



*Ministerio de Educación,
Cultura, Ciencia y Tecnología
Universidad Tecnológica Nacional
Facultad Regional La Plata*

PRACTICAS SUPERVISADAS

2018

**PROYECTO: DISEÑO DE UN PROTOTIPO ACADÉMICO
DE UNA MÁQUINA STIRLING**

**ALUMNO RESPONSABLE: Gomez Maximiliano
German**

PROFESOR TUTOR: José J. Muriel

FECHA DE ENTREGA: 19/12/2018



INDICE

1. OBJETIVOS GENERALES.....	4
2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS.....	4
3. ALCANCE.....	4
4. MARCO DE REFERENCIA	4
5. INTRODUCCIÓN.....	5
6. ANTECEDENTES.....	5
7. MARCO TEÓRICO.....	7
7.1. PRINCIPIO DE FUNCIONAMIENTO	7
7.2. CONFIGURACIÓN ALFA	8
7.3. CONFIGURACIÓN BETA.....	9
7.4. CONFIGURACIÓN GAMMA.....	10
8. CARACTERÍSTICAS DEL PROTOTIPO.....	11
8.1. DATOS CONSTRUCTIVOS DEL PROTOTIPO.....	11
8.2. CARACTERÍSTICAS DEL FLUIDO Y DEL AMBIENTE	11
8.3. DATOS DE PROYECTO	12
8.3.1. PARÁMETROS	12
8.3.2. CONSIDERACIONES.....	12
9. ESTUDIO MECÁNICO.....	13
9.1. ESTUDIO CINEMÁTICO	13
9.1.1. RESULTADOS DE ESTUDIO CINEMÁTICO.....	17
9.2. ESTUDIO DINÁMICO.....	18



9.2.1.	FUERZA DE INERCIA ROTATIVA	20
9.2.2.	FUERZA DE INERCIA ALTERNATIVA.....	21
9.2.3.	RESULTANTE DE LAS FUERZAS DE INERCIA.....	22
9.2.4.	CÁLCULO DEL CONTRAPESO NECESARIO	24
10.	ESTUDIO TERMODINÁMICO.....	26
10.1.	CICLO IDEAL.....	26
10.1.1.	CÁLCULO DE TRANSFERENCIAS DE CALOR EN EL CICLO.....	27
11.	RENDIMIENTOS.....	29
12.	DIAGRAMAS CARACTERÍSTICOS	29
12.1.	DIAGRAMA INDICADO TEÓRICO.....	29
12.2.	DIAGRAMA DE DESPLAZAMIENTO.....	30
12.3.	VARIACIÓN DE VOLUMENES	30
12.4.	VARIACIÓN DE PRESIÓN	31
12.5.	DIAGRAMA INDICADO REAL	31
12.6.	DIAGRAMA T – S	32
12.7.	VARIACIÓN MÁSCA.....	32
12.8.	VARIACIÓN DE CAUDALES MÁSCOS	33
12.9.	PAR MOTOR	33
	33
13.	CONCLUSIONES	34
14.	RECOMENDACIONES	34
15.	BIBLIOGRAFÍA	34



1. OBJETIVOS GENERALES

Lograr la comprensión de los principios básicos de funcionamiento y conocer las actividades vinculadas al diseño y desarrollo y de una máquina Stirling. Complementar mi formación profesional. Relacionar factores técnicos con factores tales como seguridad, eficiencia, capacidad y economía.

2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS

Analizar una geometría establecida para el prototipo V90. Realizar un estudio cinemático del sistema. Realizar un estudio mecánico. Realizar un estudio termodinámico del ciclo ideal.

3. ALCANCE

En el inicio del trabajo se hace una recopilación de información acerca de la evolución de la máquina Stirling y de los avances tecnológicos, desde los inicios hasta la actualidad. Luego, analizamos el principio de funcionamiento básico y las distintas configuraciones de montaje existentes.

Describimos las características geométricas iniciales establecidas, para un prototipo V90 a desarrollar. Realizamos un estudio cinemático del sistema, analizamos desplazamientos, velocidades, aceleraciones, cambios volumétricos y másicos. Realizamos un estudio mecánico, estableciendo un modelado de las piezas, analizando las fuerzas de inercia actuantes. Realizamos un estudio termodinámico del ciclo ideal. Trazamos los diagramas de los parámetros característicos.

4. MARCO DE REFERENCIA

El presente trabajo se realizó en el laboratorio de combustibles de la UTN, Facultad Regional de La Plata, a cargo del profesor tutor Juan José Muriel. Se utilizaron como base de cálculo materiales provistos por las cátedras de tecnología del calor, de máquinas alternativas y turbomáquinas y proyecto final. Todas dictadas entre el cuarto y quinto nivel de la carrera de ingeniería mecánica correspondiente a la casa de estudios mencionada.



5. INTRODUCCIÓN

Motivados por el objetivo de conocer las actividades vinculadas al diseño, desarrollo y fabricación de la máquina Stirling y de complementar nuestra formación profesional, es que nos propusimos la puesta en marcha de un prototipo en nuestra institución.

El motor Stirling es una máquina térmica que opera por compresión y expansión cíclica de un fluido de trabajo, entre dos fuentes a diferentes temperaturas, transformando energía térmica en energía mecánica. Para nuestro caso el fluido de trabajo es aire, ya que no afecta al entorno en caso de fuga y posee buenas propiedades para realizar el ciclo de trabajo, además de no poseer costo alguno.

Una de las características principales que posee esta máquina es la de poder utilizar cualquier fuente de energía externa como es la generada a través de la combustión de combustibles sólidos, líquidos y gaseosos, el uso de energía nuclear, solar, o de fuentes geotermales, entre otras. Por este motivo, resulta ser una máquina muy versátil.

Otra de las características principales que posee la máquina es que es una máquina reversible, ya que se puede utilizar para generar un trabajo mecánico a partir de la aplicación de energía térmica, y en viceversa, se puede obtener energía térmica a través de la aplicación de energía mecánica.

Por otro lado, es la única máquina que alcanza el máximo rendimiento térmico teórico (rendimiento de Carnot), por la capacidad de describir un ciclo cerrado regenerativo, que explicaremos a lo largo del desarrollo del trabajo.

6. ANTECEDENTES

A fines del siglo XVIII, varios inventores se propusieron desarrollar una máquina que aproveche la energía térmica o energía del fuego, principalmente para ser usada en la industria de la minería, para desagotar los túneles y galerías. En el año 1769 se desarrolló la conocida máquina de vapor de James Watt, que fue la primera máquina exitosa para tal fin. Sin embargo, como la máquina utilizaba una caldera para generar vapor de agua a alta presión y temperatura, necesario para el funcionamiento de la misma, se tornaba muy peligrosa, pesada y costosa. Y con ello, las condiciones



laborales de los trabajadores eran inhumanas. Esto motivó al reverendo escocés Robert Stirling a desarrollar una máquina más simple, menos peligrosa y más económica. Así fue que en 1816 patentó una máquina de aire caliente conocida máquina Stirling. La máquina fue utilizada en distintas industrias como fuerza motriz, pero luego fue remplazada por los motores eléctricos, con la distribución de la energía eléctrica.

En la década del treinta, la compañía Philips desarrolló un nuevo diseño modernizado, con el que generaba energía eléctrica a través de la alimentación de calor con una llama de kerosene. Luego, nuevamente fue desplazado por motores eléctricos, con la llegada del transistor.

Actualmente se están desarrollando y utilizando nuevos diseños para la generación de energía eléctrica mediante la utilización de energía solar como es la tecnología "Dish Stirling Engine" con la que cuenta la planta de generación de energía eléctrica de la ciudad de San Diego, en California, que se encuentra en ejecución. La misma está diseñada para generar 300 MW, con 12.000 unidades de motores Stirling, distribuidos en 7.7 km² de extensión.





7. MARCO TEÓRICO

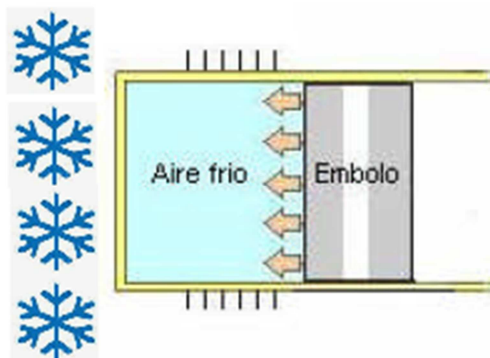
7.1. PRINCIPIO DE FUNCIONAMIENTO

El principio funcionamiento básico de la máquina Stirling consiste en el aprovechamiento de la capacidad de un fluido de trabajo de producir cambios volumétricos cuando es sometido a distintas condiciones de presión y temperatura.

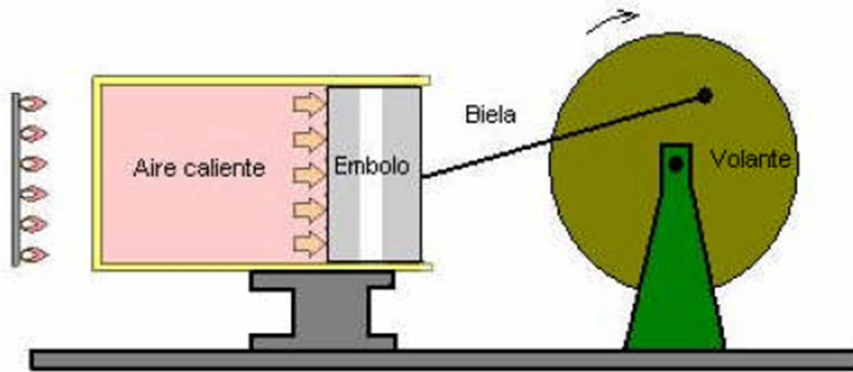
Si consideramos una cantidad específica de aire dentro de un circuito cerrado, como un cilindro y un émbolo, al calentarlo experimenta un aumento de presión y si ésta vence a la resistencia que opone el émbolo, logra aumentar su volumen y se expande.



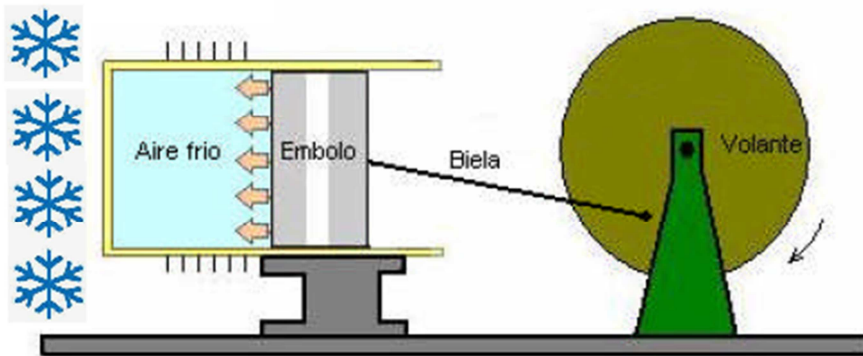
Luego, si se somete al cilindro a un proceso de refrigeración o de extracción de calor, el aire experimenta un proceso inverso, disminuyendo su volumen.



Entonces, si vinculamos dos cilindros con calefacción y refrigeración respectivamente, a un elemento rotativo (volante o cigüeñal) mediante una biela, conformando un sistema biela – manivela – pistón, logramos obtener un trabajo mecánico en un eje. Tal situación se muestra esquemáticamente en la siguiente figura.



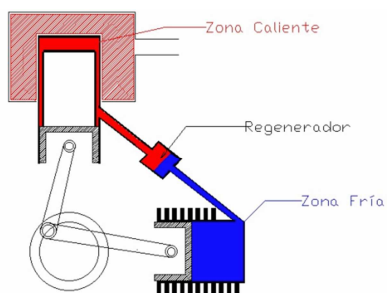
Conversión de la expansión del gas en movimiento, a través de un mecanismo



Conversión de la compresión del gas en movimiento, a través de un mecanismo

Para que los procesos de expansión y compresión se realicen sin interferir uno en el otro, se necesita que la ley de variación de ambos cilindros se realice con un desfase de 90° respecto del cigüeñal. Existen diferentes configuraciones que resuelven el problema:

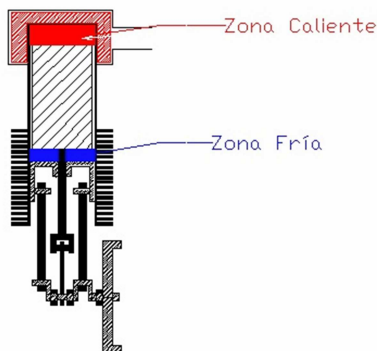
7.2. CONFIGURACIÓN ALFA





La configuración alfa consiste en dos cilindros independientes interconectados entre sí por un tubo en el que se sitúa el regenerador, que es un dispositivo que almacena y cede calor al fluido de trabajo, con el fin de aumentar el rendimiento térmico de la máquina. Mediante la disposición de los cilindros en una V a 90° , según el sentido de giro, un cilindro sigue una ley de variación que se encuentra desfasada 90° respecto del otro, ya que el cigüeñal cuenta con un gorrón único. La fuente caliente y la fuente fría se colocan en la zona superior de cada cilindro respectivamente. El funcionamiento se verá detenidamente a lo largo del presente trabajo, ya que es la configuración que rige al prototipo que se decidió fabricar.

7.3. CONFIGURACIÓN BETA



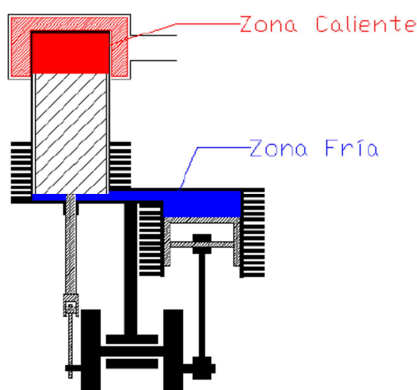
Esta configuración es con la que se patentó la máquina originalmente y consiste en dos cilindros dispuestos en un mismo cilindro (colinealmente), colocados desfasados 90° sobre el cigüeñal uno de otro, actuando uno como un desplazador del fluido y el otro como el cilindro sobre el que se efectúa el trabajo. La fuente caliente se coloca en la zona superior del cilindro y la fuente fría se encuentra en la zona inferior tal como se muestra en la figura anterior. El regenerador puede estar colocado en el desplazador, o formando parte del cilindro, entre la zona caliente y la fría.

Cuando el desplazador se encuentra en el punto muerto inferior y el pistón de trabajo en el punto muerto superior, todo el aire se encuentra en la zona caliente, por lo tanto es aquí donde ocurre lo que se considera como calefacción del fluido a volumen



constante. Luego, el fluido se expande y el pistón de trabajo desciende, mientras el desplazador se traslada hacia arriba. Con el desplazador en el punto muerto superior y el pistón de trabajo en el punto muerto inferior, el fluido se encuentra completamente en a zona fría, con lo que se extrae calor del mismo y se inicia el proceso de compresión, desplazando el pistón de trabajo hacia arriba hasta el punto muerto superior, completando el ciclo.

7.4. CONFIGURACIÓN GAMMA



Esta configuración se deriva de la configuración beta. Consiste en dos cilindros dispuestos en paralelo, muy cercanos entre sí, interconectados por un tubo. El funcionamiento es similar al de la configuración tipo beta, siendo ésta de más fácil diseño y fabricación aunque de menor rendimiento, ya que la expansión se realiza a una temperatura menor. La fuente caliente se coloca en la zona superior, mientras que la fuente fría se coloca en la zona inferior, tal como se muestra en la figura anterior.

Podemos ver que en las tres configuraciones, el movimiento de los cilindros responde a una composición de movimientos armónicos simples, ya que son variantes del mecanismo biela – manivela – pistón.

Por otro lado, como se mencionó anteriormente, al aplicar un trabajo mecánico sobre el eje, se generan las fuentes a las distintas temperaturas, para las tres configuraciones.



8. CARACTERÍSTICAS DEL PROTOTIPO

Se parte de un prototipo de máquina Stirling V90, ya iniciado por la cátedra hace 21 años, con una idea de diseño establecida y medidas especificadas. Se nos ha suministrado un modelo matemático desarrollado en un Excel, en el cual se relacionan datos constructivos del prototipo, propiedades del fluido de trabajo y las características del entorno del prototipo. Se encontraba establecido un conjunto de parámetro de proyecto tales como la temperatura de la fuente caliente y de la fuente fría, espacio nocivo, entre otros. Contamos también con un estudio mecánico, que consistía en el análisis de variación de presiones, volúmenes, caudales máscicos, potencia indicada y efectiva, y un estudio termodinámico que mostraba los cálculos de los calores transferidos en el ciclo ideal.

8.1. DATOS CONSTRUCTIVOS DEL PROTOTIPO

PARÁMETRO	VALOR
Diámetro de los cilindros	93 mm
Carrera del émbolo	50 mm
Longitud de biela	91.35 mm
Angulo incluido en la V	90°

PARÁMETRO	VALOR
Radio de la manivela (r)	25 mm
Relación carrera – diámetro(λ)	0.54
Relación r/l	0.27
Área del émbolo	67.93 cm ²
Volumen del cilindro	339.65 cm ³

8.2. CARACTERÍSTICAS DEL FLUIDO Y DEL AMBIENTE

PARÁMETRO	VALOR
Densidad del aire	1.20 g/l (1atm, 20°C)
Constante real del aire (R)	29.27 Kgm/Kg K
Temperatura ambiente	20°C
Presión atmosférica	1 atm
Calor específico a presión constante (Cp)	0.24006 KCal/Kg K
Calor específico a volumen constante (Cv)	0.1715 KCal/Kg K



8.3. DATOS DE PROYECTO

8.3.1. PARÁMETROS

PARÁMETRO	VALOR
Temperatura caliente	300 °C
Temperatura fría	50 °C
Presión de llenado inicial (Absoluta)	1.0 Kg/cm ²
Velocidad de rotación	600 rpm
Volumen nocivo porcentual	20.0 %
Porcentaje de regeneración	70.0 %
Rendimiento mecánico	80.0 %
Entropía inicial	0.02 Cal/°K

8.3.2. CONSIDERACIONES

Vamos a tomar una temperatura inicial para la fuente caliente de 300°C y para la fuente fría de 50°C para realizar el estudio mecánico y termodinámico del sistema. En una de las secciones que siguen realizaremos un estudio de sensibilidad para analizar la variación de la potencia, para distintos valores de temperatura de fuente fría y caliente.

La presión de llenado inicial será de 1.0 kg/cm², en la condición de máximo volumen.

Estimamos una velocidad de rotación de 600rpm, para las condiciones establecidas. Luego, una vez construida la máquina, mediremos el valor de rpm para distintas condiciones de servicio.

Establecemos un volumen nocivo de diseño de un 20% del volumen desplazado, que será utilizado como parámetro de cálculo en la sección posterior.



Estimamos una regeneración de un 70%, luego corroboraremos el valor efectivo, una vez construida la máquina.

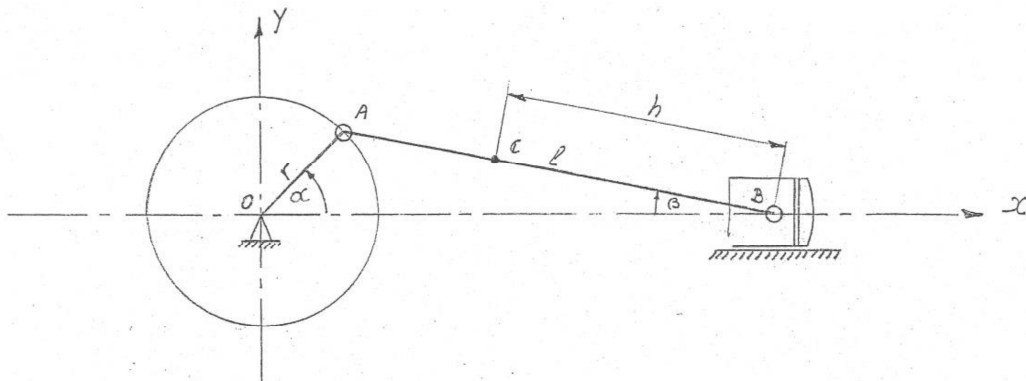
Establecemos un rendimiento mecánico de diseño de un 80%. El mismo dependerá de las condiciones de rozamiento del conjunto, de la terminación superficial de las piezas y de la efectividad del sistema de lubricación, entre otros factores.

Tomamos un valor de referencia de la entropía para poder graficar.

9. ESTUDIO MECÁNICO

9.1. ESTUDIO CINEMÁTICO

Realizaremos el estudio cinemático analizando a cada cilindro por separado, como si fueran monocilíndricos, ya que comparten el gorrón, y luego combinaremos los efectos sobre el cigüeñal. El procedimiento es similar al estudiado en la cátedra de proyecto final como fuerza de gases, sobre un mecanismo biela – manivela – pistón.



Consideramos al cigüeñal como una barra rígida de longitud r , con un vínculo doble en un extremo (punto o) y una rótula en el otro (punto A). Por otro lado, representamos a la biela con una barra rígida de longitud l , con dos rótulas en los extremos (punto A y punto B).

El punto A posee un movimiento rotativo puro, por lo tanto:

$$\begin{aligned} \vec{AO} &= r(\cos \alpha \hat{i} + \text{seno } \alpha \hat{j}) & ; & & \vec{V}_A &= \omega r(-\text{seno } \alpha \hat{i} + \cos \alpha \hat{j}) \\ \vec{a}_A &= -\omega^2 r(\cos \alpha \hat{i} + \text{seno } \alpha \hat{j}) \end{aligned}$$



Para hallar la ley de variación del punto B respecto al punto O, que corresponde a desplazamiento del pistón, recurrimos a las siguientes relaciones trigonométricas:

$$r \cdot \text{seno}(\alpha) = l \cdot \text{seno}(\beta) \quad \rightarrow \quad \text{seno}(\beta) = \frac{r}{l} \text{seno}(\alpha) \quad \rightarrow \quad \frac{r}{l} = \lambda$$

Luego,

$$\overline{BO}_1 = r \cdot \cos(\alpha) + l \cdot \cos(\beta)$$

$$\text{seno}^2(\beta) + \cos^2(\beta) = 1 \quad \rightarrow \quad \cos(\beta) = \sqrt{1 - \text{seno}^2(\beta)}$$

$$\cos(\beta) = \sqrt{1 - \lambda^2 \text{seno}^2(\alpha)}$$

$$\overline{BO} = r \cdot \cos(\alpha) + l \cdot \sqrt{1 - \lambda^2 \text{seno}^2(\alpha)} \quad \hat{i} \quad (1)$$

Derivando la expresión anterior, obtenemos las expresiones de la velocidad y aceleración de punto B, con respecto al origen de coordenadas:

$$\vec{V}_B = -r\omega \left[\text{seno}(\alpha) + \frac{1}{2\lambda} \frac{\text{seno}(2\alpha)}{\sqrt{1 - \lambda^2 \text{seno}^2(\alpha)}} \right] \hat{i} \quad (2)$$

$$\vec{a}_B = -r\omega \left[\cos(\alpha) - \frac{r[l^2(1 - 2\cos^2\alpha) - r^2\text{seno}^4\alpha]}{(l^2 - r^2\text{seno}^2\alpha)^{\frac{3}{2}}} \right] \hat{i} \quad (3)$$

Por lo tanto, el desplazamiento en la dirección del cilindro 1 será:

$$X_1 = (l + r) - \overline{BO}_1 \quad \rightarrow \quad X_1 = (l + r) - \left[r \cdot \cos(\alpha) + l \cdot \sqrt{1 - \lambda^2 \text{seno}^2(\alpha)} \right] \hat{i}$$

De manera análoga, para el cilindro 2 tenemos un desplazamiento como sigue:

$$X_2 = (l + r) - \overline{BO}_2 \quad \rightarrow \quad X_2 = (l + r) - \left[r \cdot \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) + l \cdot \sqrt{1 - \lambda^2 \text{seno}^2\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right)} \right] \hat{z}$$

Con \hat{i} y \hat{z} versores correspondientes a las direcciones del cilindro 1 y 2 respectivamente.



Una vez determinados los desplazamientos de cada cilindro, en función a la magnitud angular tomada como referencia, calculamos la ley de variación volumétrica como sigue:

$$V_1 = A_{embolo1} \cdot X_1 \quad y \quad V_2 = A_{embolo2} \cdot X_2$$

$$V_1 = A_{embolo1} \cdot (l + r) - \left[r \cdot \cos(\alpha) + l \cdot \sqrt{1 - \lambda^2 \text{seno}^2(\alpha)} \right]$$

$$V_2 = A_{embolo2} \cdot (l + r) - \left[r \cdot \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) + l \cdot \sqrt{1 - \lambda^2 \text{seno}^2\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right)} \right]$$

Las expresiones anteriores corresponden a las leyes de variación de los volúmenes teóricos de cada cilindro, en función del ángulo α .

Con estas expresiones, podemos determinar las siguientes variables:

- Volumen combinado teórico: Volumen barrido por el pistón en el cilindro caliente, sumado al volumen barrido por el pistón en el cilindro frío, según la posición angular del cigüeñal.
- Volumen desplazado: Es la diferencia entre el volumen máximo combinado teórico y el volumen mínimo combinado teórico.

$$V_{cil} = V_{máxT} - V_{mínT}$$

- Volumen nocivo: Es un valor que responde al porcentaje de diseño establecido, aplicado sobre el volumen máximo combinado teórico.

$$V_n = V_{n\%} \cdot V_{máxT}$$



- Volumen nocivo caliente y frío: Consideramos al 50% del volumen nocivo como caliente y al 50% como frío.
- Volumen del ciclo: Es el volumen combinado, sumado al volumen nocivo.

$$V = V_{cil} + V_n$$

- Relación de compresión: Es la relación entre el volumen máximo y el volumen mínimo del ciclo.

$$r_c = \frac{V_{m\acute{a}x}}{V_{m\acute{i}n}}$$

- Masa total: Para determinar el valor de la masa total en circulación, tomamos como referencia al volumen máximo del ciclo a presión atmosférica, es decir, que la presión de llenado será inicialmente la presión atmosférica, en la condición de volumen máximo del ciclo. Luego se resuelve la siguiente ecuación:

$$m = \left(\frac{P_{llenado}}{P_{atm}} \right) \cdot \text{densidad del aire} \cdot V_{m\acute{a}x}$$

- Presión media indicada: Corresponde al valor de una presión constante que produce el mismo trabajo neto que se desarrolla en el ciclo, con el mismo volumen real desplazado.

$$p_{mi} = \frac{\sum_{i=1}^n p_i \cdot \Delta v_i}{\Delta v} \quad ; \quad \Delta v = V_{m\acute{a}x} - V_{m\acute{i}n} \quad ; \quad 0 < i \leq 360$$

- Par motor: Corresponde al valor del par motor medio, desarrollado a lo largo de todo el ciclo.

Para hallar el valor, primero determinamos la fuerza tangencial total, ejercida por ambos cilindros, en cada posición angular, y la multiplicamos por el radio de la manivela.

$$Par = \{\vec{T}_g\} \cdot \vec{r} = \left\{ \left[\frac{p \cdot \vec{A}_{\acute{e}mbolo}}{\sqrt{1 - \lambda^2 \text{seno}^2 \alpha}} \right] \cdot \left[\text{seno } \alpha \cdot \left(\sqrt{1 - \lambda^2 \text{seno}^2 \alpha} \right) + \cos \alpha \cdot (\lambda \text{seno } \alpha) \right] \right\} \cdot \vec{r}$$



Luego, hallamos el área bajo la curva de par de 0° a 360° , y dividimos este valor por 360° . Este último valor hallado corresponde al par motor medio (Mt).

$$\text{Par motor medio } Mt = \frac{\sum_{i=0}^{360} Par_i \cdot \Delta\alpha}{360^{\circ}} [kgm] \quad \Delta\alpha = 1^{\circ}$$

- Potencia indicada: Corresponde al valor de la potencia media desarrollada por el ciclo.

$$Ni = Mt \cdot \omega \quad ; \quad \omega = \frac{n \cdot \pi}{30} \quad ; \quad Ni = Mt \cdot \frac{n \cdot \pi}{30} \cdot \left(\frac{9.8}{745.7} \right) [HP]$$

- Potencia efectiva: Corresponde al valor de la potencia media indicada, afectada por el rendimiento mecánico establecido por diseño.

$$Ne = Ni \cdot \eta_{mec}$$

9.1.1. RESULTADOS DE ESTUDIO CINEMÁTICO

ANÁLISIS DEL CICLO REAL		VALOR
Volumen mínimo combinado Teórico (VmínT)	(VmínT)	122.94 cm ³
Volumen máximo combinado Teórico (VmáxT)	(VmáxT)	603.27 cm ³
Volumen desplazado (Vcil)	(Vcil)	480.33 cm ³
Volumen nocivo (Vn)	(Vn)	96.07 cm ³
Volumen nocivo frio (Vn/2)	(Vn/2)	48.03 cm ³
Volumen nocivo caliente (Vn/2)	(Vn/2)	48.03 cm ³
Volumen mínimo ciclo (Vmín)	(Vmín)	219.01 cm ³
Volumen máximo ciclo (Vmáx)	(Vmáx)	699.34 cm ³
Relación de compresión (rc)	(rc)	3.19 adim
Masa total (m)	(m)	0.84 gr
Presión media indicada (Pmi)	(Pmi)	0.6971 Kg/cm ²
Par Motor medio (Mt)	(Mt)	0.5329 Kgm
Potencia indicada (Ni)	(Ni)	0.4400 HP
Potencia efectiva (Ne)	(Ne)	0.3520 HP

Los valores se encuentran expresados según memoria de cálculo adjunta.

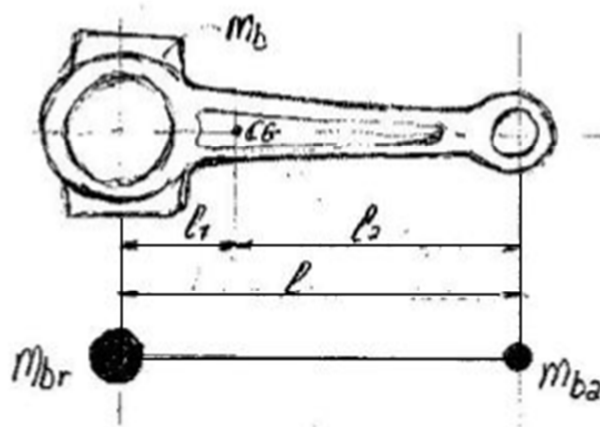


9.2. ESTUDIO DINÁMICO

Para realizar el estudio dinámico, utilizamos las expresiones de desplazamiento, velocidad y aceleración, determinadas en el estudio cinemático, y les incorporamos las masas de los distintos elementos afectados.

Consideramos al sistema como un conjunto de masas puntuales, vinculadas por barras rígidas inextensibles y sin peso, que presenta el mismo efecto de inercia que las masas distribuidas en la máquina real.

Para el caso de la biela tenemos:



$$m_b = m_{br} + m_{ba}$$

Realizando la sumatoria de momentos respecto a cada punto obtenemos:

$$m_{br} = m_b \frac{l_2}{l} \quad ; \quad m_{ba} = m_b \frac{l_1}{l}$$

Verificamos el cumplimiento del planteo:

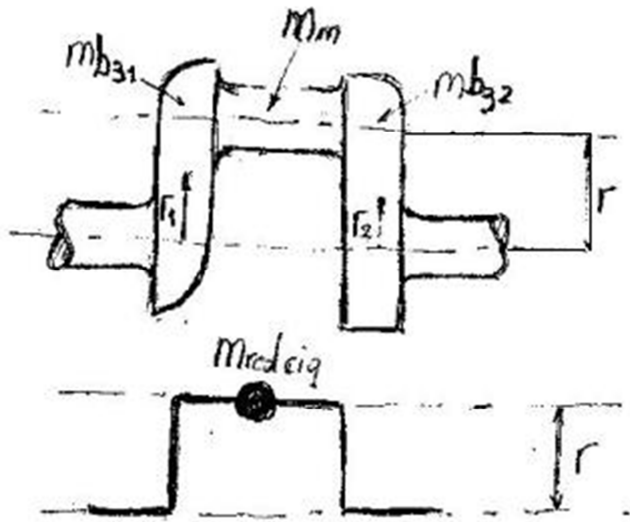
$$m_b = m_b \frac{l_2}{l} + m_b \frac{l_1}{l} = m_b \frac{l_1 + l_2}{l} = m_b \frac{l}{l} = m_b$$

Para nuestro caso:

$$m_{br} = (130g) \frac{50.15mm}{91.35mm} = 71.33g \quad ; \quad m_{ba} = (130) \frac{41.12mm}{91.35mm} = 58.52g$$



Para el caso de la manivela tenemos:



m_{bz1} : Masa del brazo 1.

m_{bz2} : Masa del brazo 2.

m_m : Masa del muñón.

r_1 : Radio del centro de gravedad del brazo 1.

r_2 : Radio del centro de gravedad del brazo 2.

$m_{red\ cig}$: Masa reducida del cigueñal.

Resolviendo la sumatoria de momentos tenemos:

$$\begin{aligned} m_{red\ cig} \cdot r &= m_m r + m_{br1} \cdot r_1 + m_{br2} \cdot r_2 \quad \rightarrow \quad m_{red\ cig} \\ &= m_m + m_{br1} \cdot \frac{r_1}{r} + m_{br2} \cdot \frac{r_2}{r} \end{aligned}$$

Para nuestro caso:

$$m_{red\ cig} = 21g + 121g \cdot \frac{20.02mm}{25mm} + 121g \cdot \frac{20.02mm}{25mm} = 214.79g$$



La masa rotativa total será:

$$m_r = m_{red\ cig} + m_{br1} + m_{br2} = 214.79g + 71.33g + 71.33g = 357.45g$$

La masa alternativa total será:

$$m_a = m_{pistón\ trabajo} + m_{anclaje} + m_{tornillos} + m_{pistón\ guía} + m_{aros} + m_{perno} + m_{ba}$$

$$m_{a1} = 69g + 17g + 6g + 76g + 3g + 14g + 58.52g = 243.52g$$

$$m_{a2} = 69g + 17g + 6g + 76g + 3g + 14g + 58.52g = 243.52g$$

Según la expresión de equilibrio dinámico propuesta por D'alambert:

$$\sum F - ma = 0 \quad \text{con } (-ma): \text{ Fuerza de inercia}$$

9.2.1. FUERZA DE INERCIA ROTATIVA

La fuerza de inercia rotativa resulta del producto de la masa total rotativa y la aceleración correspondiente al punto A:

$$\vec{P}_r = -m_r \cdot \vec{a}_A = -m_r \cdot [-\omega^2 r (\cos \alpha \vec{1} + \text{seno } \alpha \vec{2})]$$

$$\vec{P}_r = 0.35745kg \cdot \left[\left(\frac{600\pi}{30} \right)^2 \frac{1}{s^2} \cdot 0.025m \cdot (\cos \alpha \vec{1} + \text{seno } \alpha \vec{2}) \right]$$

El módulo de la fuerza de inercia rotativa es constante y es igual a:

$$\vec{P}_r = 0.35745kg \cdot \left(\frac{600\pi}{30} \right)^2 \frac{1}{s^2} \cdot 0.025m = 35.28N$$



Esta fuerza rota describiendo una circunferencia con centro en el origen de coordenadas, y como la velocidad angular es constante, se encuentra en fase con la manivela, y por lo tanto es un fasor, que genera una suerte de fuerza centrífuga. Este efecto se puede equilibrar colocando una masa de contrapeso en contrafase. Para el cálculo del contrapeso es necesario contemplar los efectos de la fuerza alternativa de inercia, por lo que el mismo se realizará en una sección posterior.

9.2.2. FUERZA DE INERCIA ALTERNATIVA

La expresión que utilizaremos para el cálculo de la fuerza alternativa es la siguiente:

$$\vec{P}_a = -m_a \cdot \vec{a}_B$$

$$\vec{P}_a = -m_a \cdot \left\{ -r\omega \left[\cos(\alpha) - \frac{r[l^2(1 - 2\cos^2\alpha) - r^2\text{seno}^4\alpha]}{(l^2 - r^2\text{seno}^2\alpha)^{\frac{3}{2}}} \right] \tilde{i} \right\}$$

Aplicando el desarrollo en series de Fourier a la raíz de la ecuación (1) vista en el estudio cinemático, y derivándola dos veces respecto a α , encontramos una expresión más compacta y con una muy buena aproximación para la aceleración, con lo que tenemos:

$$\vec{P}_a = m_a \omega^2 r \left[\cos \alpha + \lambda \cos 2\alpha - \frac{\lambda^3}{4} \cos 4\alpha \right] \tilde{i}$$

De esta manera, expresamos la fuerza alternativa como una suma de armónicos.

Por lo tanto, la fuerza alternativa correspondiente al cilindro 1 será:

$$\vec{P}_{a1} = m_{a1} \omega^2 r \left[\cos \alpha + \lambda \cos 2\alpha - \frac{\lambda^3}{4} \cos 4\alpha \right] \tilde{i}$$

Para hallar el valor máximo, debemos derivar e igualar a cero la expresión anterior:

$$\frac{d\vec{P}_{a1}}{d\alpha} = m_{a1} \omega^2 r [-\text{seno } \alpha - 2\lambda \text{seno } 2\alpha + \lambda^3 \text{seno } 4\alpha] = 0$$

$$\rightarrow -\text{seno } \alpha - 2\lambda \text{seno } 2\alpha + \lambda^3 \text{seno } 4\alpha = 0 \text{ Se cumple para todo } \alpha \\ = k0, \text{ con } k \in \mathbb{Z} - \{0\}$$



Por lo tanto, si tomamos el valor de $k = 1 \rightarrow \alpha = 0$

$$\begin{aligned}\vec{P}_{a1m\acute{a}x} &= 0.24352kg \left(\frac{600\pi}{30}\right)^2 0.025m \left[\cos 0 + 0.27 \cos(2 \cdot 0) - \frac{0.27^3}{4} \cos(4 \cdot 0) \right] \vec{1} \\ &= 30.49N\vec{i}\end{aligned}$$

Análogamente para la fuerza alternativa 2:

$$\begin{aligned}\vec{P}_{a2m\acute{a}x} &= 0.24352kg \left(\frac{600\pi}{30}\right)^2 0.025m \left[\cos(0 - 90) + 0.27 \cos [2 \cdot (0 - 90)] \right. \\ &\quad \left. - \frac{0.27^3}{4} \cos [4 \cdot (0 - 90)] \right] \vec{2} \\ \vec{P}_{a2m\acute{a}x} &= 30.49N\vec{j}\end{aligned}$$

La fuerza de inercia alternativa total es la suma vectorial de las fuerzas alternativas del cilindro 1 y 2.

$$\vec{P}_{a\text{total}} = \vec{P}_{a1} + \vec{P}_{a2}$$

$$\vec{P}_{a\text{total}} = \omega^2 r \left\{ m_{a1} \left[\cos \alpha + \lambda \cos 2\alpha - \frac{\lambda^3}{4} \cos 4\alpha \right] \vec{1} + m_{a2} \left[\cos \alpha_2 + \lambda \cos 2\alpha_2 - \frac{\lambda^3}{4} \cos 4\alpha_2 \right] \vec{2} \right\}$$

$$\text{Con } \alpha_2 = \alpha - 90^\circ$$

9.2.3. RESULTANTE DE LAS FUERZAS DE INERCIA

Para hallar la resultante de las fuerzas de inercia debemos sumar vectorialmente la fuerza de inercia rotativa total, y las fuerzas de inercia alternativas correspondientes al cilindro 1 y 2.

$$\vec{R} = \vec{P}_r + \vec{P}_{a1} + \vec{P}_{a2}$$



$$\vec{R} = m_r \cdot [\omega^2 r (\cos \alpha \vec{1} + \text{seno } \alpha \vec{2})] + m_{a1} \omega^2 r \left[\cos \alpha + \lambda \cos 2\alpha - \frac{\lambda^3}{4} \cos 4\alpha \right] \vec{1} \\ + m_{a2} \omega^2 r \left[\cos(\alpha - 90) + \lambda \cos(2(\alpha - 90)) - \frac{\lambda^3}{4} \cos(4(\alpha - 90)) \right] \vec{2}$$

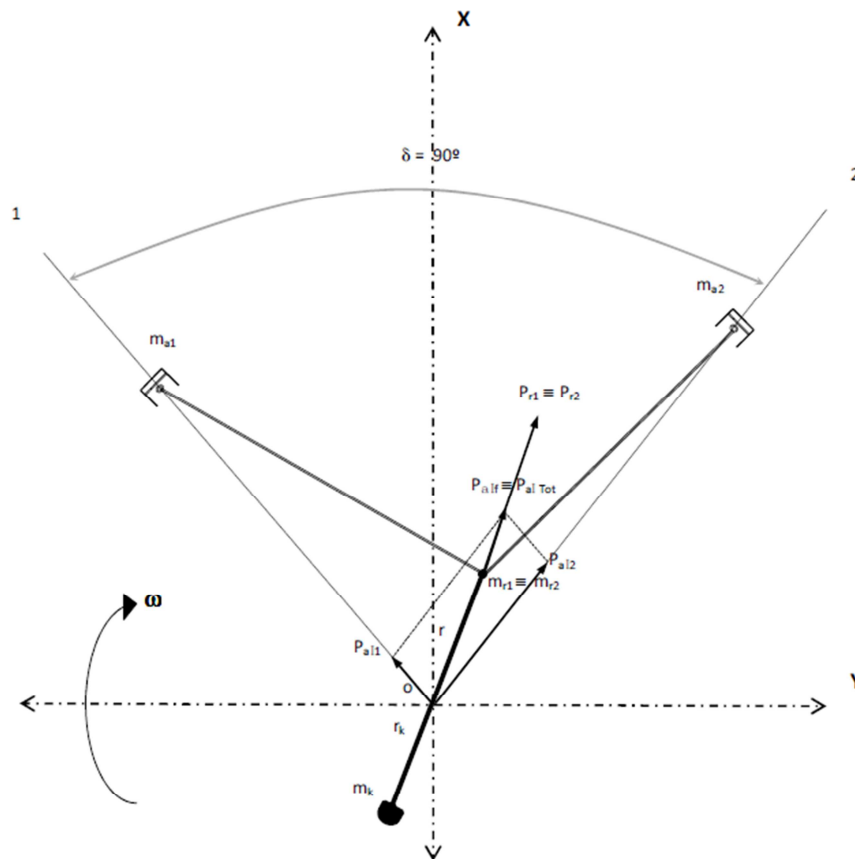
$$\left\{ \begin{array}{l} R_{\vec{1}} = \omega^2 r \left[m_r \cos \alpha + m_{a1} \left(\cos \alpha + \lambda \cos 2\alpha - \frac{\lambda^3}{4} \cos 4\alpha \right) \right] \\ R_{\vec{2}} = \omega^2 r \left\{ m_r (\text{seno } \alpha) + m_{a2} \left[\cos(\alpha - 90) + \lambda \cos(2(\alpha - 90)) - \frac{\lambda^3}{4} \cos(4(\alpha - 90)) \right] \right\} \end{array} \right\}$$

Según la memoria de cálculo que se encuentra adjunta, la resultante que contiene a los armónicos de primero, segundo y cuarto orden en la fuerza alternativa, muestra una ley de variación con respecto a la magnitud angular, dando como valor máximo:

$$\vec{R}_{m\acute{a}x} = 66.8487N \quad a \quad 98^\circ \quad y \quad a \quad 352^\circ$$

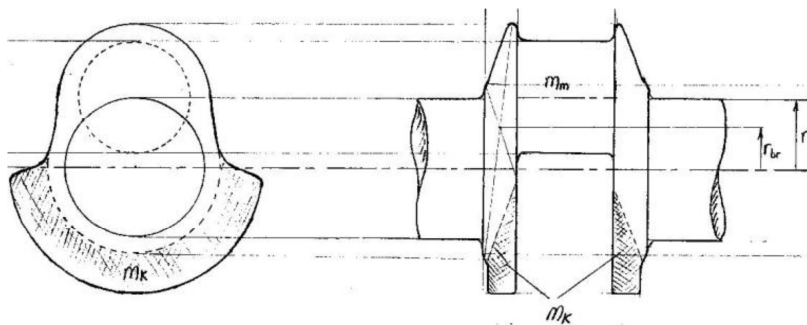
Por otro lado, la resultante de primer orden, que contiene sólo al armónico de primer orden de la fuerza alternativa, muestra un valor constante y en fase con la manivela:

$$R_{total \text{ I orden}} = 59.3137N$$



9.2.4. CÁLCULO DEL CONTRAPESO NECESARIO

Para realizar el cálculo del contrapeso, al analizar la resultante de las fuerzas de inercia de primer orden, descubrimos que giraba en fase con la manivela y el módulo era constante. Por lo tanto, incorporamos una masa m_k localizada sobre la dirección de la manivela, a una distancia r_k del centro de giro, tal como se muestra en la figura siguiente.





La fuerza de inercia del contrapeso será:

$$\vec{P}_k = m_k \omega^2 r [\cos(\alpha + 180^\circ) \vec{1} + \text{seno}(\alpha + 180^\circ) \vec{2}]$$

Siendo $\cos(\alpha + 180^\circ) = -\cos \alpha$ y $\text{seno}(\alpha + 180^\circ) = -\text{seno} \alpha$

$$\vec{P}_k = -m_k \omega^2 r [\cos(\alpha) \vec{1} + \text{seno}(\alpha) \vec{2}]$$

Y la fuerza resultante de primer orden será:

$$\vec{R}_{eI} = \vec{P}_r + \vec{P}_{a1} + \vec{P}_k$$

$$\vec{R} = \omega^2 \{ [(m_r + m_{a1})r - m_k r_k] \cos \alpha \vec{1} + [(m_r r - m_k r_k) \text{seno} \alpha + m_{a2} r \cos(\alpha - 90)] \vec{2} \}$$

$$\cos(\alpha - 90) = \text{seno} \alpha$$

$$\vec{R} = \omega^2 \{ [(m_r + m_{a1})r - m_k r_k] \cos \alpha \vec{1} + [(m_r + m_{a2})r - m_k r_k] \text{seno} \alpha \vec{2} \}$$

Si llamamos $A = (m_r + m_{a1})r$; $B = (m_r + m_{a2})r$; $\mu = m_k r_k$

Y como $m_{a1} = m_{a2} = m_a$ \rightarrow $A = B$

$$\vec{R} = \omega^2 \{ [(A - \mu) \cos \alpha] \vec{1} + [(A - \mu) \text{seno} \alpha] \vec{2} \}$$

$\vec{R} = \omega^2 (A - \mu) (\cos \alpha \vec{1} + \text{seno} \alpha \vec{2})$

El extremo del vector de la resultante de primer orden representa una circunferencia y por lo tanto se puede equilibrar, resolviendo:

$$A - \mu = 0 \quad \rightarrow \quad A = \mu \quad \rightarrow \quad (m_r + m_a)r = m_k r_k \quad \rightarrow \quad m_k = \frac{r}{r_k} (m_r + m_a)$$



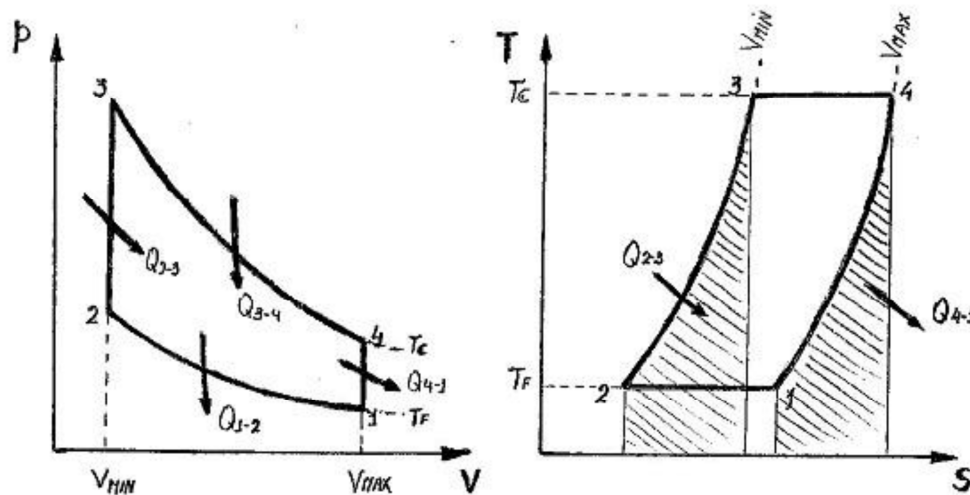
Como el radio del contrapeso que posee el cigüeñal es de 44.08mm, la masa de contrapeso queda:

$$m_k = \frac{25\text{mm}}{44.08\text{mm}} (357.45\text{g} + 243.52\text{g}) = 340.84\text{g}$$

10. ESTUDIO TERMODINÁMICO

10.1. CICLO IDEAL

El ciclo Stirling se compone de dos isotérmicas y dos isométricas como se muestra a continuación en los diagramas P – V Y T – S:



Como se ve en la figura, las transformaciones 1-2 y 3-4 son isotérmicas a temperaturas T_f y T_c respectivamente, y las transformaciones 2-3 y 4-1 son isométricas a V_{\min} y V_{\max} respectivamente.

Siendo:

T_f : Temperatura de la fuente fría.

T_c : Temperatura de la fuente caliente.

V_{\max} : Volumen máximo del ciclo.

V_{\min} : Volumen mínimo del ciclo.



Q_{2-3} : Calor transferido al sistema a $V_{\text{mín}}$.

Q_{3-4} : Calor transferido al sistema durante el proceso de expansión isotérmica a T_c .

Q_{4-1} : Calor extraído del sistema a $V_{\text{máx}}$.

Q_{1-2} : Calor extraído del sistema durante el proceso de compresión isotérmica a T_f .

El área rallada corresponde a la cantidad de calor que es regenerado. Siendo Q_{2-3} el calor que deja el fluido al pasar por el regenerador de la zona caliente a la fría y Q_{4-1} el calor que es transferido al fluido desde el regenerador, al pasar de la zona fría a la zona caliente.

10.1.1. CÁLCULO DE TRANSFERENCIAS DE CALOR EN EL CICLO

10.1.1.1. CALOR TRANSFERIDO A $V_{\text{máx}}$ CONSTANTE (2-3):

$$Q_{2-3} = \dot{m} \cdot C_v \cdot (T_c - T_f)$$

$$Q_{2-3} = 0.00082 \text{Kg} \cdot \left(600 \text{rpm} \cdot \frac{60 \text{min}}{1 \text{h}}\right) \cdot 0.1715 \frac{\text{KCal}}{\text{Kg}^\circ\text{K}} (573^\circ\text{K} - 323^\circ\text{K})$$

$$Q_{2-3} = 1272.72 \frac{\text{KCal}}{\text{h}}$$

10.1.1.2. CALOR TRANSFERIDO DURANTE LA EXPANSIÓN A T_c CONSTANTE (3-4):

$$Q_{3-4} = \dot{m} \cdot R \cdot T_c \cdot \ln\left(\frac{V_{\text{máx}}}{V_{\text{mín}}}\right) \quad \text{con} \quad r_c = \frac{V_{\text{máx}}}{V_{\text{mín}}} \quad (\text{relación de compresión})$$

$$Q_{3-4} = 0.00082 \text{Kg} \cdot \left(600 \text{rpm} \cdot \frac{60 \text{min}}{1 \text{h}}\right) \cdot 29.27 \frac{\text{Kgm}}{\text{Kg}^\circ\text{K}} \cdot 573^\circ\text{K} \cdot \ln(3.20)$$



$$Q_{3-4} = 1355.36 \frac{\text{KCal}}{\text{h}}$$

10.1.1.3. CALOR TRANSFERIDO A $V_{\text{mín}}$ CONSTANTE (4-1)

$$Q_{4-1} = \dot{m} C_v (T_c - T_f)$$

$$Q_{4-1} = 0.00082 \text{Kg} \cdot \left(600 \text{rpm} \cdot \frac{60 \text{min}}{1 \text{h}} \right) \cdot 0.1715 \frac{\text{KCal}}{\text{Kg}^\circ\text{K}} (573^\circ\text{K} - 323^\circ\text{K})$$

$$Q_{4-1} = 1272.72 \frac{\text{KCal}}{\text{h}}$$

10.1.1.4. CALOR TRANSFERIDO DURANTE LA EXPANSIÓN A T_c CONSTANTE (1-2)

$$Q_{1-2} = \dot{m} \cdot R \cdot T_f \cdot \ln \left(\frac{V_{\text{máx}}}{V_{\text{mín}}} \right) \quad \text{con} \quad r_c = \frac{V_{\text{máx}}}{V_{\text{mín}}} \quad (\text{relación de compresión})$$

$$Q_{1-2} = 0.00082 \text{Kg} \cdot \left(600 \text{rpm} \cdot \frac{60 \text{min}}{1 \text{h}} \right) \cdot 29.27 \frac{\text{Kgm}}{\text{Kg}^\circ\text{K}} \cdot 323^\circ\text{K} \cdot \ln(3.20)$$

$$Q_{1-2} = 764.02 \frac{\text{KCal}}{\text{h}}$$

Potencia teórica ideal del ciclo = 0.92HP



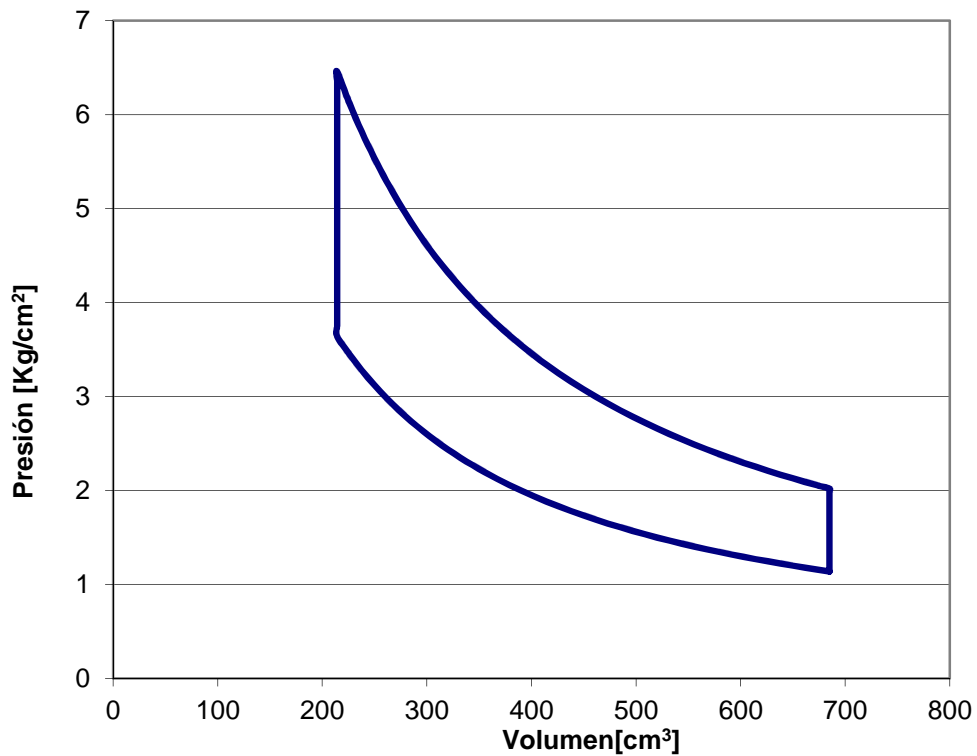
11. RENDIMIENTOS

CONCEPTO		VALOR
Rendimiento del ciclo ideal sin regeneración	$\eta_t =$	0.2250
Rendimiento con regeneración ideal	$\eta_{tr} =$	0.4363
Rendimiento ciclo Carnot	$\eta_{tc} =$	0.4363
Rendimiento de regeneración (estimado)	$\eta_p =$	0.7000
Rendimiento del ciclo límite (70%reg)	$\eta_L =$	0.3404
Rendimiento cualitativo	$\eta_c =$	0.4808
Rendimiento mecánico (estimado)	$\eta_m =$	0.8000
Rendimiento total	$\eta_t =$	0.1678

12. DIAGRAMAS CARACTERÍSTICOS

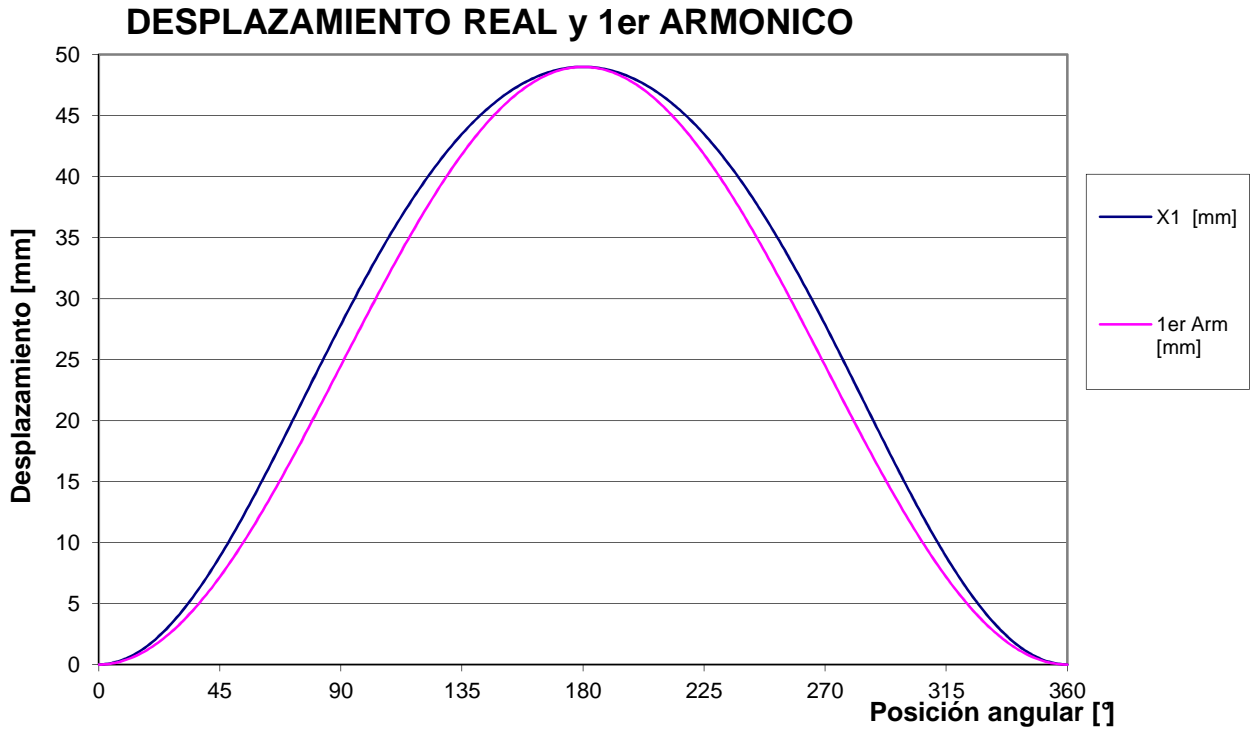
12.1. DIAGRAMA INDICADO TEÓRICO

CICLO DE STIRLING TEORICO - DIAGRAMA MECANICO (p-V)

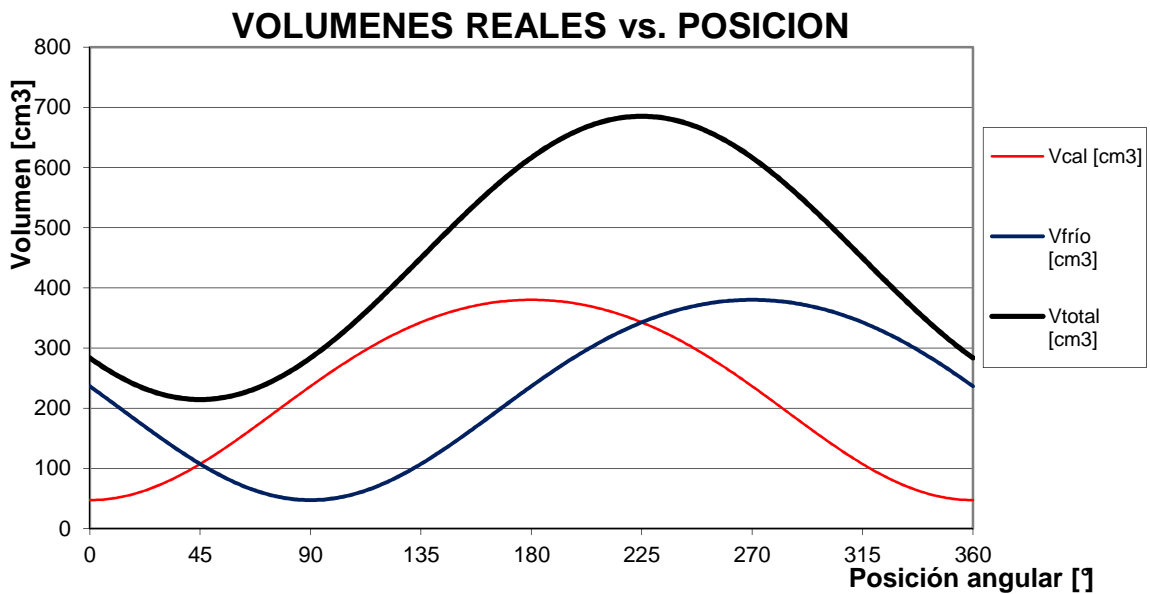




12.2. DIAGRAMA DE DESPLAZAMIENTO

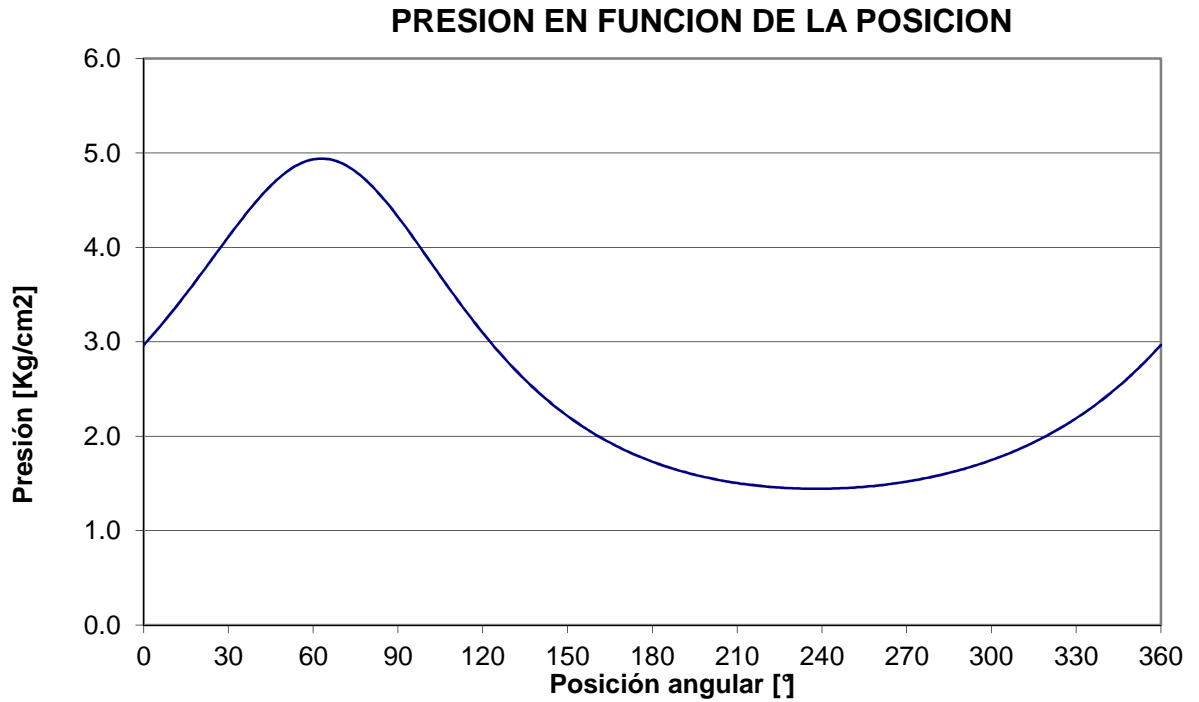


12.3. VARIACIÓN DE VOLUMENES

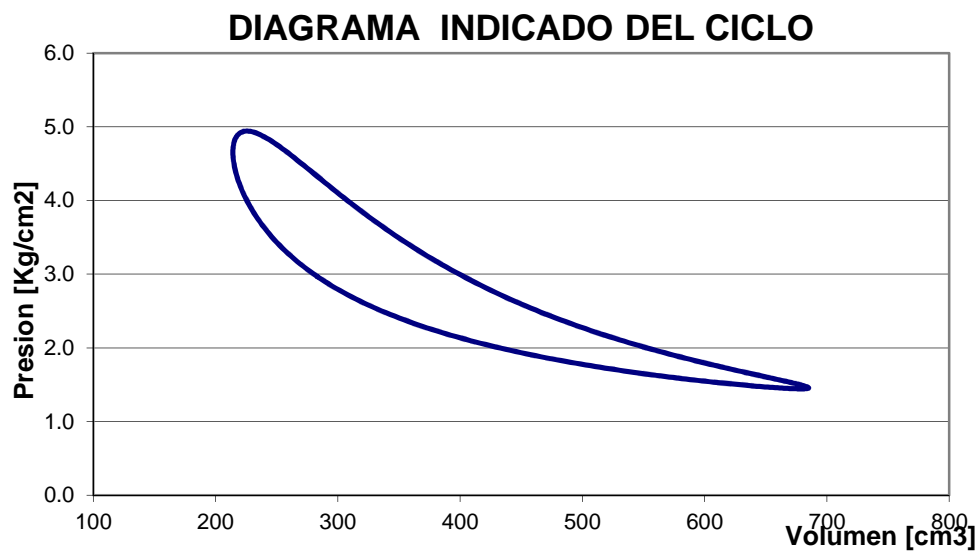




12.4. VARIACIÓN DE PRESIÓN

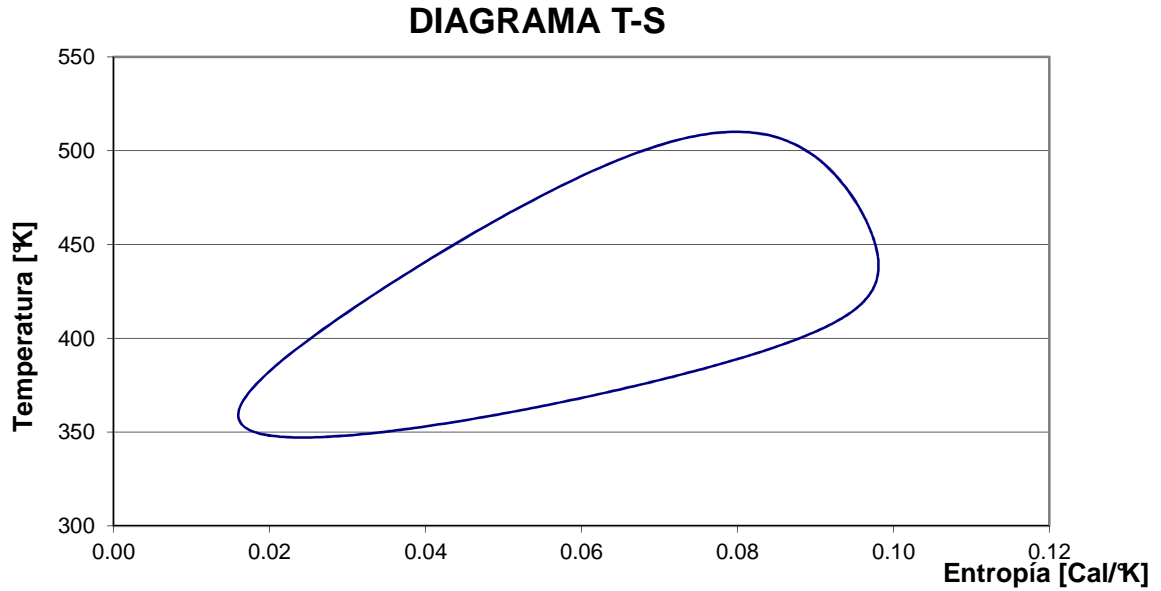


12.5. DIAGRAMA INDICADO REAL

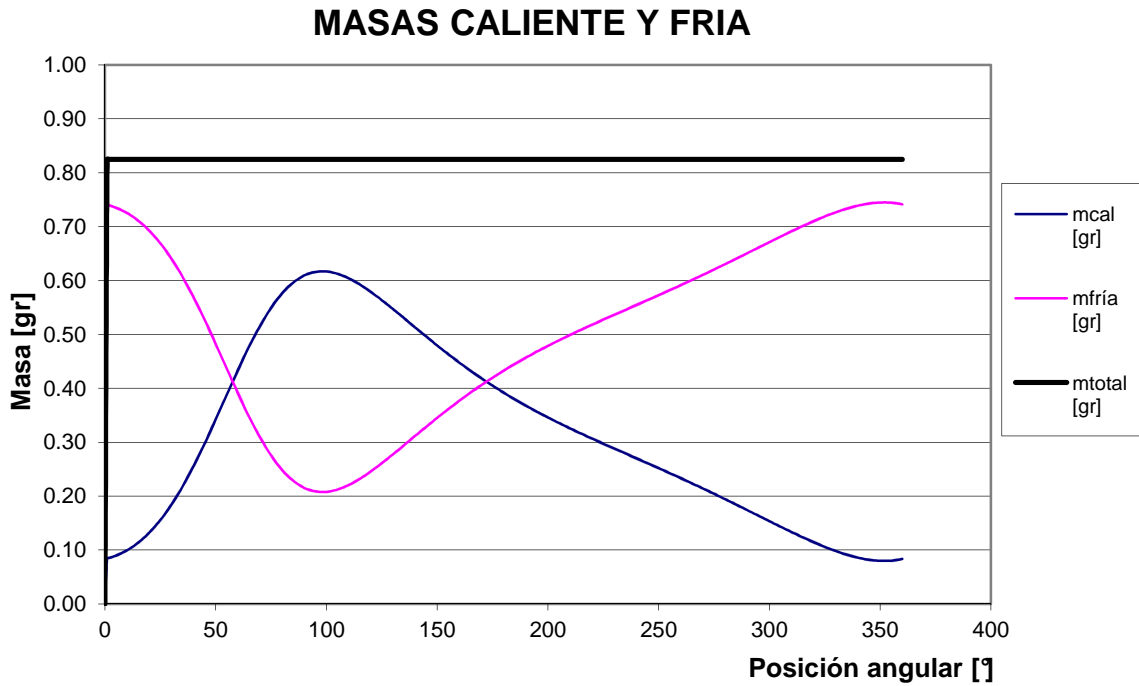




12.6. DIAGRAMA T – S

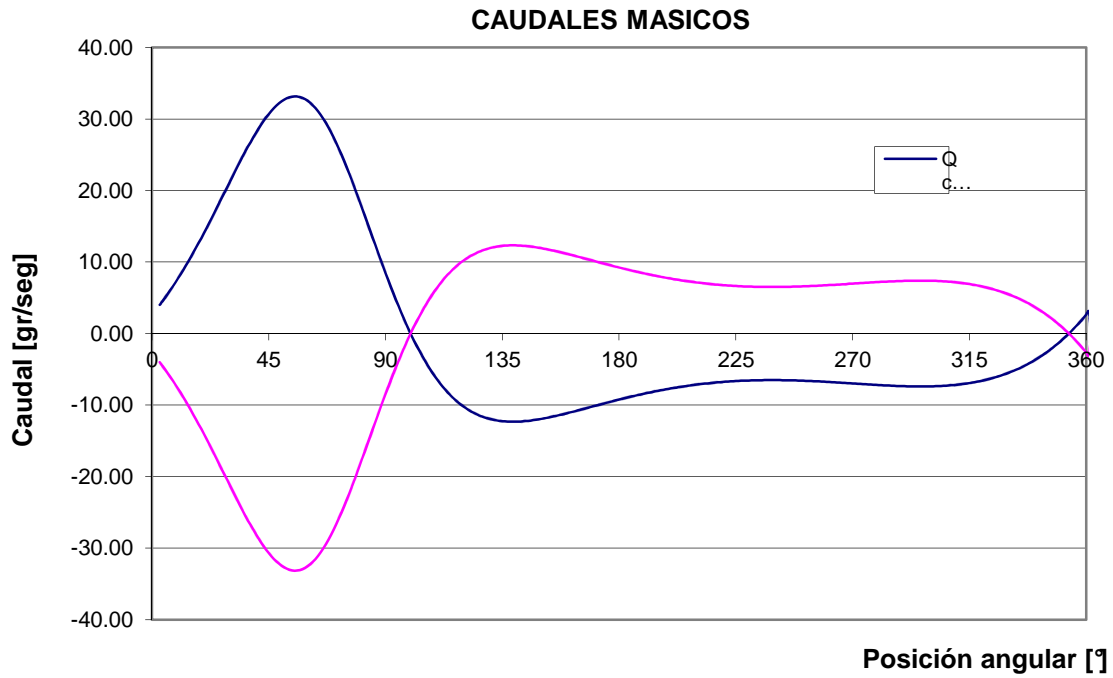


12.7. VARIACIÓN MÁSCA



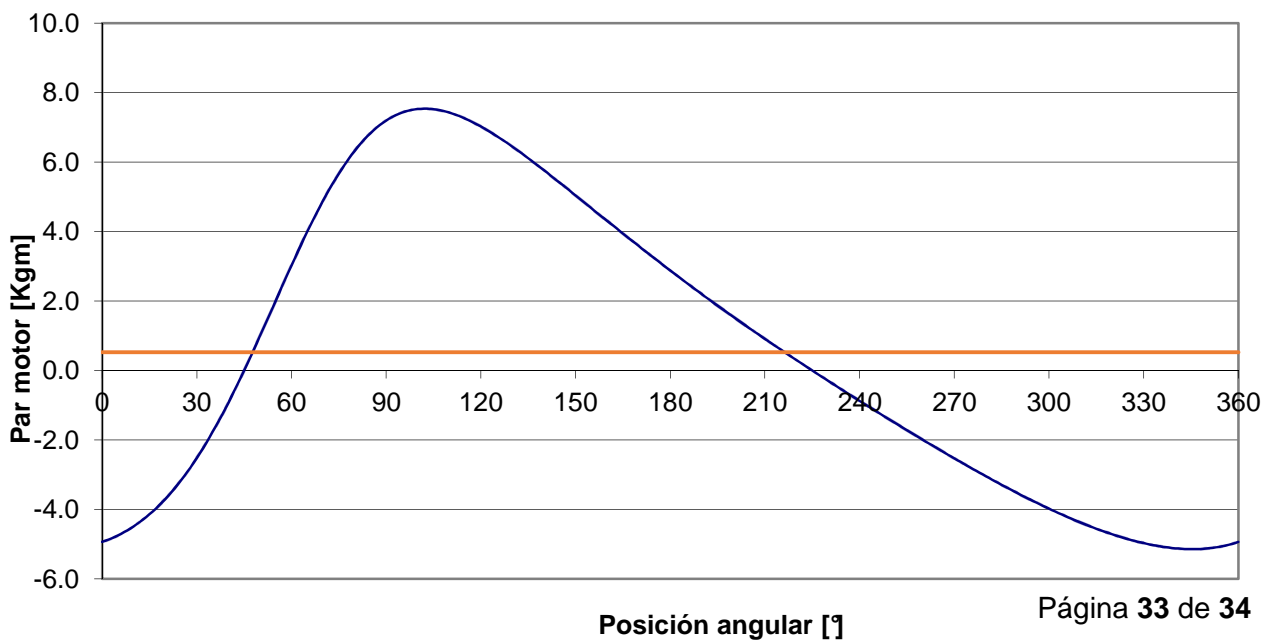


12.8. VARIACIÓN DE CAUDALES MÁSICOS



12.9. PAR MOTOR

PAR MOTOR EN FUNCION DE LA POSICION





13. CONCLUSIONES

Como resultado del estudio realizado, hemos determinado que las dimensiones iniciales permiten el funcionamiento del prototipo académico V90.

14. RECOMENDACIONES

Como recomendación para futuros trabajos, sugiero entender inicialmente el principio de funcionamiento y las bases teóricas que fundamentan el mismo. Por otro lado, es importante recopilar información acerca de los trabajos realizados sobre la misma temática.

15. BIBLIOGRAFÍA

- Organ, J Allan, (2014), Stirling Cycle Engines, Reino Unido, John Wiley & Sons, Ltd.
- Peña, Beatriz, Versión Doméstica Del Motor Stirling, I.E.S Cardenal López, Mendoza, Argentina.
- Agüero, V Raúl, (2016), Diseño y Construcción De Un Motor Stirling Para La Generación De Energía Eléctrica, Universidad Nacional De Ingeniería Facultad De Ingeniería Mecánica, Lima, Perú.
- Focke, R Jost, El Motor De Multicombustibles Stirling.