestó que con este trabajo se pretendía corroborar la posibilidad de llevar a cabo una estimación de estado armónico utilizando el mismo conjunto de mediciones que en una estimación de estado clásica, como se realiza habitualmente a frecuencia fundamental en los sistemas de potencia. Dicha posibilidad se sugería en algunas de las referencias de la literatura, pero no se encontraron evidencias de una comprobación como la que se realizó en el presente trabajo. Particularmente, el uso de las mediciones de magnitudes de tensiones armónicas y de potencias armónicas de flujo podría haber tenido la utilidad de que no requeriría una sincronización muy crítica de las mediciones en los distintos puntos del sistema. Sin embargo, se comprobó que el uso de las potencias armónicas de flujo como base para alcanzar la observabilidad del sistema no es la mejor opción.

Por todo lo anterior, y teniendo en cuenta lo expuesto en la literatura, se concluye que la mejor alternativa para tender a la implementación de la estimación de estado armónico en sistemas de distribución sería reencauzar el trabajo hacia la

medición sincronizada de los fasores de tensiones armónicas nodales y corrientes armónicas de rama. Existen algunos antecedentes de la implementación de sistemas de estimación de estado este tipo, pero más específicamente para sistemas de potencia, con muy pocas referencias a su evaluación en sistemas de distribución. La revisión de estas referencias y su adecuación a las particularidades de un sistema de distribución implica una oportunidad concreta de trabajo a futuro en este ámbito.

En resumen, para la extensión del presente trabajo, se propone estudiar la estimación de estado armónico en sistemas eléctricos de distribución por medio de mediciones sincronizadas en diferentes puntos del sistema de los fasores de tensiones armónicas nodales y de los fasores de corrientes armónicas de rama. Para tal fin, servirán como referencia algunas publicaciones de la literatura y un puñado de implementaciones industriales ya disponibles, pero se requerirá un análisis más pormenorizado de las posibilidades de implementar esta metodología en sistemas de distribución.

Finalmente, además de las conclusiones específicas del estudio realizado, se considera sumamente importante explicitar como subproductos del presente trabajo las numerosísimas publicaciones didácticas generadas en torno al tema de estudio. Tales publicaciones, enumeradas en el Anexo E, incluyen trabajos presentados en congresos, artículos publicados con referato, y también artículos web didácticos que constituyen una herramienta adicional importante en cuanto a material educativo para la enseñanza de temas relacionados con calidad de energía.

REFERENCIAS

- [1] E. A. Mertens Jr., L. F. S. Dias, F. A. Fernandes, B. D. Bonatto, J. P. G. Abreu, H. Arango, "Evaluation and Trends of Power Quality Indices in a Distribution System", *9th International Conference, Electrical Power and Utilisation. Barcelona*, Oct. 2007
- [2] J. F. G. Cobben, S. Bhattacharyya, J. M. A. Myrzik, W. L. Kling, "Integrated Approach for Power Quality Requirements at the Point of Connection", *9th International Conference. Electrical Power and Utilisation. Barcelona*, October 2007
- [3] C.C. M. de Moura Carvalho, M.J. de Sousa, M.E. de Lima Tostes, T. da Mata Medeiros Branco, J.C.W.A. Costa, U.H. Bezerra, "Contribuição para a alocação de filtros harmônicos em redes de distribuição", *CIDEL 2006, Congreso Internacional de Distribución Eléctrica*, 2006
- [4] P. E. Issouribehere, J. C. Barbero, "Estudio de perturbaciones y de medidas de mitigación en una planta metalúrgica conectada a la red de distribución pública en 13,2 kV", *CIDEL 2006, Congreso Internacional de Distribución Eléctrica*, Buenos Aires, 2006
- [5] IEEE SM 519 - IEEE Recommended Practices and Requirements for Harmonic Control in Electrical Power Systems, IEEE Industry Applications Society/Power Engineering Society, April 1993
- [6] Niancheng Zhou, Li Lin and Jizhong Zhu, "An Approach to Harmonic State Estimation of Power System", *Journal of Electromagnetic Analysis & Applications*, Vol. 3, pp. 192-194, September 2009
- [7] G. T. Heydt, "Identification of Harmonic Sources by a State Estimation Technique", *IEEE Transactions on Power Delivery*, Vol. 4, No. 1, pp. 569-576, January 1989
- [8] Husam M. Beides, G. T. Heydt, "Dynamic State Estimation of Power System Harmonics Using Kalman Filter Methodology", *IEEE Transactions on Power Delivery*, Vol. 6, No. 4, pp. 1663-1670, October 1991
- [9] A. P. Sakis Meliopoulos, Fan Zhang and Shalom Zelingher, "Power System Harmonic State Estimation", *IEEE Transactions on Power Delivery*, Vol. 9, No. 3, pp. 1701-1709, July 1994
- [10] Van Long Pham, Kit Po Wong, Neville Watson and Jos Arrillaga, "A method of utilising non-source measurements for harmonic state estimation", *Electric Power Systems Research*, Vol. 56, No. 3, pp. 231-241, December 2000
- [11] S. A. Soliman, R. A. Alammari, "Harmonic modeling of linear and nonlinear loads based on Kalman filtering algorithm", *Electric Power Systems Research*, 72, Issue 2, 2004, pp. 147-155
- [12] Kent K. C. Yu, N. R. Watson, and J. Arrillaga, "An Adaptive Kalman Filter for Dynamic Harmonic State Estimation and Harmonic Injection Tracking", *IEEE Transactions on Power Delivery*, Vol. 20, No. 2, pp. 1577-1584, April 2005

- [13] Ashwani Kumar, Biswarup Das, Jaydev Sharma, “Robust dynamic state estimation of power system harmonics”, *Electrical Power and Energy Systems* Vol. 28, No. 1, pp. 65–74, January 2006
- [14] Jorge Mario Ruiz Vallejo, Francisco Hernando Ortiz Quintero, Carlos Alberto Ríos Porras, “Identificación de fuentes armónicas con la técnica de estimación de estado y filtro de Kalman”, *Scientia Et Technica XIII*, 37, pp. 25-30, 2007
- [15] Ahmed M. Al-Kandari, Khaled M. El-Naggar, “Recursive identification of harmonic loads in power systems”, *Electrical Power and Energy Systems* 28 (2006) 531-536
- [16] Huaiwei Liao, “Power System Harmonic State Estimation and Observability Analysis via Sparsity Maximization”, *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 22, No. 1, pp. 15-23, February 2007
- [17] Khandaker M. S. Islam and Abdul H. Samra, “Identification of Harmonic Sources in Power Distribution Systems”, *Proceedings of IEEE Southeastcon '97, 'Engineering New Century'*, Blacksburg (USA), pp. 301-303, April 1997
- [18] Gabriele D'Antona, Carlo Muscas and Sara Sulis, “State Estimation for the Localization of Harmonic Sources in Electric Distribution Systems”, *Proceedings of I²MTC 2008, 'IEEE International Instrumentation and Measurement Technology Conference'*, Canada, May 12-15, 2008
- [19] Gabriele D'Antona, Carlo Muscas and Sara Sulis, “Localization of Nonlinear Loads in Electric Systems Through Harmonic Source Estimation”, *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, Vol. 60, No. 10, pp. 3423-3430, October 2011
- [20] Weisstein, Eric W. “Bayesian Analysis.” From MathWorld--A Wolfram Web Resource. <http://mathworld.wolfram.com/BayesianAnalysis.html>
- [21] Yong Zhaoa, Jianhua Li and Daozhi Xia, “Harmonic source identification and current separation in distribution systems”, *Electrical Power and Energy Systems* Vol. 26, No. 1, pp. 1-7, January 2004
- [22] Chaoying Chen, Xiuling Liu, Don Koval, Wilsun Xu and T. Tayjasant, “Critical Impedance Method. A New Detecting Harmonic Sources Method in Distribution Systems”, *IEEE Transactions on Power Delivery*, Vol. 19, No. 1, pp. 288-297, January 2004
- [23] T. Pfajfar, B. Blazic, I. Papi, “Harmonic Contributions Evaluation with the Harmonic Current Vector Method”, *IEEE Transactions on Power Delivery*, Vol. 23, No. 1, January 2008
- [24] Ashwani Kumar, Biswarup Das, Jaydev Sharma, “Determination of location of multiple harmonic sources in a power system”, *Electrical Power and Energy Systems* 26 (2004) 73-78
- [25] Mau Teng Au and Jovica V. Milanovic, “Establishing Harmonic Distortion Level of Distribution Network Based on Stochastic Aggregate Harmonic Load Models”, *IEEE Transactions on Power Delivery*, Vol. 22, No. 2, pp. 1086-1092, April 2007

- [26] G. Zhang, W. Xu, "Estimating harmonic distortion levels for systems with random-varying distributed harmonic-producing loads", *IET Generation, Transmission & Distribution*, Vol. 2, No. 6, 2008
- [27] M. Joorabian, S. S. Mortazavi, A. A. Khayyami, "Harmonic estimation in a power system using a novel hybrid Least Squares-Adaline algorithm", *Electric Power Systems Research* 79 (2009) 107-116
- [28] Ekrem Gursoy, Dagmar Niebur, "Harmonic Load Identification Using Complex Independent Component Analysis", *IEEE Transactions on Power Delivery*, Vol. 24, No. 1, January 2009
- [29] Walid A. Omran, Hamdy S. K. El-Goharey, Mehrdad Kazerani, M. M. A. Salama, "Identification and Measurement of Harmonic Pollution for Radial and Nonradial Systems", *IEEE Transactions on Power Delivery*, rev. January, 2009., accepted for inclusion in a future issue
- [30] D. Ould Abdeslam, P. Wira, D. Flieller, J. Mercklé, "Power harmonic identification and compensation with an artificial neural network method", *International Symposium on Industrial Electronics (ISIE 2006)*, Montreal (Canada), 2006
- [31] A. Ketabi and S.A. Hosseini, "A New Method for Optimal Harmonic Meter Placement", *American Journal of Applied Sciences* 5 (11) 1499-1505, 2008
- [32] A. Radovanovic, "Using the internet in networking of synchronized phasor measurement units", *Electrical Power and Energy Systems* 23 (2001) 245-250
- [33] IEEE C37.118-2011, "IEEE Standard for Synchrophasor Measurements for Power Systems", Institute of Electrical and Electronics Engineers, USA, 2011
- [34] IEC 60050-702, "International Electrotechnical Vocabulary. Chapter 702: Oscillations, signals and related devices. Section 8: Noise and interference", International Electrotechnical Commission, 1992
- [35] IEC/TR2 61000-2-5:2011, "Electromagnetic compatibility (EMC). Part 2: Environment. Section 5: Classification of electromagnetic environments", International Electrotechnical Commission, 2011
- [36] T. X. Zhu, "Exact Harmonics/Interharmonics Calculation Using Adaptive Window Width", *IEEE Transactions on Power Delivery*, Vol. 22, No. 4, October 2007, pp. 2279-2288
- [37] Juan Carlos Gómez Targarona, "Calidad de potencia para usuarios y empresas eléctricas", Edigar, Buenos Aires, 2005
- [38] David De Yong, Fernando Magnago, "Software Educativo para Análisis de Eventos de Calidad de Energía Eléctrica", *IEEE ARGENCON 2012*, Córdoba, junio de 2012
- [39] Weisstein, Eric W. "Fourier Series." From MathWorld--A Wolfram Web Resource. <http://mathworld.wolfram.com/FourierSeries.html>
- [40] Weisstein, Eric W., "Trigonometric Addition Formulas" From MathWorld--A Wolfram Web Resource, <http://mathworld.wolfram.com/TrigonometricAdditionFormulas.html>

- [41] Claudio A. Reineri, “Armónicos en sistemas eléctricos: fundamentos y análisis”, Editorial de la Fundación de la Universidad Nacional de Río Cuarto, Río Cuarto (Argentina), 2005
- [42] IEC 60050-702, “International Electrotechnical Vocabulary. Chapter 103: Mathematics - Functions. Section 2: Means”, International Electrotechnical Commission, 1992
- [43] J. J. Grainger, W. D. Stevenson, Jr., “Power system analysis”, McGraw-Hill, Inc., USA, 1994
- [44] Alex McEachern, “Alex McEachern's Power Quality Teaching Toy v. 3.0.4”, Oakland, 2006
- [45] EN 50160:2001, “Voltage characteristics of electricity supplied by public distribution systems”, European Committee for Standardization, 2001
- [46] Base metodológica para el control de la calidad del producto técnico, Resolución ENRE (Ente Nacional Regulador de la Electricidad de Argentina) N° 184/2000
- [47] Juan Corrales Martín, “Cálculo industrial de máquinas eléctricas. T. 2: Método de cálculo”, Marcombo, Barcelona, 1982
- [48] IRAM 2250:2005, Transformadores de distribución. Características y accesorios normalizados, Instituto Argentino de Normalización y Certificación, 2005
- [49] IRAM 2276:1990, Transformadores de potencia secos, Instituto Argentino de Normalización y Certificación, 1990
- [50] J. Arrillaga, D. A. Bradley, P. S. Bodger, “Power System Harmonics”, John Wiley & Sons, 1988
- [51] Pedro E. Issouribehere, Fernando Issouribehere y Gustavo A. Barbera, “Aspectos de calidad de servicio en hornos de arco eléctrico como cargas en los sistemas de distribución”, *CIDEL 2006, Congreso Internacional de Distribución Eléctrica*, Buenos Aires, 2006
- [52] Ernesto Embriz-Santander, Alex Domijan, Jr. and Charles W. Williams, Jr., “A Comprehensive Harmonic Study of Electronic Ballasts and Their Effect on a Utility's 12 kV, 10 MVA Feeder”, *IEEE Transactions on Power Delivery*, Vol. 10, No. 3, pp. 1591-1599, July 1995
- [53] Neville R. Watson, Tas Scott and Stephen Hirsch, “Compact fluorescent lamps (CFL) - Implications for distribution networks”, *Proceedings of the 2006 EEA (Electricity Engineers' Association) Conference*, New Zealand, June 2006
- [54] Stefan Fassbinder, “How efficient are compact fluorescent lamps” (Briefing Paper), European Copper Institute, November 2008
- [55] David Chapman, “Harmonics: Causes and Effects” (Application Note, Publication No. Cu0119), European Copper Institute, November 2011
- [56] L. J. Sandahl, H. E. Steward, T. L. Gilbride, C. Calwell, M. R. Ledbetter, “Compact Fluorescent Lighting in America: Lessons Learned on the Way to Market” (Report PNNL-15730 prepared for the U.S. Department of Energy), Pacific Northwest National Laboratory, May 2006
- [57] Rosa M.^a. de Castro Fernández and Horacio Nelson Díaz Rojas, “An overview of wavelet transforms application in power systems”, *14th Power System Computation Conference*, Sevilla, 24-28 June 2002

- [58] J. C. Balda, T. M. Barnes, A. E. Emmanuel, R. J. Ferraro, D. C. Griffith, D. P. Hartmann, W. F. Horton, W. T. Jewell, A. McEachern, D. J. Phileggi, W. E. Reid (IEEE Task Force on the Effects of Harmonics on Equipment), "Effects of Harmonics on Equipment", *IEEE Transactions on Power Delivery*, Vol. 8, No. 2, pp. 672-680, July 1993
- [59] IEEE 18-2002, "IEEE Standard for Shunt Power Capacitors", Institute of Electrical and Electronics Engineers, USA, 2002
- [60] Stefan Fassbinder, "Harmonics: Passive Filters", Power Quality Application Guide, The Copper Development Association and the European Copper Institute, June 2003
- [61] C57.110-2008, "IEEE Recommended Practice for Establishing Liquid-Filled and Dry-Type Power and Distribution Transformer Capability When Supplying Nonsinusoidal Load Currents", Institute of Electrical and Electronics Engineers, USA, 2008
- [62] G. W. Massey, "Estimation Methods for Power System Harmonic Effects on Power Distribution Transformers", *IEEE Transactions on Industry Applications*, Vol. 30, No. 2, March/April 1994
- [63] Theodore Wildi, "Electrical Machines, Drives and Power Systems", 6th edition, Prentice Hall, USA, 2006
- [64] Johan Driesen, Thierry Van Craenenbroeck, "Voltage Disturbances: Introduction to Unbalance", Power Quality Application Guide, The Copper Development Association and the European Copper Institute, May 2002
- [65] N. R. Watson, J. Arrillaga, "Review: Harmonics in large systems", *Electric Power Systems Research* 66 (2003) 15-29
- [66] Philippe Ferracci, "Schneider Electric Cahier technique no. 199: Power Quality", Scientific and Technical Division, Schneider Electric, October 2001
- [67] Angelo Baggini, "Power Quality Tutorial (Briefing Paper)", European Copper Institute, February 2007
- [68] Thanasak Chaiyavech, "Harmonics Impact Over Protection System of Power Generator. Case Study", European Copper Institute, March 2009
- [69] V. Fabián Corasaniti, M. Beatriz Barbieri y Patricia L. Arnera, "Compensación con Filtro Activo de Potencia Híbrido en una Planta Industrial", *IEEE ARGENCON 2012*, Córdoba, junio de 2012
- [70] Federico M. Serra, Cristian H. De Angelo and Daniel G. Forchetti, "IDA-PBC Control of Shunt Active Filters for Harmonics Compensation", *2012 Sixth IEEE/PES Transmission and Distribution: Latin America Conference and Exposition (T&D-LA)*, Montevideo, September 2012
- [71] Yao Liu, Peng Ning and Michael K. Reiter, "False Data Injection Attacks against State Estimation in Electric Power Grids", *ACM Transactions on Information and System Security (TISSEC)*, Volume 14 Issue 1, May 2011
- [72] Kosut, O., Liyan Jia, Thomas, R.J., Lang Tong, "On malicious data attacks on power system state estimation", in Conference Publications of the *45th International Universities Power Engineering Conference (UPEC)*, September 2010
- [73] Suzhi Bi and Ying Jun Zhang, "Defending mechanisms against false-data injection attacks in the power system state estimation", in Conference

Publications of the 2011 IEEE GLOBECOM Workshops (GC Wkshps), December 2011, pp. 1162-1167

- [74] Allen J. Wood, Bruce F. Wollenberg, "Power generation, operation and control", 2nd edition, John Wiley & Sons, Inc., New York, 1996
- [75] Ali Abur and Antonio Gómez Expósito, "Power System State Estimation. Theory and Implementation", Marcel Dekker, Inc., New York, 2004
- [76] Douglas C. Montgomery, George C. Runger, "Applied Statistics and Probability for Engineers", 3rd edition, John Wiley & Sons, Inc., 2002
- [77] Pedro Javier Zarco Perrián, Antonio Gómez Expósito, "Estimación de estado y de parámetros en redes eléctricas", Universidad de Sevilla, Sevilla, 1999
- [78] Weisstein, Eric W., "Normal Distribution", from MathWorld--A Wolfram Web Resource, <http://mathworld.wolfram.com/FourierSeries.html>
- [79] Weisstein, Eric W., "Cholesky Decomposition", from MathWorld--A Wolfram Web Resource, <http://mathworld.wolfram.com/CholeskyDecomposition.html>
- [80] Lichtblau, Daniel and Weisstein, Eric W., "Condition Number", from MathWorld--A Wolfram Web Resource, <http://mathworld.wolfram.com/ConditionNumber.html>
- [81] Santiago P. Torres, Carlos A. Castro, "Parallel Particle Swarm Optimization Applied to the Static Transmission Expansion Planning Problem", 2012 Sixth IEEE/PES Transmission and Distribution: Latin America Conference and Exposition (T&D-LA), Montevideo, September 2012
- [82] Felix Scenna, Daniel Anaut, Lucía I. Passoni, Gustavo J. Meschino, "Reconfiguración de redes eléctricas mediante un algoritmo Ant Colony Optimization", IEEE ARGENCON 2012, Córdoba, junio de 2012
- [83] Weisstein, Eric W., "Graph", from MathWorld--A Wolfram Web Resource, <http://mathworld.wolfram.com/Graph.html>
- [84] Weisstein, Eric W., "Graph Cycle", from MathWorld--A Wolfram Web Resource, <http://mathworld.wolfram.com/GraphCycle.html>
- [85] Weisstein, Eric W., "Connected Graph", from MathWorld--A Wolfram Web Resource, <http://mathworld.wolfram.com/ConnectedGraph.html>
- [86] Weisstein, Eric W., "Tree", from MathWorld--A Wolfram Web Resource, <http://mathworld.wolfram.com/Tree.html>
- [87] G. R. Krumpholz, K. A. Clements, P. W. Davis, "Power system observability: a practical algorithm using network topology", IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-99, No. 4, pp. 1534-1542, July/Aug 1980
- [88] Diego Moitre, Fernando Magnago, "Métodos computacionales aplicados a sistemas eléctricos de potencia", Editorial de la Fundación de la Universidad Nacional de Río Cuarto, Río Cuarto (Argentina), 2003
- [89] J. F. Dopazo, O. A. Klitin, and A. M. Sasson, "State estimation for power systems: Detection and identification of gross measurement errors", Proceedings of the IEEE PICA Conference, 1973
- [90] Weisstein, Eric W., "Chi-Squared Distribution", from MathWorld--A Wolfram Web Resource, <http://mathworld.wolfram.com/Chi-SquaredDistribution.html>

- [91] A. Monticelli, “State estimation in electric power systems: A generalized approach”, Springer, Dordrecht, 1999
- [92] R. F. Nuqui, A. G. Phadke, “Hybrid Linear State Estimation Utilizing Synchronized Phasor Measurements”, Proceedings of the 2007 IEEE Lausanne Power Tech, Lausanne (Switzerland), 2007
- [93] J. G. Calderon-Guizar, “Placement of PMUs for tracking inter-area modes in the Mexican system”, *2012 Sixth IEEE/PES Transmission and Distribution: Latin America Conference and Exposition (T&D-LA)*, Montevideo (Uruguay), September 2012
- [94] Task Force on Harmonics Modeling and Simulation, Transmission & Distribution Committee, IEEE Power Engineering Society, “Test Systems for Harmonics Modeling and Simulation”, *IEEE Transactions on Power Delivery*, Vol. 14, No. 2, April 1999, pp. 579-587
- [95] Richard Roeper, “Corrientes de Cortocircuito en Redes Trifásicas”, Marcombo SA, 1985
- [96] Michael T. Heath, “Scientific Computing: An Introductory Survey”, 2nd edition, McGraw-Hill, 2002
- [97] Weisstein, Eric W., “Fourier Transform”, from MathWorld--A Wolfram Web Resource, <http://mathworld.wolfram.com/FourierTransform.html>
- [98] Weisstein, Eric W., “Discrete Fourier Transform”, from MathWorld--A Wolfram Web Resource, <http://mathworld.wolfram.com/DiscreteFourierTransform.html>
- [99] Weisstein, Eric W., “Euler Formula”, from MathWorld--A Wolfram Web Resource, <http://mathworld.wolfram.com/EulerFormula.html>
- [100] Rowland, Todd and Weisstein, Eric W., “Root of Unity”, from MathWorld--A Wolfram Web Resource, <http://mathworld.wolfram.com/RootofUnity.html>
- [101] Ruth Dover, “Roots of Unity”, from the Wolfram Demonstrations Project, <http://demonstrations.wolfram.com/RootsOfUnity/>, 2012
- [102] Weisstein, Eric W., “Conjugate Transpose”, from MathWorld--A Wolfram Web Resource, <http://mathworld.wolfram.com/ConjugateTranspose.html>
- [103] Weisstein, Eric W., “Nyquist Frequency”, from MathWorld--A Wolfram Web Resource, <http://mathworld.wolfram.com/NyquistFrequency.html>

ANEXOS

ANEXO A: LA TRANSFORMADA DISCRETA DE FOURIER

En el presente anexo, se resumen los conceptos principales relativos a la transformada discreta de Fourier (DFT por sus siglas en inglés). También se presentan las principales particularidades de la transformada rápida de Fourier (FFT por sus siglas en inglés), variante de la DFT utilizada en el instrumental típico de medición de diversas magnitudes físicas, incluidas las que atañen a la calidad de energía. Parte del desarrollo se corresponde con la presentación del mismo tema en [96], además de otras referencias que se indican oportunamente.

Una función periódica permite describir el comportamiento cíclico de un determinado fenómeno por medio de la evolución temporal de una magnitud de interés, ya sea del ámbito eléctrico o no. Resulta de suma utilidad representar una función periódica como una combinación lineal de funciones seno y coseno, planteada en el formato habitualmente conocido como serie de Fourier [39]. Suele hacerse una analogía entre esta representación de una función periódica y la descomposición que se puede realizar con un prisma de los colores que componen un haz de luz. La denominación de esta serie está relacionada con el hecho de que, a principios del s. XIX, Joseph Fourier planteó lo que hoy se denomina transformada de Fourier [97] a fin de obtener los coeficientes de dicha serie.

En una serie de Fourier, los coeficientes calculados para las funciones trigonométricas de base permiten conocer cuáles frecuencias están presentes en la función original y en qué magnitud. Esta representación de la función original en el espacio de las frecuencias permite someterla a diferentes operaciones de gran utilidad en numerosas aplicaciones relativas al procesamiento de señales. Resulta más eficiente realizar tales operaciones en el espacio de las frecuencias que en el espacio del tiempo.

Sin embargo, cuando una función periódica no tiene una forma analíticamente sencilla, lo cual es lo habitual en los fenómenos de la física, debe recurrirse al muestreo de la función y a la aplicación de un método numérico para la obtención de los coeficientes mencionados a partir de los valores muestreados. Este algoritmo discreto, que constituye una interpolación trigonométrica, se denomina transformada discreta de Fourier [98].

Para describir este algoritmo, se puede adoptar la identidad de Euler [99] como notación para un número complejo de módulo unitario:

$$e^{i\theta} = \cos \theta + i \cdot \operatorname{sen} \theta, \quad (\text{A.1})$$

donde:

- $i = \sqrt{-1}$
- θ : argumento (ángulo) del número complejo

Fácilmente, puede deducirse también la siguiente expresión:

$$e^{-i\theta} = \cos \theta - i \cdot \sen \theta \quad (\text{A.2})$$

En lo sucesivo, se adopta la siguiente equivalencia para hacer que θ sea variable con el tiempo:

$$\theta = 2\pi kt \quad (\text{A.3})$$

- t : tiempo en *segundos*
- k : frecuencia en *1/segundo*

Combinando las expresiones (A.1) y (A.2), y haciendo el reemplazo propuesto en (A.3), se pueden deducir las siguientes igualdades:

$$\cos(2\pi kt) = \frac{e^{-2\pi i kt} + e^{2\pi i kt}}{2} = \frac{1}{2} \cdot e^{-2\pi i kt} + \frac{1}{2} \cdot e^{2\pi i kt} \quad (\text{A.4})$$

$$\sen(2\pi kt) = i \cdot \frac{e^{-2\pi i kt} - e^{2\pi i kt}}{2} = i \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot e^{-2\pi i kt} - \frac{1}{2} \cdot e^{2\pi i kt} \right) \quad (\text{A.5})$$

Las expresiones (A.4) y (A.5) pueden interpretarse de la siguiente manera: una función seno (coseno) “pura” de frecuencia k es equivalente a la suma (diferencia) de funciones exponenciales complejas de la mitad de su amplitud, ambas de frecuencia k y de sentido opuesto de crecimiento del ángulo $2\pi kt$.

Para un número entero n dado, se puede escribir genéricamente la n -ésima raíz de la unidad de la siguiente manera [100]:

$$\omega_n = \cos\left(\frac{2\pi}{n}\right) - i \cdot \sen\left(\frac{2\pi}{n}\right) = e^{\frac{-2\pi i}{n}} \quad (\text{A.6})$$

Todas las raíces de la unidad están dadas por la expresión ω_n^m , o bien ω_n^{-m} , con $m = 1, 2, 3, \dots$, de manera que, por ejemplo, para $n = 4$, las raíces de la unidad serán las siguientes:

$$\omega_4^0 = \cos\left(\frac{2\pi}{n}\right) - i \cdot \sen\left(\frac{2\pi}{n}\right) = e^{\frac{-2\pi i}{n}} \quad (\text{A.7})$$

En la Fig. A.1, se presentan en el plano complejo las raíces de la unidad [100] para algunos valores de n , generadas por el código publicado en [101].

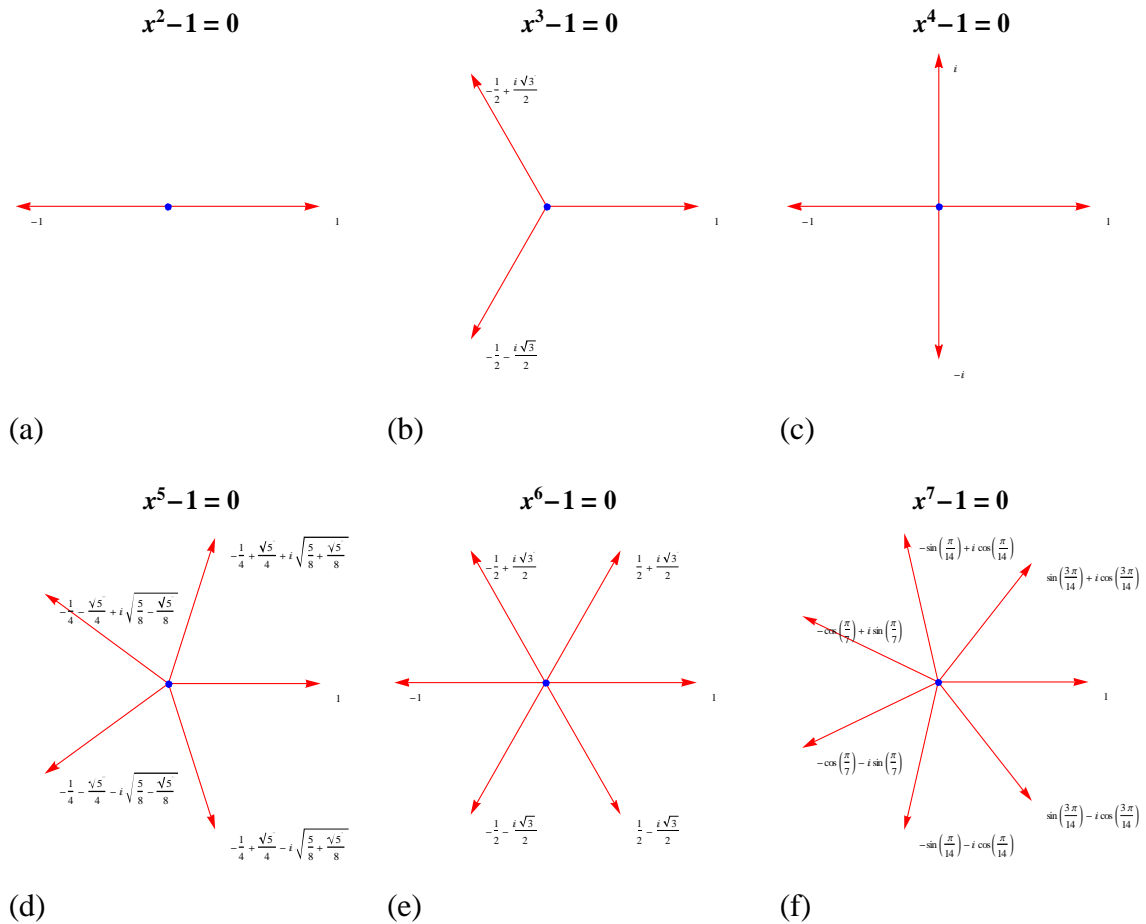


Figura A.1. Visualización en el plano complejo de las raíces de la unidad para (a) $n = 2$, (b) $n = 3$, (c) $n = 4$, (d) $n = 5$, (e) $n = 6$, y (f) $n = 7$

Una vez presentadas estas definiciones, se puede hacer la siguiente descripción sucinta de la DFT:

Dado un vector $\mathbf{x} = [x_0 \ x_1 \ \dots \ x_{n-1}]^T$, su DFT está dada por el vector $\mathbf{y} = [y_0 \ y_1 \ \dots \ y_{n-1}]^T$, donde los componentes de \mathbf{y} se conforman de la siguiente manera:

$$y_m = \sum_{k=0}^{n-1} x_k \cdot \omega_n^{mk}, \quad m = 0, 1, \dots, n-1 \quad (\text{A.8})$$

En notación matricial, la expresión anterior puede escribirse de la siguiente manera:

$$\mathbf{y} = [F_n] \cdot \mathbf{x}, \quad (\text{A.9})$$

donde:

- $[F_n]$: matriz de Fourier, cuyos elementos están dados por la siguiente expresión:

$$[F_n]_{mk} = \omega_n^{mk} \quad (\text{A.10})$$

Es decir que, dado el mismo ejemplo de $n = 4$ que se describió con la expresión (A.7), la matriz de Fourier estaría conformada de la siguiente manera:

$$[F_n] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & \omega^1 & \omega^2 & \omega^3 \\ 1 & \omega^2 & \omega^4 & \omega^6 \\ 1 & \omega^3 & \omega^6 & \omega^9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -i & -1 & i \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & i & -1 & -i \end{bmatrix} \quad (\text{A.11})$$

Puede observarse que tal matriz compleja es simétrica, y puede demostrarse que, para el ejemplo dado, su inversa se puede escribir directamente de la siguiente manera:

$$[F_n]^{-1} = \frac{1}{n} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & \omega^{-1} & \omega^{-2} & \omega^{-3} \\ 1 & \omega^{-2} & \omega^{-4} & \omega^{-6} \\ 1 & \omega^{-3} & \omega^{-6} & \omega^{-9} \end{bmatrix} \quad (\text{A.12})$$

Puede expresarse genéricamente tal inversa en los siguientes términos matriciales:

$$[F_n]^{-1} = \frac{1}{n} \cdot [F_n]^H, \quad (\text{A.13})$$

donde el superíndice H se refiere simplemente a que $[F_n]^H$ es la matriz transpuesta conjugada [102] de $[F_n]$.

Por lo tanto, a partir de (A.9), puede describirse de la siguiente manera la inversa de la DFT:

$$\begin{aligned} \mathbf{x} &= [F_n]^{-1} \cdot \mathbf{y} \\ \mathbf{x} &= \frac{1}{n} \cdot [F_n]^H \cdot \mathbf{y} \end{aligned} \quad (\text{A.14})$$

A su vez, puede reescribirse esta relación para un componente genérico de \mathbf{x} :

$$x_k = \frac{1}{n} \sum_{m=0}^{n-1} y_m \cdot \omega_n^{-mk}, \quad k = 0, 1, \dots, n-1 \quad (\text{A.15})$$

Con esta expresión, queda explícito que los elementos del vector original \mathbf{x} se pueden escribir como una combinación lineal de funciones seno y coseno, cuyos coeficientes vienen dados por los elementos del vector \mathbf{y} calculado con la DFT. Se

puede afirmar, entonces, que la DFT resuelve la interpolación trigonométrica planteada para el vector de valores tomados de una magnitud de interés.

En la Fig. A.2, se muestra un ejemplo de la evolución temporal de una magnitud periódica cualquiera, cuyos valores instantáneos pueden muestrearse secuencialmente a períodos regulares de tiempo, a fin de que tales valores conformen el vector \mathbf{x} antes mencionado.

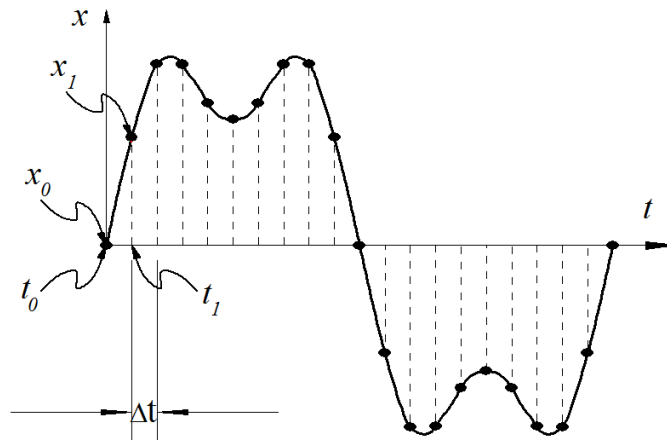


Figura A.2. Muestreo a intervalos regulares de los valores instantáneos de una magnitud de variación temporal periódica

Pueden enumerarse algunos detalles adicionales:

- Es importante tener en cuenta que este algoritmo permite obtener resultados razonablemente exactos en la práctica solamente en la medida en que se filtren de la señal en cuestión las componentes de frecuencias superiores a la más alta que se desea detectar. Por ejemplo, si se desean obtener las componentes armónicas hasta el orden 31 de una señal dada, deberá preverse la aplicación de un filtro sobre la señal medida, de manera tal que se minimicen los valores de las componentes armónicas de orden 32 y las superiores.
- Aunque la secuencia de valores que conforman las componentes del vector \mathbf{x} sean valores reales, las componentes de \mathbf{y} genéricamente serán números complejos, los argumentos de los cuales manifiestan los ángulos de fase de cada componente. Sin embargo, con la inversa de la DFT, se vuelve a obtener el vector de valores reales original.

- Con la DFT, se obtienen las frecuencias subyacentes en una señal dada, comenzando por la fundamental y continuando por sus $n/2$ múltiplos (enteros).
- Sin embargo, el primer elemento de \mathbf{y} se denomina con el subíndice 0, ya que se corresponde con la frecuencia nula y habitualmente se denomina componente de corriente continua por su analogía con tal magnitud eléctrica. Dicha componente de subíndice 0 se calcula simplemente como la suma algebraica de todos los valores de \mathbf{x} .
- El elemento $n/2$ del vector \mathbf{y} se corresponde con la denominada frecuencia de Nyquist [103], la máxima frecuencia detectable en la señal original para la frecuencia de muestreo utilizada.
- Lo valioso de la DFT como método de interpolación trigonométrica radica en el hecho de que su cálculo tiene un costo computacional de $O(n^2)$, mientras que la resolución de un sistema lineal implica un costo computacional de $O(n^3)$.

Adicionalmente, debe hacerse mención al hecho de que, en las mediciones que efectivamente se realizan en la técnica, se utiliza una versión de este algoritmo denominada transformada rápida de Fourier (FFT por sus siglas en inglés). Para implementar la FFT, se aprovechan las simetrías y las redundancias que se plantean en la definición de la DFT, y se logra una reducción adicional del costo computacional, que resulta ser $O(n \cdot \log_2 n)$ para la FFT.

ANEXO B: REVISIÓN DE LAS EXPRESIONES DE POTENCIA EN FUNCIÓN DE LAS TENSIONES NODALES

En la bibliografía de referencia, se encuentran diversas expresiones similares a fin de calcular en un sistema eléctrico las potencias inyectadas o de flujo en función de las tensiones nodales. En el presente Anexo, se describe brevemente una deducción específica para las expresiones utilizadas concretamente en este trabajo.

Si bien de alguna manera todas las expresiones proponen el uso de un circuito equivalente π para las líneas del sistema, a lo largo del presente trabajo se mantuvo la simplificación de considerar solo la rama serie de dicho circuito equivalente, en concordancia con lo propuesto en [94]. De hecho, en la discusión sobre dicha publicación, se presenta un intercambio de opiniones interesante sobre tal simplificación, la cual tiene sentido para un rango de frecuencias armónicas relativamente bajas. Dado que en [94] no se especifica el tipo de línea previsto, podría evaluarse la posibilidad de que algunas configuraciones especiales, como los conductores preensamblados para media tensión, requieran la inclusión de las ramas paralelo aquí omitidas. De todos modos, este aspecto excede el alcance del presente trabajo.

Por citar un ejemplo de referencia, en [43], se proponen las siguientes expresiones (B.1-4), que son aplicables en función de la nomenclatura que se muestra en la Fig. B.1, y que están transcriptas aquí sin el componente $j \frac{B'_{ij}}{2}$, como se explica más adelante:

$$P_i = |V_i|^2 G_{ii} + \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq i}}^N |V_i V_n Y_{in}| \cos(\theta_{in} + \delta_n - \delta_i) \quad (\text{B.1})$$

$$Q_i = - \left\{ |V_i|^2 B_{ii} + \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq i}}^N |V_i V_n Y_{in}| \text{sen}(\theta_{in} + \delta_n - \delta_i) \right\} \quad (\text{B.2})$$

$$P_{ij} = -|V_i|^2 G_{ij} + |V_i V_j Y_{ij}| \cos(\theta_{ij} + \delta_j - \delta_i) \quad (\text{B.3})$$

$$Q_{ij} = |V_i|^2 B_{ij} - |V_i V_j Y_{ij}| \text{sen}(\theta_{ij} + \delta_j - \delta_i) \quad (\text{B.4})$$

donde:

- P_i : potencia activa neta inyectada en el nodo i

- Q_i : potencia reactiva neta inyectada en el nodo i
- P_{ij} : potencia activa neta que fluye entre el nodo i y el nodo j
- Q_{ij} : potencia reactiva neta que fluye entre el nodo i y el nodo j
- V_i, V_n, V_j : tensiones nodales
- $\delta_i, \delta_n, \delta_j$: ángulos de fase correspondientes a las tensiones nodales V_i, V_n, V_j
- Y_{ij}, Y_{in} : admitancias de las ramas que conectan el nodo i con el nodo j , y el nodo i con el nodo n , respectivamente
- θ_{ij}, θ_{in} : ángulos de fase de las admitancias Y_{ij}, Y_{in}
- G_{ij}, G_{in} : conductancias correspondientes a las partes reales de Y_{ij}, Y_{in}
- B_{ij}, B_{in} : susceptancias correspondientes a las partes imaginarias de Y_{ij}, Y_{in}

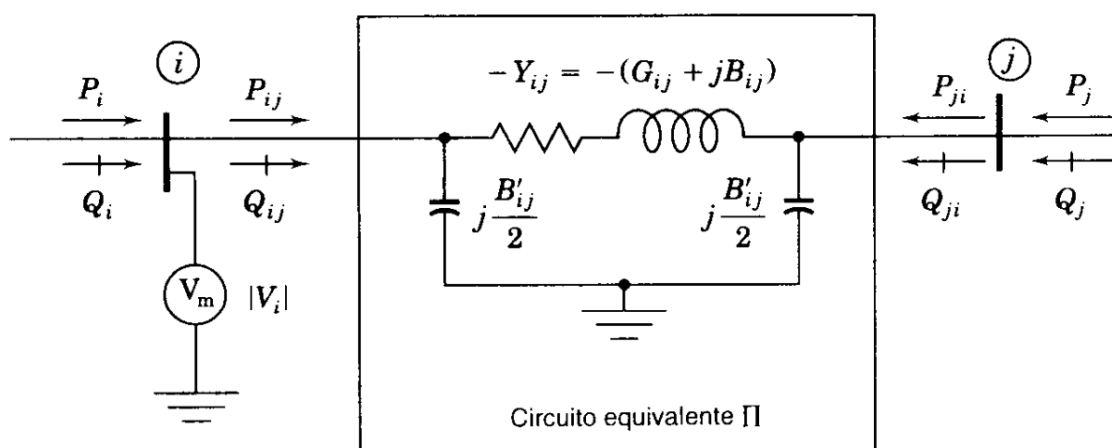


Figura B.1. Nomenclatura propuesta en una de las referencias para el modelo monofásico de una línea que une dos nodos

En la Fig. B.1, tomada de [43], se indica también $B'_{ij}/2$, la susceptancia de cargabilidad de la línea conectada en cada extremo. Es interesante notar que, en este juego de expresiones, se omite cualquier mención a una conductancia de cargabilidad de la línea, es decir, una conductancia $G'_{ij}/2$ en paralelo para el circuito equivalente π que se propone. En otras fuentes, como la que se describe a continuación, se incluye dicho componente, aunque en el presente trabajo se omite la incidencia de tal componente.

Para el presente trabajo, se adoptaron las expresiones propuestas por ejemplo en [75], en [91] y en [74]. En las versiones que se transcriben a continuación en las expresiones (B.5-8), también se deja de lado la susceptancia paralelo de las líneas, y se toman como referencia los detalles que se muestran en la Fig. B.2.

$$P_i = |V_i| \left| \sum_{j=1}^N |V_j| (G_{ij} \cos \delta_{ij} + B_{ij} \sin \delta_{ij}) \right| \quad (\text{B.5})$$

$$Q_i = |V_i| \left| \sum_{j=1}^N |V_j| (G_{ij} \sin \delta_{ij} - B_{ij} \cos \delta_{ij}) \right| \quad (\text{B.6})$$

$$P_{ij} = |V_i|^2 g_{ij} - |V_i| |V_j| (g_{ij} \cos \delta_{ij} + g_{ij} \sin \delta_{ij}) \quad (\text{B.7})$$

$$Q_{ij} = -|V_i|^2 b_{ij} - |V_i| |V_j| (g_{ij} \sin \delta_{ij} + g_{ij} \cos \delta_{ij}) \quad (\text{B.8})$$

donde cabe destacar las similitudes y diferencias con el juego de expresiones presentadas anteriormente:

P_i, Q_i, P_{ij}, Q_{ij} : significan lo mismo que en la explicación de (B.1-4)

V_i, V_j : significan lo mismo que en la explicación de (B.1-4)

$\delta_{ij} = \delta_i - \delta_j$: diferencia entre los ángulos de fase correspondientes a las tensiones nodales V_i, V_j

$g_{ij} + j \cdot b_{ij}$: admitancia de la rama serie que conecta el nodo i con el nodo j

$G_{ij} + j \cdot B_{ij}$: elemento ij -ésimo de la matriz compleja de admitancias nodales

En la siguiente Fig. B.2, se muestra para el modelo de las líneas una disposición similar a la prevista en la Fig. B.1:

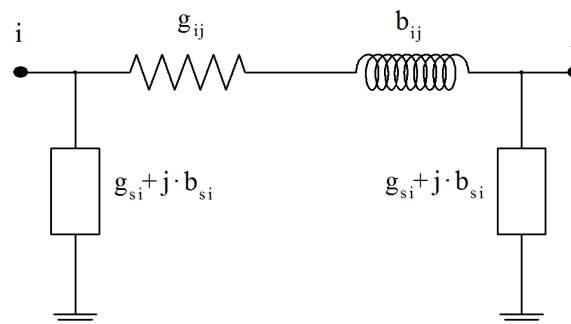


Figura B.2. Modelo simplificado de la línea en cuestión

Debe tenerse en cuenta que todas estas expresiones de potencia están dadas en valores por fase, con lo cual en un sistema equilibrado basta con multiplicar por tres los

valores obtenidos. Sin embargo, se observa claramente que pueden obtenerse los mismos resultados utilizando valores de línea para las tensiones, lo cual equivaldría a multiplicar todas las expresiones dos veces por $\sqrt{3}$.

En las primeras implementaciones realizadas en este trabajo, se comparó el desempeño de ambos grupos de expresiones y se observó que, a igualdad de condiciones, las expresiones (B.5-8) tuvieron un mejor desempeño que las (B.1-4). Tal desempeño se corroboró en la implementación de los métodos numéricos, no solo el de estimación de estado en sí sino también el de cálculo de flujo de carga.

Concretamente, los resultados obtenidos con las funciones (B.1-4) no llegaban a ser tan exactos: se observaban pequeñas incoherencias en las potencias del sistema calculadas a partir de los valores asignados a las variables de estado. Resulta bastante evidente que la inclusión de funciones seno y coseno aisladas en cada una de las expresiones tuvo que ver con estos detalles, ya que sus derivadas, que incluyen funciones coseno y seno respectivamente, participan en los métodos numéricos aplicados, y muchos de los ángulos de fase seleccionados como variables de estado eran bastante pequeños. Por el contrario, la participación de funciones seno y coseno combinadas en las mismas expresiones (B.5-8) permitió estimar valores más certeros para las variables de estado.

Volviendo a dichas expresiones (B.5-8), se considera conveniente como complemento al presente trabajo explicitar la deducción de tales expresiones. Tal deducción es relativamente elemental, pero de todos modos no se halla fácilmente accesible en la literatura introductoria sobre estimación de estado.

Para la deducción propuesta, se presenta el diagrama fasorial de la Fig. B.3.

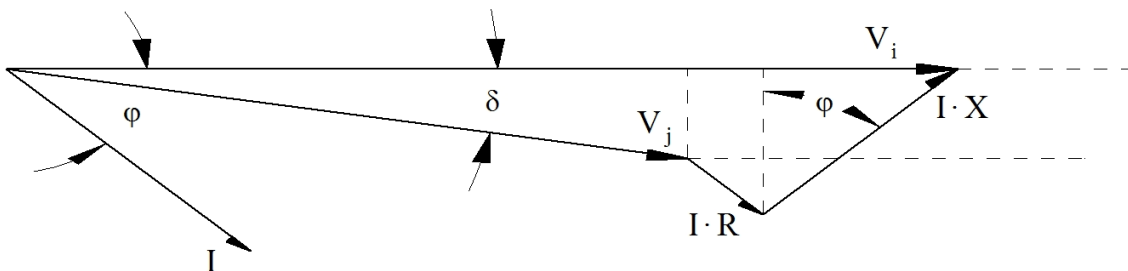


Figura B.3. Diagrama fasorial de referencia para la deducción de las expresiones de potencias de flujo

En la Fig. B.3, se introduce $R + j \cdot X$ para referirse a la impedancia serie de la línea que conecta el nodo i con el nodo j . Esta denominación está en concordancia con la simplificación antes explicada del circuito equivalente de las líneas.

A partir del diagrama fasorial propuesto, se pueden hacer las siguientes dos afirmaciones con la simple aplicación de reglas trigonométricas elementales:

$$V_j \cdot \text{sen } \delta = I \cdot X \cdot \cos \varphi - I \cdot R \cdot \text{sen } \varphi \quad (\text{B.9})$$

$$V_i = V_j \cdot \cos \delta + I \cdot R \cdot \cos \varphi + I \cdot X \cdot \text{sen } \varphi \quad (\text{B.10})$$

Se especifica la siguiente expresión auxiliar que sirve para los siguientes desarrollos:

$$y = g + j \cdot b = \frac{1}{Z} = \frac{1}{R + j \cdot X}$$

⇓

$$g + j \cdot b = \frac{1}{(R + j \cdot X)(R - j \cdot X)} = \frac{R - j \cdot X}{R^2 + X^2} = \frac{R}{R^2 + X^2} + \frac{-j \cdot X}{R^2 + X^2}$$

⇓

$$g = \frac{R}{R^2 + X^2} \quad (\text{B.11})$$

$$b = \frac{-X}{R^2 + X^2} \quad (\text{B.12})$$

B.1. Expresión de la potencia activa de flujo

Para deducir la expresión de la potencia activa de flujo, se comienza dividiendo (B.9) por R y dividiendo (B.10) por X :

$$\frac{V_j}{R} \cdot \text{sen } \delta = I \cdot \frac{X}{R} \cdot \cos \varphi - I \cdot \text{sen } \varphi \quad (\text{B.13})$$

$$\frac{V_i}{X} = \frac{V_j}{X} \cdot \cos \delta + I \cdot \frac{R}{X} \cdot \cos \varphi + I \cdot \text{sen } \varphi \quad (\text{B.14})$$

Sumando miembro a miembro (B.13) con (B.14):

$$\frac{V_j}{R} \cdot \text{sen } \delta + \frac{V_i}{X} = \frac{V_j}{X} \cdot \cos \delta + I \cdot \frac{X}{R} \cdot \cos \varphi + I \cdot \frac{R}{X} \cdot \cos \varphi \quad (\text{B.15})$$

Invirtiéndolo la ubicación de los miembros y multiplicando ambos por V_i :

$$\frac{V_i \cdot V_j}{X} \cos \delta + V_i \cdot I \cos \varphi \left(\frac{X}{R} + \frac{R}{X} \right) = \frac{V_i \cdot V_j}{R} \sin \delta + \frac{V_i^2}{X}$$

$$\Downarrow$$

$$V_i \cdot I \cos \varphi \left(\frac{X}{R} + \frac{R}{X} \right) = \frac{V_i^2}{X} - \frac{V_i \cdot V_j}{X} \cdot \cos \delta + \frac{V_i \cdot V_j}{R} \cdot \sin \delta \quad (\text{B.16})$$

Teniendo en cuenta que $V_i \cdot I \cos \varphi$ es la expresión de la potencia activa, se puede continuar operando:

$$P_{ij} \cdot \frac{(X^2 + R^2)}{R \cdot X} = \frac{V_i^2}{X} - V_i \cdot V_j \cdot \left(\frac{1}{X} \cdot \cos \delta - \frac{1}{R} \cdot \sin \delta \right)$$

$$\Downarrow$$

$$P_{ij} = V_i^2 \cdot \frac{R}{(R^2 + X^2)} - V_i \cdot V_j \cdot \left[\frac{R}{(R^2 + X^2)} \cdot \cos \delta - \frac{X}{(R^2 + X^2)} \cdot \sin \delta \right] \quad (\text{B.17})$$

Finalmente, aplicando las igualdades (B.11) y (B.12):

$$P_{ij} = V_i^2 \cdot g - V_i \cdot V_j \cdot [g \cdot \cos \delta + b \cdot \sin \delta] \quad (\text{B.18})$$

De esta manera, se llega a una expresión equivalente a (B.7).

B.2. Expresión de la potencia reactiva de flujo

De manera similar a lo realizado en el punto anterior, para deducir la expresión de la potencia reactiva de flujo, se comienza dividiendo (B.9) por X y dividiendo (B.10) por R :

$$\frac{V_j}{X} \cdot \sin \delta = I \cdot \cos \varphi - I \cdot \frac{R}{X} \cdot \sin \varphi \quad (\text{B.19})$$

$$\frac{V_i}{R} = \frac{V_j}{R} \cdot \cos \delta + I \cdot \cos \varphi + I \cdot \frac{X}{R} \cdot \sin \varphi \quad (\text{B.20})$$

Restando miembro a miembro (B.20) de (B.19):

$$\frac{V_j}{X} \cdot \sin \delta - \frac{V_i}{R} = -I \cdot \frac{R}{X} \cdot \sin \varphi - \frac{V_j}{R} \cdot \cos \delta - I \cdot \frac{X}{R} \cdot \sin \varphi \quad (\text{B.21})$$

Invirtiéndola ubicación de los miembros y multiplicando ambos por $-V_i$:

$$V_i \cdot I \cdot \frac{R}{X} \sin \varphi + \frac{V_i \cdot V_j}{R} \cdot \cos \delta + V_i \cdot I \cdot \frac{X}{R} \cdot \sin \varphi = \frac{V_i^2}{R} - \frac{V_i \cdot V_j}{X} \cdot \sin \delta$$

$$\Downarrow$$

$$V_i \cdot I \operatorname{sen} \varphi \left(\frac{R}{X} + \frac{X}{R} \right) = \frac{V_i^2}{R} - \frac{V_i \cdot V_j}{R} \cdot \cos \delta - \frac{V_i \cdot V_j}{X} \cdot \operatorname{sen} \delta \quad (\text{B.22})$$

Teniendo en cuenta que $V_i \cdot I \operatorname{sen} \varphi$ es la expresión de la potencia reactiva, se puede continuar operando:

$$\begin{aligned} Q_{ij} \cdot \frac{(R^2 + X^2)}{R \cdot X} &= \frac{V_i^2}{R} - V_i \cdot V_j \cdot \left(\frac{1}{X} \cdot \operatorname{sen} \delta + \frac{1}{R} \cdot \cos \delta \right) \\ &\Downarrow \\ Q_{ij} &= V_i^2 \cdot \frac{X}{(R^2 + X^2)} - V_i \cdot V_j \cdot \left[\frac{R}{(R^2 + X^2)} \cdot \operatorname{sen} \delta + \frac{X}{(R^2 + X^2)} \cdot \cos \delta \right] \end{aligned} \quad (\text{B.23})$$

Finalmente, aplicando las igualdades (B.11) y (B.12):

$$Q_{ij} = -V_i^2 \cdot b - V_i \cdot V_j \cdot [g \cdot \operatorname{sen} \delta - b \cdot \cos \delta] \quad (\text{B.24})$$

De esta manera, se llega a una expresión equivalente a (B.8).

ANEXO C: OBTENCIÓN DEL GRADIENTE DE FUNCIONES ESCALARES

En el presente Anexo, se detallan como referencia algunos desarrollos sobre la base de lo expuesto en [74], con la finalidad de reducir la extensión de los desarrollos presentados en el Capítulo 3. Concretamente, se pretende presentar un conjunto de reglas de aplicación directa para la obtención del gradiente de funciones escalares escritas en forma matricial con ciertas estructuras particulares.

En pocas palabras, el gradiente de una función escalar es un vector compuesto por las derivadas primeras de dicha función escalar, la cual es a su vez función de un vector. Es decir que, si se define $F(\mathbf{y})$ como una función escalar, su gradiente $\nabla_{\mathbf{y}}\mathbf{F}$ tendrá la siguiente forma:

$$\nabla_{\mathbf{y}}\mathbf{F} = \begin{bmatrix} \frac{\partial F}{\partial y_1} \\ \frac{\partial F}{\partial y_2} \\ \vdots \\ \frac{\partial F}{\partial y_n} \end{bmatrix} \quad (\text{C.1})$$

Partiendo de la definición de un grupo de constantes $b_i = 1, 2, \dots, n$ agrupadas en un vector \mathbf{b} , la función $F(\mathbf{y})$ puede presentarse de la siguiente manera:

$$F = \mathbf{y}^T \cdot \mathbf{b} = [y_1 \quad y_2 \quad \dots \quad y_n] \cdot \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix}_n$$
$$F = \mathbf{y}^T \cdot \mathbf{b} = y_1 \cdot b_1 + y_2 \cdot b_2 + \dots + y_n \cdot b_n \quad (\text{C.2})$$

En este caso, resulta evidente que el gradiente de $F(\mathbf{y})$ es el siguiente:

$$\nabla_{\mathbf{y}}\mathbf{F} = \nabla_{\mathbf{y}}(\mathbf{y}^T \cdot \mathbf{b}) = \begin{bmatrix} \frac{\partial F}{\partial y_1} \\ \frac{\partial F}{\partial y_2} \\ \vdots \\ \frac{\partial F}{\partial y_n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix}$$
$$\nabla_{\mathbf{y}}\mathbf{F} = \nabla_{\mathbf{y}}(\mathbf{y}^T \cdot \mathbf{b}) = \mathbf{b} \quad (\text{C.3})$$

Puede comprobarse que $\mathbf{b}^T \cdot \mathbf{y} = \mathbf{y}^T \cdot \mathbf{b} = F$, con lo cual también se deduce la siguiente expresión:

$$\nabla_{\mathbf{y}}(\mathbf{b}^T \cdot \mathbf{y}) = \mathbf{b} \quad (\text{C.4})$$

Adicionalmente, puede proponerse la escritura del vector \mathbf{b} como el producto entre una matriz $[A]$ y un vector \mathbf{u} :

$$\mathbf{b} = [A] \cdot \mathbf{u} \quad (\text{C.5})$$

Por lo tanto, haciendo el reemplazo de (C.5) en (C.2), y siguiendo el formato de la expresión presentada en (C.3), puede afirmarse lo siguiente:

$$\nabla_{\mathbf{y}}(\mathbf{y}^T \cdot [A] \cdot \mathbf{u}) = [A] \cdot \mathbf{u} \quad (\text{C.6})$$

De manera análoga, puede proponerse que el vector \mathbf{b}^T se escriba como el producto entre un vector \mathbf{u}^T y una matriz $[A]$:

$$\mathbf{b}^T = \mathbf{u}^T \cdot [A] \quad (\text{C.7})$$

Nuevamente, reemplazando (C.7) en (C.4), puede afirmarse lo siguiente:

$$\nabla_{\mathbf{y}}(\mathbf{u}^T \cdot [A] \cdot \mathbf{y}) = [A]^T \cdot \mathbf{u} \quad (\text{C.8})$$

Finalmente, se considera una función escalar escrita de manera cuadrática:

$$F = \mathbf{y}^T \cdot [A] \cdot \mathbf{y} = \begin{bmatrix} y_1 & y_2 & \cdots & y_n \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & & a_{2n} \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix}$$

$$F = \mathbf{y}^T \cdot [A] \cdot \mathbf{y} = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n y_i \cdot a_{ij} \cdot y_j \quad (\text{C.9})$$

Debe tenerse en cuenta que $[A]$ debe ser cuadrática para cumplir con la definición de (C.9), es decir que $a_{ij} = a_{ji}$, a partir de lo cual puede deducirse la siguiente expresión:

$$\nabla_{\mathbf{y}} \mathbf{F} = \nabla_{\mathbf{y}}(\mathbf{y}^T \cdot [A] \cdot \mathbf{y}) = \begin{bmatrix} \frac{\partial F}{\partial y_1} \\ \frac{\partial F}{\partial y_2} \\ \vdots \\ \frac{\partial F}{\partial y_n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \cdot a_{11} \cdot y_1 + 2 \cdot a_{12} \cdot y_2 + \cdots + 2 \cdot a_{1n} \cdot y_n \\ 2 \cdot a_{21} \cdot y_1 + 2 \cdot a_{22} \cdot y_2 + \cdots + 2 \cdot a_{2n} \cdot y_n \\ \vdots \\ 2 \cdot a_{n1} \cdot y_1 + 2 \cdot a_{n2} \cdot y_2 + \cdots + 2 \cdot a_{nn} \cdot y_n \end{bmatrix}$$

$$\nabla_{\mathbf{y}} \mathbf{F} = \nabla_{\mathbf{y}}(\mathbf{y}^T \cdot [A] \cdot \mathbf{y}) = 2 \cdot [A] \cdot \mathbf{y} \quad (\text{C.10})$$

A partir de las expresiones (C.3), (C.4), (C.6), (C.8) y (C.10), pueden resumirse las siguientes reglas para la obtención del gradiente de funciones escalares escritas de ciertos formatos especiales, según se las presenta en el Capítulo 3 antes mencionado:

$$\begin{array}{ll}
 1) \quad F = \mathbf{y}^T \cdot \mathbf{b} & \nabla_{\mathbf{x}} \mathbf{F} = \mathbf{b} \\
 2) \quad F = \mathbf{b}^T \cdot \mathbf{y} & \nabla_{\mathbf{x}} \mathbf{F} = \mathbf{b} \\
 3) \quad F = \mathbf{y}^T \cdot [A] \cdot \mathbf{u} & \nabla_{\mathbf{x}} \mathbf{F} = [A] \cdot \mathbf{u} \\
 4) \quad F = \mathbf{u}^T \cdot [A] \cdot \mathbf{y} & \nabla_{\mathbf{x}} \mathbf{F} = [A]^T \cdot \mathbf{u} \\
 5) \quad F = \mathbf{y}^T \cdot [A] \cdot \mathbf{y} & \nabla_{\mathbf{x}} \mathbf{F} = 2 \cdot [A] \cdot \mathbf{y}
 \end{array} \tag{C.11}$$

ANEXO D: MÉTODO DE NEWTON EN PROBLEMAS MULTIVARIABLES (NEWTON-RAPHSON)

En el presente Anexo, se proporciona un resumen conceptual sobre el método de Newton-Raphson, utilizado en el punto 3.1.3, “Estimación de estado no lineal”, para resolver el problema multivariable planteado en la estimación de estado en sistemas no lineales.

Dada una función $g_i(\mathbf{x})$, $i = 1, \dots, n$, se desea encontrar un valor de \mathbf{x} tal que $g_i(\mathbf{x}) = g_i^*$ para $i = 1, \dots, n$. Ordenando las funciones $g_i(\mathbf{x})$, se puede escribir:

$$\mathbf{g}^* - \mathbf{g}(\mathbf{x}) = \mathbf{0} \quad (\text{D.1})$$

Introduciendo una pequeña perturbación $\Delta\mathbf{x}$ sobre el vector \mathbf{x} , se puede reescribir la expresión de la siguiente manera expandiendo $\mathbf{g}(\mathbf{x} + \Delta\mathbf{x})$ según la serie de Taylor alrededor de \mathbf{x} e ignorando los términos de orden superior:

$$\mathbf{g}^* - \mathbf{g}(\mathbf{x} + \Delta\mathbf{x}) = \mathbf{g}^* - \mathbf{g}(\mathbf{x}) - [\mathbf{g}'(\mathbf{x})] \cdot \Delta\mathbf{x} = \mathbf{0} \quad (\text{D.2})$$

La matriz $[\mathbf{g}'(\mathbf{x})]$ es el Jacobiano de $\mathbf{g}(\mathbf{x})$, es decir, el conjunto de sus derivadas primeras. Despejando:

$$\Delta\mathbf{x} = [\mathbf{g}'(\mathbf{x})]^{-1} [\mathbf{g}^* - \mathbf{g}(\mathbf{x})] \quad (\text{D.3})$$

En el caso particular de que $\mathbf{g}^* = \mathbf{0}$, la expresión anterior se puede reducir a:

$$\Delta\mathbf{x} = [\mathbf{g}'(\mathbf{x})]^{-1} [-\mathbf{g}(\mathbf{x})] \quad (\text{D.4})$$

Para resolver la expresión genérica $\Delta\mathbf{x} = [\mathbf{g}'(\mathbf{x})]^{-1} [\mathbf{g}^* - \mathbf{g}(\mathbf{x})]$, se comienza introduciendo un valor de \mathbf{x} , se calcula $\mathbf{g}(\mathbf{x})$, se obtiene un primer valor de $\Delta\mathbf{x}$ y este se utiliza para realizar el ajuste $\mathbf{x}^{nuevo} = \mathbf{x} + \Delta\mathbf{x}$. Se vuelve a introducir el nuevo valor de \mathbf{x} y se continúa trabajando hasta que $\Delta\mathbf{x}$ se haga muy pequeño, es decir, que $\mathbf{g}(\mathbf{x})$ se haga muy próximo a \mathbf{g}^* .

ANEXO E: PUBLICACIONES REALIZADAS POR EL AUTOR DERIVADAS DE ESTE TRABAJO

Publicaciones en congresos

- [E.1] C. A. Reineri y D. M. Ferreyra, “Aportes para el Mejoramiento de un Modelo de Referencia de un Sistema de Distribución con Cargas no Lineales”, *III Congreso Venezolano de Redes y Energía Eléctrica del CIGRÉ*, Caracas (Venezuela), marzo de 2012

- [E.2] C. A. Reineri, A. C. Sarmiento y D. M. Ferreyra, “Estimación de estado armónico en un sistema de distribución radial con generación distribuida”, *IEEE ARGENCON 2012*, Córdoba (Argentina), junio de 2012

- [E.3] C. A. Reineri, A. C. Sarmiento and D. M. Ferreyra, “Erroneous Data Detection in the Harmonic State Estimation of a Radial Distribution System with Distributed Generation”, *2012 Sixth IEEE/PES Transmission and Distribution: Latin America Conference and Exposition (T&D-LA)*, Montevideo (Uruguay), September 2012

Publicaciones en revistas

- [E.4] C. A. Reineri, A. C. Sarmiento and D. M. Ferreyra, “Harmonic State Estimation on a Radial Distribution System with Distributed Generation”, *IEEE Latin American Transactions*, ISSN 1548-0992, Vol 11, Issue 1, pp. 499-504, Feb. 2013

Otras publicaciones con referato

- [E.5] D. M. Ferreyra y A. D. Gudiño, “Calidad de energía: Medición de armónicas de tensión en una instalación urbana”, *sitio web de la Editorial Universitaria de la Universidad Tecnológica Nacional (edUTecNe)*, http://www.edutecne.utn.edu.ar/monografias/medicion_armonicass_tension.pdf, octubre de 2012

- [E.6] D. M. Ferreyra, “Funcionamiento de una máquina asincrónica en vacío instalada en la vecindad de un rectificador trifásico”, *sitio web de la Editorial*

Artículos web didácticos

- [E.7] A. D. Gudiño, J. F. Russo and D. M. Ferreyra, “Magnetizing Current Waveform in an Ideal Saturable Inductor”, *Wolfram Demonstrations Project web site*, <http://demonstrations.wolfram.com/MagnetizingCurrentWaveformInAnIdealSaturableInductor/>, October 2011
- [E.8] H. Asís, F. Dopazo, P. Gianoglio and D. M. Ferreyra, “Digital Determination of Output Voltage Harmonics in a Single-Phase Voltage Controller”, *Wolfram Demonstrations Project web site*, <http://demonstrations.wolfram.com/DigitalDeterminationOfOutputVoltageHarmonicsInASinglePhaseVo/>, December 2011
- [E.9] D. M. Ferreyra, “Phasor Representation and Time-Domain Plot of Distorted Waveforms”, *Wolfram Demonstrations Project web site*, <http://www.demonstrations.wolfram.com/PhasorRepresentationAndTimeDomainPlotOfDistortedWaveforms/>, May 2012
- [E.10] D. M. Ferreyra, “Single-Phase Rectifier Fed from an Inductive AC Source”, *Wolfram Demonstrations Project web site*, <http://demonstrations.wolfram.com/SinglePhaseRectifierFedFromAnInductiveACSource/>, October 2012
- [E.11] D. M. Ferreyra, “Linear State Estimation Using a Weighted Least-Squares Method”, *Wolfram Demonstrations Project web site*, <http://www.demonstrations.wolfram.com/LinearStateEstimationUsingAWeightedLeastSquaresMethod/>, February 2013