# DISEÑO CON OPTIMIZACIÓN TOPOLÓGICA EN INGENIERÍA MECÁNICA

Héctor Mina*(1); Alejandro Bailo (1), Emanuel Giordano(1)

(1)UTN Facultad Regional San Francisco (Córdoba)
Avenida de la Universidad 501 (2400) San Francisco (Córdoba)
*hector.omar.mina@gmail.com

## INTRODUCCIÓN

El estudio de topología realiza una optimización de la topología no paramétrica de las piezas.

A partir de un espacio de diseño máximo y considerando todas las cargas, sujeciones y restricciones de fabricación aplicadas, la optimización de la topología busca una nueva distribución de materiales dentro de los límites de la geometría máxima permitida mediante la redistribución del material.

La optimización topológica (OT) es una herramienta matemática que le permite al diseñador sintetizar topologías óptimas. En Ingeniería Mecánica se entiende como topología óptima a una pieza o parte mecánica diseñada especialmente para maximizar o minimizar alguna característica deseada. Por ejemplo, cuando se diseña el ala de un avión se desea obtener el menor peso posible, asegurando una rigidez y resistencia adecuadas. El problema de la máxima rigidez con restricción de volumen es de gran importancia en Ingeniería Mecánica e Ingeniería de Estructuras, pues permite reducir el peso final del elemento mecánico o estructural, conservando su rigidez y funcionalidad. Partes mecánicas de bajo peso implican menores costos por material y menor consumo de combustible en el caso de vehículos de transporte [1]. En general, la reducción de la inercia en partes en movimiento, sea maquinaria o vehículos, disminuye la cantidad de energía necesaria para su operación.

La OT es un campo de investigación de rápido crecimiento, donde intervienen distintas áreas como son las matemáticas, la mecánica y las ciencias computacionales, y que cuenta con importantes aplicaciones prácticas en la industria y en el sector de manufactura. En la actualidad, la OT es usada en las industrias aeroespacial, automotriz, de obras civiles, entre otras.

La Figura 1 (derecha) muestra una carcasa con restricciones en la zona de fijación mediante espárragos roscados y una carga (F) en los alojamientos de los rodamientos. Entonces, el enunciado de un problema de máxima rigidez (o mínima flexibilidad) con restricción de volumen es:

*¿Cuál es la distribución de material que proporciona la máxima rigidez (o mínima flexibilidad) para el estado de carga impuesto y un máximo volumen de material determinado?*

También se muestra (izquierda) la topología óptima obtenida para el estado de carga mostrado y el volumen final de la estructura igual al 80% del volumen inicial.

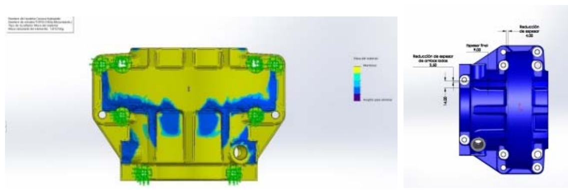

**Fig. 1.** Problema de máxima rigidez con restricción de volumen. **Fuente:** elaboración propia.

## METODO

La optimización de topología es el tipo más común de optimización estructural. Se utiliza en la fase inicial del diseño para predecir la distribución óptima del material dentro de un determinado espacio de diseño inicial de una estructura, y tiene en cuenta las especificaciones funcionales y las restricciones de fabricación.

El método matemático más popular para la optimización de topología es el método de material isotrópico sólido con penalización (**SIMP**). *Bendsoe y Kikuchi (1988)* y *Rozvany y Zhou (1992)* propusieron inicialmente el método SIMP. El método SIMP predice una distribución óptima del material dentro de un espacio de diseño determinado, para casos de carga determinados, condiciones de contorno, restricciones de fabricación y requisitos de rendimiento.

Según *Bendsoe (1989): "la optimización de la forma en su configuración más general debe consistir en una determinación para cada punto del espacio, independientemente de que haya material en ese punto o no".* El enfoque tradicional para la optimización de topología es la individualización de un dominio en una rejilla de elementos finitos denominados microestructuras sólidas isotrópicas. Cada elemento se rellena con material para regiones que requieren material, o se vacía de material para regiones donde se puede eliminar material (que representa vacíos). La distribución de densidad del material dentro de un dominio de diseño, ρ, es individual, y a cada elemento se le asigna un valor binario:

$\rho_{(e)} = 1$, donde se requiere material

$\rho_{(e)} = 0$, donde se elimina material

## Implementación numérica

El sistema de ecuaciones lineales que se obtiene en la solución de un problema de elasticidad lineal usando el método de los elementos finitos (MEF) es de la forma:

$$\mathbf{Ku=f} \quad (1)$$

Donde **u** y f son los desplazamientos y fuerzas externas aplicadas en los nodos, respectivamente. El término **K** es la matriz de rigidez global, que está dada por la suma coherente (también llamado proceso de ensamble de la matriz global) de las matrices de rigidez de cada elemento:

$$\mathbf{K}^e = \sum \mathbf{K}^e \quad \text{para} \quad i=1,2,\cdots,N_e \quad (2)$$

Donde $N_e$ es el número total de elementos finitos usados para discretizar el dominio. La matriz de rigidez de cada elemento se obtiene de la siguiente expresión:

$$\mathbf{K}^e = \int \mathbf{B}^T \quad \mathbf{DB}d\Omega \quad (3)$$

Donde **D** es la matriz de material para el caso de esfuerzo plano [7], **B** es la matriz de las derivadas de las funciones de forma y **Ω** representa el dominio de diseño [8].

Como la idea de la OT es distribuir cierta cantidad de material en el dominio, de tal forma que la rigidez sea la máxima posible, se necesita un mecanismo para modelar la presencia o ausencia de material. En este trabajo se usó el modelo de material sólido isotrópico con penalización (SIMP). En este modelo, cada elemento finito tiene asociada una variable llamada pseudensidad (ρ), que multiplica la matriz de rigidez del elemento de la siguiente manera:

$$\hat{\mathbf{K}}_i^e = \rho_i^p \boldsymbol{K}_i^e \quad (4)$$

Donde $p$ es un factor de penalización usado para reducir los valores intermedios de las pseudodensidades. Estas presentan valores entre cero y uno, donde cero representa ausencia total de material y uno representa la presencia del material de base usado en el diseño. Por cuestiones de implementación numérica, las pseudensidades no pueden tener valores discretos de 0 y 1, sino una variación continua entre estos dos valores ($0 \leq \boldsymbol{\rho} \leq 1$).

La energía de deformación aumenta a medida que la estructura se deforma, por tanto, el proceso de optimización consiste en hallar el conjunto de valores $\rho_i$ que la minimizan.

## CONCLUSIONES

En este trabajo, el problema de máxima rigidez con restricción de volumen fue implementado usando el método SIMP de la optimización topológica.

La solución utilizada para el desarrollo del cálculo proporciono resultados coherentes con los reportados en la literatura.

Finalmente, una pieza mecánica fue rediseñada con el propósito de reducir su peso. La solución generó una estructura óptima con una geometría, que fue interpretada para obtener un modelo CAD de la pieza mecánica optimizada. El programa de CAD permitió calcular una reducción de peso de 20 %. El software Solidworks Simulation permitió calcular los factores de seguridad, donde el valor final aún cumple las especificaciones de diseño.

Los resultados obtenidos muestran que la OT es una técnica muy útil en el diseño de piezas mecánicas de peso reducido. Las topologías obtenidas llevan, después de un proceso de interpretación, a piezas mecánicas más livianas, manteniendo una resistencia mecánica comparable, según el análisis estático. Las geometrías complejas que se obtienen con la OT pueden ser fácilmente fabricadas con las técnicas modernas de manufactura aditiva.

## REFERENCIAS


[1] Bendsoe, M. P. & Sigmund, O. (2003). *Topology Optimization: Theory, Methods and Applications.* Berlín: Springer Verlag.

[2] Kikuchi, N., Nishiwaki, S., Fonseca, L. S. O. & Silva, E. C. N. (1998). Design optimization method for compliant mechanisms microstructure. *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg*. 151, 401 -417.

[3] Nishiwaki, S., Frecker, M. I., Min, S. & Kikuchi, N. (1998). Topology optimization of compliant mechanisms using the homogenization method. Int. J. Numer. *Meth. Engng.* 42, 535 -559

[4] Timoshenko, S. & Goodier, J. (1970). *Theory of Elasticity.* New York: Mc Graw-Hill.

*[5]* Logan, D. L. (2007). *A First Course in the Finite Element Method.* Thompson, Canada.

[6] Carbonari, R. C. (2003). *Projeto de atuado- res piezelétricos flextensionais usando o método de otimização topológica*. Master's thesis, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo.

[7] Timoshenko, S. & Goodier, J. (1970). *Theory of Elasticity.* New York: Mc Graw-Hill.

*[8]* Logan, D. L. (2007). *A First Course in the Finite Element Method*. Thompson, Canada.

[9] Lin, J., Luo, Z. & Tong, L. (2010). A new multi-objective programming scheme for topology optimization of compliant mechanisms. *Struct Multidisc Optim* 40, 241 - 255.