

# LOS MODELOS: ENTRE LA FÍSICA, LOS SISTEMAS Y LA SIMULACIÓN

Chury, Mario R. H. <sup>(1, a)</sup>, Penco, José Jorge <sup>(2, b)</sup>

1. (GIICMA) Grupo de Investigación en Ingeniería Civil y Medio Ambiente  
Universidad Tecnológica Nacional, Facultad Regional Concordia.  
Concordia, Entre Ríos, Argentina
2. (GIMOSIC) Grupo de Investigación en Modelado, Simulación y Control  
Universidad Tecnológica Nacional, Facultad Regional Concordia.  
Concordia, Entre Ríos, Argentina.

(a) [mrhchury@frcon.utn.edu.ar](mailto:mrhchury@frcon.utn.edu.ar), (b) [jpenco@frcon.utn.edu.ar](mailto:jpenco@frcon.utn.edu.ar)

## Resumen

*En ingeniería es muy importante que el alumno logre desarrollar la habilidad necesaria para poder construir modelos los cuales permiten reproducir y /o predecir el comportamiento de objetos o sistemas de la vida real. Por ello este trabajo da cuenta de la experiencia planteada desde las cátedras de Mecánica Técnica y de Control Automático, una metodología de estudio que parte del sistema real a experimentar teniendo en cuenta las leyes físicas que lo gobiernan y utilizando un método conocido en ingeniería de control como método de variables de estados.*

*La utilización de esta técnica permite una vez obtenidas las ecuaciones de estado poder realizar experimentos sobre el modelo en una computadora mediante la utilización de una herramienta de software, de modelado y simulación de sistemas dinámicos, conocida como simulador. En este trabajo en particular se ha optado por el paquete de software Scilab/Scicos®, por ser una completa alternativa no comercial de Matlab/Simulink®.*

*Se utilizaron como casos de estudio en primer lugar un péndulo físico y en segundo lugar un motor de corriente continua con su respectiva carga.*

*Para evaluar el nivel de aceptación de esta metodología se realizó una encuesta de opinión con los estudiantes al finalizar el ciclo de cursado. En general han coincidido en expresar que con esta metodología lograron integrar mucho más fácilmente los conocimientos presentados, encontrando justificación en los modelos empleados posteriormente en el curso superior, como por ejemplo las denominadas “plantas”, dispositivos o procesos que se pretenden controlar o estabilizar y de los cuales sólo se dispone de una expresión matemática como única representación para caracterizar su funcionamiento.*

**Palabras clave:** Modelado. Método de variables de estados. Simulación. Scicos.

## 1. INTRODUCCIÓN

La física no es solo una ciencia teórica, es también una ciencia experimental. Como toda ciencia, busca que sus conclusiones puedan ser verificables mediante experimentos y que la teoría pueda realizar predicciones de experimentos futuros basados en observaciones previas (Wikipedia, 2017). Hoy, con el inusitado avance de la computación, es posible realizar un sinnúmero de experimentos simplemente en un entorno de simulación que, no por ello, dejan de tener significado y validez. La generación de estos experimentos se basa en el correcto diseño de modelos, desarrollados en base a las ecuaciones matemáticas que rigen los fenómenos físicos y que, adecuadamente utilizados, posibilitan comprender el impacto de éstos sobre los sistemas reales (Shannon and Johannes, 1976). Este trabajo

da cuenta de una experiencia realizada entre las cátedras de Mecánica Técnica y de Control Automático pertenecientes al 2do. y 4to. año de estudios, respectivamente, en la carrera de Ingeniería Eléctrica que se desarrolla en la Facultad Regional Concordia de la Universidad Tecnológica Nacional.

Con el transcurso de los años se ha observado que una conducta que es necesario revertir es la tendencia a considerar las asignaturas como compartimientos estancos en el contexto general de una carrera, lo que suele provocar una disociación de los conceptos que se aplican a una misma problemática, haciendo que ...” las cosas sean según desde que materia se las observa”.

En este sentido la propuesta fue desarrollada con el objetivo de establecer una vinculación entre los contenidos físico matemáticos que sustentan el funcionamiento de los sistemas y dispositivos reales, cuestiones que son abordadas en la asignatura del 2do. nivel de la carrera, con las metodologías utilizadas para ajustar o controlar su operación en base a determinados requerimientos, cuyo estudio se plantea en el 4to. nivel.

La simulación es un procedimiento que puede utilizarse ventajosamente como puente para vincular el comportamiento propio de un sistema, y el que se pretende lograr a partir de la aplicación de alguna estrategia de control. Si bien se trata de dos instancias que se abordan en diferentes momentos de los estudios, se ha observado que a través de la simulación resultó mucho más eficaz la recuperación de los conceptos iniciales para su aplicación en la segunda etapa.

## **2. MATERIALES Y METODOS**

En esta experiencia se propuso la utilización del programa Scicos<sup>®</sup> como herramienta para la construcción de modelos que representen fenómenos o propiedades físicas de los sistemas, simulando su dinámica de operación con el objetivo de permitir interactuar con sus variables para evaluar su desempeño frente a distintos escenarios de funcionamiento.

Scicos<sup>®</sup> es un paquete de software para modelado y simulación gráfica de sistemas dinámicos, desarrollado en Francia por el “Institut National de Recherche en Informatique et en Automatique” (INRIA). El mismo se ejecuta sobre el programa base denominado Scilab<sup>®</sup> cuya licencia es libre a diferencia de otras herramientas de carácter comercial y elevado costo (Campbell, Chancelier y Nikoukhah, 2010), (Maassen, 2006).

De acuerdo a lo expresado anteriormente fueron propuestas dos actividades para llevar a cabo la experiencia. En primer término, se efectuó la aplicación al caso de un péndulo físico y en segundo lugar el tratamiento de un motor de corriente continua de imán permanente. En ambos casos los estudiantes investigaron y elaboraron los modelos correspondientes mediante las ecuaciones diferenciales que explican su funcionamiento interpretando los fenómenos físicos involucrados y, por otra parte, generando los sistemas de ecuaciones de estado correspondientes con lo cual pudieron construir posteriormente los modelos en el formato de diagrama de bloques en el ambiente gráfico del software y realizar la simulación de su desempeño dinámico (Ortiz Moctezuma, 2015).

En particular se promovió el modelado en el espacio de estados ya que se trata de un concepto de tratamiento y representación de sistemas en el dominio del tiempo ampliamente utilizado en la actualidad dado que la tendencia moderna en los sistemas de ingeniería se orienta hacia una mayor complejidad, debido principalmente a los requerimientos cada vez más restrictivos y la necesidad de mayores niveles de precisión, asistidos por la facilidad del acceso a herramientas informáticas con alto poder de computación.

En este sentido, el estado de un sistema dinámico se puede representar por un conjunto mínimo de variables, denominadas *variables de estado*, de modo que el conocimiento de estas variables en el momento inicial  $t = t_0$ , junto con el conocimiento de las entradas del sistema para  $t \geq t_0$ , permite determinar por completo el comportamiento del sistema para cualquier instante de tiempo  $t \geq t_0$  (Ogata, 2010).

## 2.1. Aplicación del Péndulo Físico

En esta primera actividad se planteó el modelado y simulación de un péndulo físico (Figura 1) que se compone de una bola de masa  $m$  situada en el extremo de una barra de longitud  $l$  y cuya masa se considera despreciable. Además, este sistema tiene un momento de inercia  $J$ , un coeficiente de fricción viscosa  $B$  y el ángulo  $\varphi$  girado es la variable del sistema.

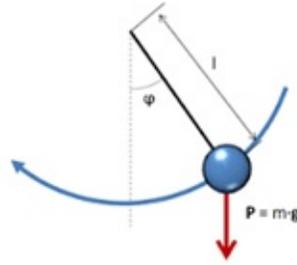


Figura 1. Sistema de péndulo físico

Para la obtención del modelo matemático de este sistema físico, se utiliza la segunda ley de Newton

$$\sum \tau = J \alpha \quad (1)$$

Donde  $\sum \tau$  engloba todos los pares tanto motores como resistentes que actúan sobre dicho sistema.

Haciendo uso de la ecuación (1)

$$-B \frac{d\varphi}{dt} - mgl \text{sen}(\varphi) = J \frac{d^2\varphi}{dt^2} \quad (2)$$

manteniendo la aceleración angular en el primer miembro y dividiendo por  $J$

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} = -\frac{B}{J} \frac{d\varphi}{dt} - \frac{mgl}{J} \text{sen}(\varphi) \quad (3)$$

se obtiene la ecuación diferencial que gobierna este movimiento (3).

Definiendo las siguientes variables de estado

$$\begin{cases} X_1 = \varphi \\ X_2 = \frac{d\varphi}{dt} \end{cases} \quad (4)$$

y reescribiendo la ecuación (3) en base a estas nuevas variables, se obtiene el modelo matemático en el espacio de estados del sistema físico bajo estudio.

$$\begin{cases} \dot{X}_2 = -\frac{B}{J}X_2 - \frac{mgl}{J}\text{sen}(X_1) \\ \dot{X}_1 = X_2 \end{cases} \quad (5)$$

Para realizar la simulación, se convirtió el sistema anterior en su diagrama de bloques asociado y se lo implementó por medio de la herramienta Scicos que está integrada al software Scilab (Figura 2).

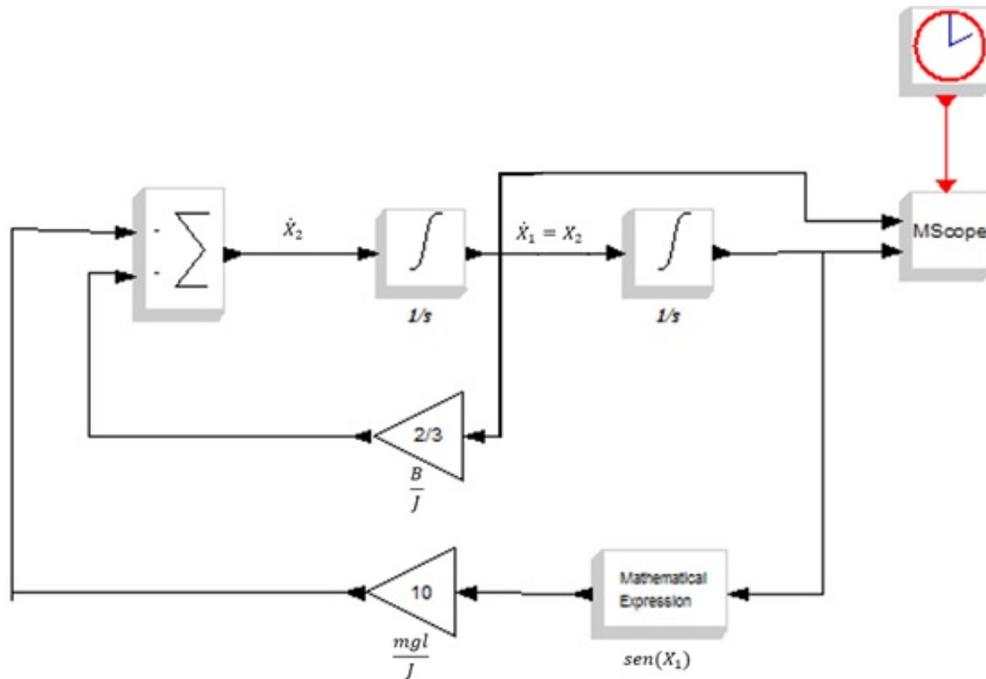


Figura 2. Diagrama de bloques en el entorno Scicos

Para apreciar el comportamiento dinámico de este sistema es necesario dar valores particulares a los diferentes parámetros. Se utilizaron los siguientes:

$$l = 1m$$

$$B = 2 \frac{Ns}{rad}$$

$$g = 10 \frac{m}{s^2}$$

$$m = 3kg$$

$$J = ml^2 = 3kgm^2$$

$$\varphi_0 = \frac{\pi}{2} rad$$

$$\omega_0 = \frac{d\varphi}{dt}_0 = 0$$

La respuesta obtenida tras la ejecución de la simulación se puede observar en la Figura 3.

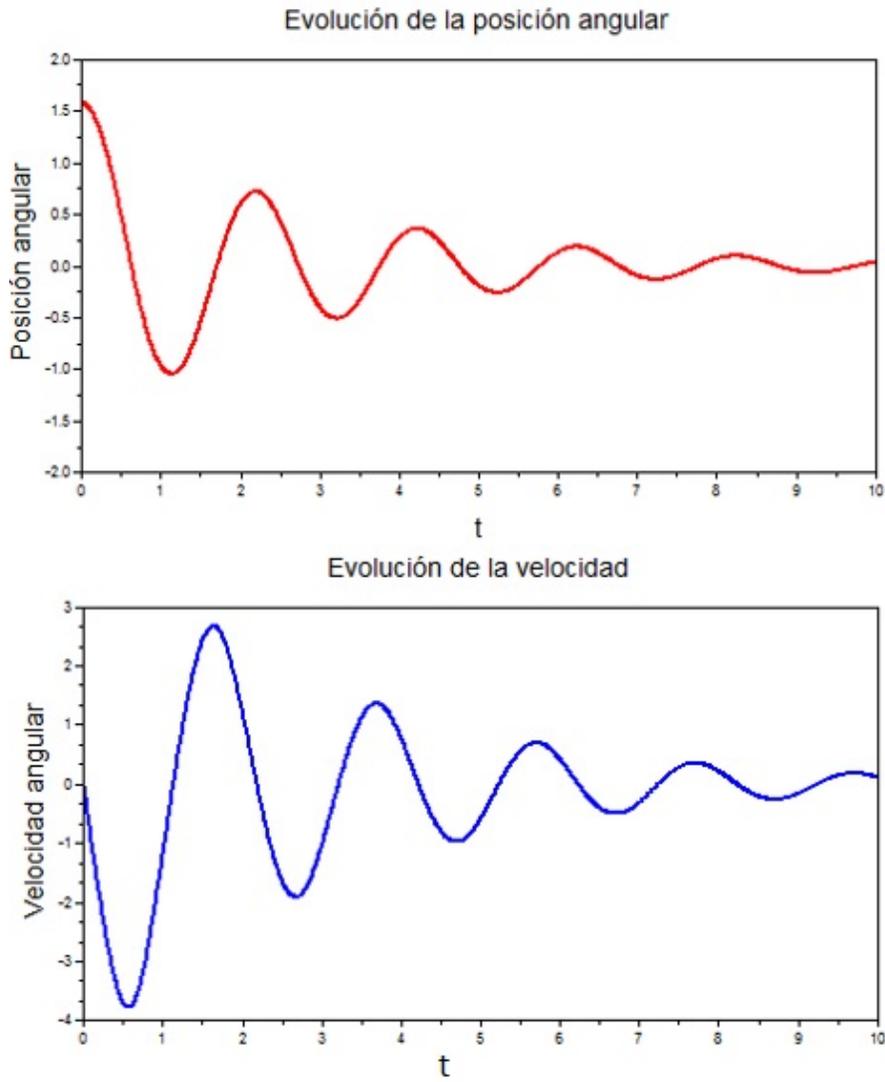


Figura 3. Resultado de la simulación del péndulo físico

## 2.2. Aplicación del motor de corriente continua

En esta segunda actividad se trabajó sobre el modelado y simulación de un motor de corriente continua de imán permanente, para lo cual se utilizó su modelo equivalente, cuyo diagrama esquemático se puede ver en la Figura 4.

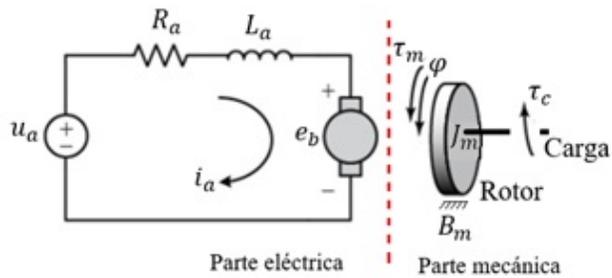


Figura 4. Diagrama equivalente del motor de CC de imán permanente.

Para la obtención de las ecuaciones características de su modelo, se emplean las leyes de la dinámica y las leyes de Kirchhoff.

*Parte eléctrica*

$$u_a = i_a R_a + L_a \frac{di_a}{dt} + e_b \quad (6)$$

$$\frac{di_a}{dt} = -\frac{R_a}{L_a} i_a + \frac{1}{L_a} u_a - \frac{1}{L_a} e_b \quad (7)$$

La fuerza contraelectromotriz  $e_b$ , es proporcional a la velocidad de rotación del eje y tiende a oponerse al flujo de corriente. Luego

$$e_b = k_b \omega_m \quad (8)$$

Haciendo (8) en (7)

$$\frac{di_a}{dt} = -\frac{R_a}{L_a} i_a + \frac{1}{L_a} u_a - \frac{k_b}{L_a} \frac{d\varphi}{dt} \quad (9)$$

*Parte mecánica*

$$\tau_m - B_m \frac{d\varphi}{dt} - \tau_c = J_m \frac{d^2\varphi}{dt^2} \quad (10)$$

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} = -\frac{B_m}{J_m} \frac{d\varphi}{dt} + \frac{\tau_m}{J_m} - \frac{1}{J_m} \tau_c \quad (11)$$

El par desarrollado  $\tau_m$  es proporcional a la corriente en la armadura según

$$\tau_m = k_i i_a \quad (12)$$

Haciendo (12) en (11)

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} = -\frac{B_m}{J_m} \frac{d\varphi}{dt} + \frac{k_i}{J_m} i_a - \frac{1}{J_m} \tau_c \quad (13)$$

Utilizando las ecuaciones (9) y (13) se puede crear un sistema de ecuaciones de estado, para lo cual se pueden elegir previamente las siguientes variables

$$\left\{ \begin{array}{l} X_1 = i_a \\ X_2 = \varphi \\ X_3 = \frac{d\varphi}{dt} \end{array} \right\} \quad (14)$$

Sustituyendo estas variables, se obtiene

$$\begin{cases} \dot{X}_1 = -\frac{R_a}{L_a} X_1 + \frac{1}{L_a} u_a - \frac{k_b}{L_a} X_3 \\ \dot{X}_2 = X_3 \\ \dot{X}_3 = -\frac{B_m}{J_m} X_3 + \frac{k_i}{J_m} X_1 - \frac{1}{J_m} \tau_c \end{cases} \quad (15)$$

Convirtiendo estas ecuaciones a su diagrama de bloques asociados en el espacio de trabajo de Scicos se obtiene la representación de la Figura 5.

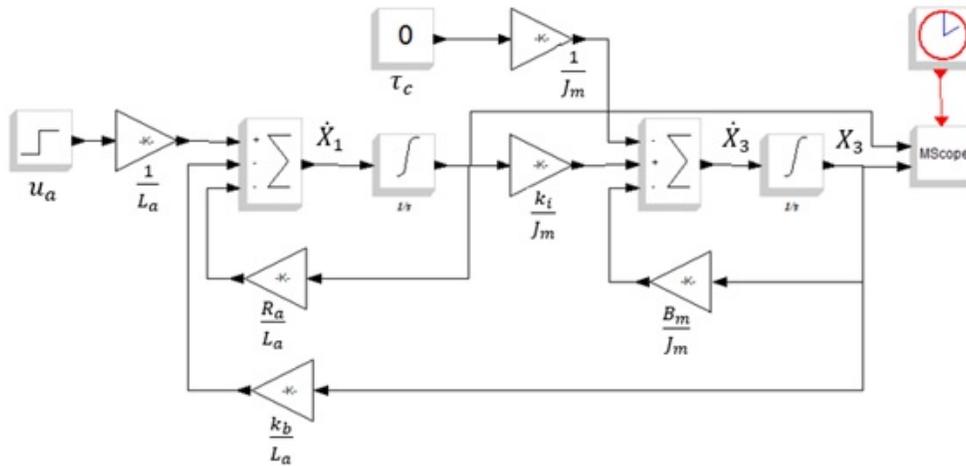


Figura 5. Diagrama de bloques del motor de CC de imán permanente en el entorno Scicos.

De la observación del diagrama de bloques puede verse que, si bien el motor de corriente continua opera de manera global como un sistema en lazo abierto, tanto sus ecuaciones como el diagrama de bloques demuestran que la interacción entre la corriente de armadura (inducido) y el flujo magnético de excitación determinan la existencia de un lazo interno de realimentación provocado por la fuerza contraelectromotriz. Dicha fuerza es equivalente a una fricción eléctrica que tiende a mejorar la estabilidad del motor.

Para efectuar la simulación de este sistema se utilizaron los siguientes valores:

$$R_a = 1.16 \Omega$$

$$L_a = 0.0068 \text{ Hy}$$

$$k_b = 0.82 \text{ V/rad/s}$$

$$B_m = 0.00776 \text{ Nm/rad/s}$$

$$J_m = 0.0271 \text{ kgm}^2$$

$$k_i = 0.55 \text{ Nm/A}$$

$$u_a = 24 \text{ V}$$

$$\tau_c = 0$$

En la Figura 6 se observan las curvas obtenidas para la evolución de la corriente y de la velocidad. Se evidencia el carácter integrador que presenta el motor frente a la aplicación de la tensión de alimentación, el cual viene dado por la existencia de las constantes de tiempo eléctrica y mecánica (polos del sistema) que gobiernan su dinámica.

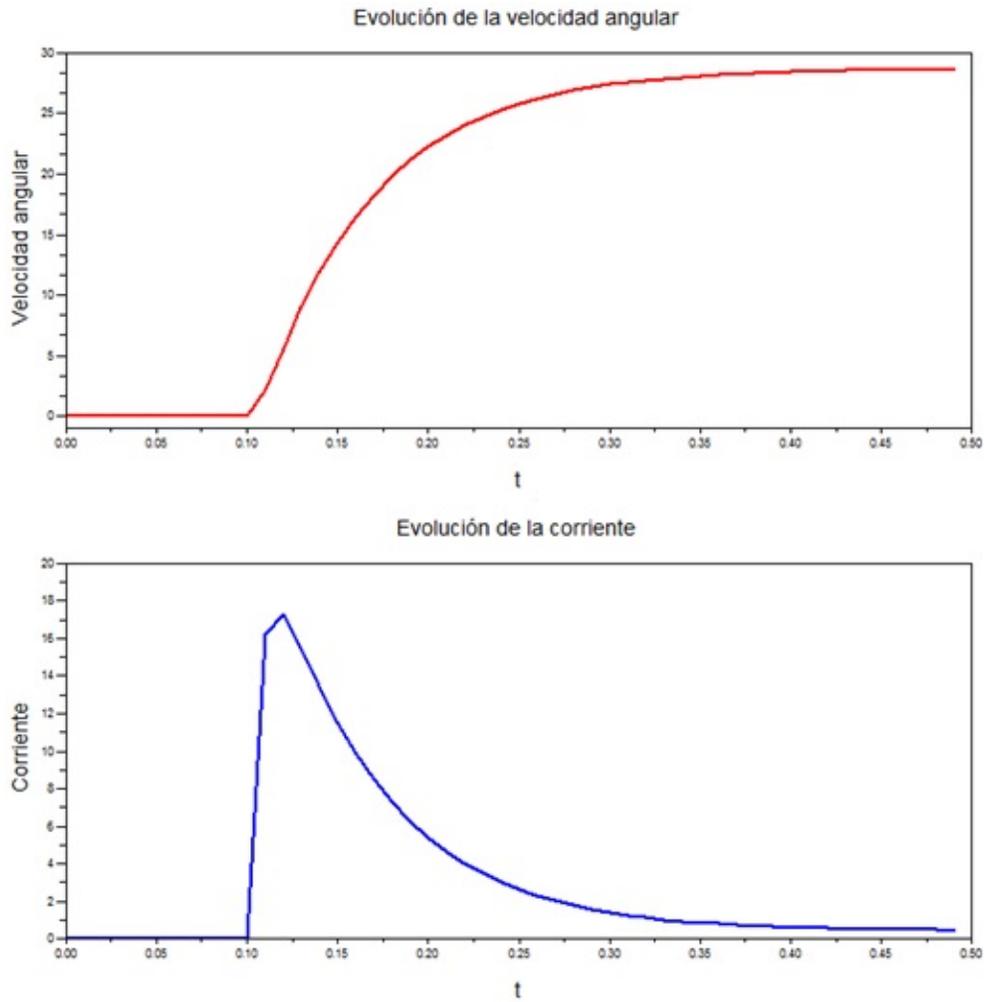


Figura 6. Evolución temporal de las variables del motor de CC

### 3. CONCLUSIONES

En este trabajo se presentaron dos casos que fueron propuestos como actividad a los estudiantes de la asignatura Mecánica Técnica, quienes utilizaron el software para generar los modelos a partir de los cuales desarrollaron diferentes simulaciones a efectos de observar el impacto de la variación de la magnitud de los parámetros. Experiencia a través de la cual pudieron verificar los conceptos físicos involucrados en cada uno de los dispositivos, comprendiendo la facilidad que otorga el hecho de disponer del modelo de un sistema para analizar y entender su funcionamiento.

Posteriormente, en el curso de Control Automático, y tomando como base los modelos antes desarrollados, fue posible desarrollar sin dificultades diferentes estrategias de control para obtener un adecuado comportamiento del sistema según determinados requerimientos. Mediante los procedimientos de simulación fue posible verificar los resultados alcanzados con la base de manipular los modelos de diagramas de bloques con el cabal conocimiento de lo que cada uno representa, dando como resultado una mayor interpretación del funcionamiento del dispositivo y del sistema que lo controla, sin tener que trabajar exclusivamente con un juego de ecuaciones.

#### 4. BIBLIOGRAFIA

Campbell, S., Chancelier, J. P., Nikoukhah, R., (2010), *Modeling and Simulation in Scilab/Scicos with ScicosLab 4.4*. U.S.A., 2nd. ed., Editorial Springer.

Maassen, M. G., (2006), *Scicos as an alternative for Simulink*, Department Mechanical Engineering, Technische Universiteit Eindhoven, Eindhoven, Países Bajos.

Ogata, K., (2010), *Ingeniería de Control Moderna*, México, Editorial Prentice-Hall Hispanoamericana SA.

Ortiz Moctezuma, M., (2015), *Sistemas dinámicos en tiempo continuo: Modelado y Simulación*, México, Omnia Publisher SL.

Shannon, R., Johannes, J. (1976). Systems simulation: the art and science. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, 6(10), 723-724.

Wikipedia (2017). *La enciclopedia libre*. <https://es.wikipedia.org/wiki/Física>. Consulta del 12/06/2017.

#### Sobre los autores

Chury, Mario R. H.: Es Ingeniero Electricista egresado de la Facultad Regional Concordia de la Universidad Tecnológica Nacional. Actualmente se desempeña como Profesor de la asignatura Mecánica Técnica y Jefe de Trabajos Prácticos en la asignatura Electrónica II, pertenecientes a la carrera de Ingeniería Eléctrica. Es investigador del Grupo de Investigación en Ingeniería Civil y Medio Ambiente (GIICMA) y está realizando la Tesis Doctoral en correlaciones eléctricas y mecánicas del subsuelo.

Penco, José Jorge: Es Ingeniero en Telecomunicaciones egresado de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional de La Plata. Actualmente se desempeña como Profesor en las asignaturas Electrónica I, Control Automático, y Accionamientos y Controles Eléctricos, pertenecientes a la carrera de Ingeniería Eléctrica. Es investigador en el Grupo de Investigación en Modelado, Simulación y Control (GIMOSIC), y se encuentra desarrollando la Tesis de Maestría en sistemas de control mediante aplicación de técnicas difusas.