

## ACCIONAMIENTO CRUZADO DE UNA TOBERA, CONSIDERACIONES CINEMÁTICAS Y LEY DE CONTROL

COVA, WALTER J. D.<sup>(1) (3) (\*)</sup> - JAZNI, JORGE E.<sup>(1) (3)</sup> - NAGUIL, JORGE L.<sup>(1)</sup> –  
PEDRONI, JUAN P.<sup>(1)</sup> - MODESTI, MARIO R.<sup>(2)</sup>

<sup>(1)</sup> Instituto Universitario Aeronáutico, Centro de Investigaciones Aplicadas,  
Departamento Sistemas Electromecánicos.

Av. Fuerza Aérea 6500 – CP(5022) Córdoba – Argentina.

<sup>(\*)</sup> Tel. 0351-4664242 e-mail: wcova@iua.edu.ar

<sup>(2)</sup> Universidad Tecnológica Nacional, Facultad Regional Córdoba,  
CIII - Centro de Investigación en Informática para la Ingeniería, LabSen (Laboratorio de Sensores).  
Maestro Marcelo López y Cruz Roja Argentina – CP(5016) Córdoba – Argentina.

<sup>(3)</sup> Universidad Tecnológica Nacional, Facultad Regional Córdoba,  
CUDAR - Centro Universitario de Desarrollo en Automación y Robótica.  
Maestro Marcelo López y Cruz Roja Argentina – CP(5016) Córdoba – Argentina.

### RESUMEN

Se analizan las restricciones cinemáticas impuestas por la utilización de dos actuadores montados ortogonalmente entre sí para la orientación del eje de una tobera (sistema de control de empuje de un vehículo de lanzamiento), empleando pivotamientos asimilables a una cruceta. Se discute la realización de las funciones de cinemática directa e inversa mediante diferentes aproximaciones a las formulaciones analíticas, con el objeto de reducir los requerimientos sobre el procesador digital de comandos. Se estudian las condiciones de ortodromicidad aplicables a la trayectoria del eje de la tobera y se genera la correspondiente ley de control para el movimiento combinado de los actuadores, sometida a las especificaciones de comportamiento dinámico impuestas por los requerimientos de diseño. Se validan los resultados obtenidos mediante simulaciones en condiciones de funcionamiento no lineal y lineal (respectivamente para grandes y pequeñas señales), que incluyen el cálculo del índice de comportamiento, definido en función del desvío de la trayectoria real del eje de la tobera respecto de la ortodrómica optimal.

### 1.- INTRODUCCIÓN

La utilización de toberas individualmente pivotantes (*swiveling nozzle*) o moviéndose en conjunto con su cámara de combustión (*gimbaled motor*), constituye una solución muy difundida para el control del vector empuje en vehículos lanzadores, pudiendo emplear accionamientos hidráulicos, electrohidráulicos o electromecánicos, de acuerdo a las potencias en juego.

Si bien existen antecedentes [1] que se remontan a los lanzadores Viking (1949) referidos al empleo de toberas o motores de reacción orientables para las maniobras de control de actitud, especialmente durante las fases de vuelo de

baja presión dinámica, los aspectos relativos al control de posicionamiento de la(s) tobera(s) no se encuentran cubiertos explícitamente. En [2], Greensite describe la linealización de un actuador electrohidráulico para la tobera de la primera etapa de un lanzador, limitando su análisis al movimiento en un plano. Rodríguez [3] presenta una descripción genérica de diferentes aplicaciones espaciales de actuadores electromecánicos. Roth [4] y Weir y Cowan [5] enfocan sus aportes al diseño y ensayo de electromotores especiales para actuadores. A su vez, Byrd y Parker [6] estudian la influencia de las fuerzas transitorias originadas por el encendido y apagado del motor de reacción sobre un actuador electromecánico.

El abordaje de esta temática, integrada en los aspectos generales de guiado y control, es incipiente en nuestro País, apareciendo como más viable desde el punto de vista tecnológico local la realización de posicionadores basados en actuadores electromecánicos que facilitan la ejecución de montajes destinados a la validación experimental de los conceptos desarrollados.

El presente trabajo tiene por objeto el estudio de las relaciones cinemáticas que rigen el movimiento de un motor de reacción orientable para grandes ángulos de deflexión, como asimismo la determinación formal de los comandos a ser suministrados por el autopiloto al objeto de garantizar que la trayectoria descrita por el eje de la tobera sea tal que minimice las componentes del empuje en direcciones no deseadas.

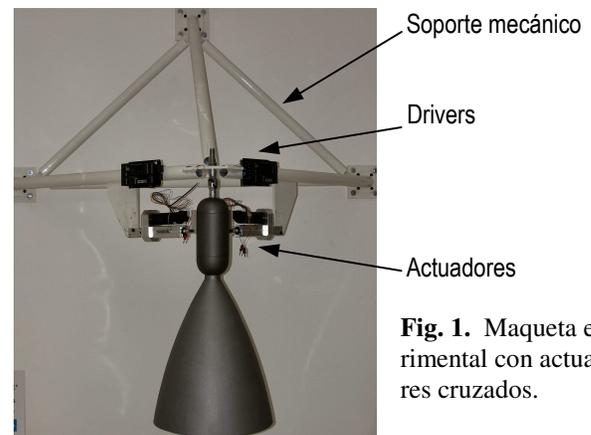
En lo metodológico, se consideran a los actuadores y sus amplificadores de potencia (drivers) definidos por especificaciones de operación, que conducen a funciones de transferencia con limitaciones de velocidad y aceleración en la variable de desplazamiento. La prescripción de minimizar componentes de empuje indeseadas a lo largo de la trayectoria de la tobera conduce a un problema de optimización geométrica. Como consecuencia, se deduce un índice de comportamiento que caracteriza la calidad de la trayectoria y se determina una ley de control que minimiza ese índice. Dicha ley se implementa en un controlador de tiempo discreto operando con un período de muestreo de 10 ms, verificándose por medio de simulación su adecuada operación en los dominios lineal y no lineal de los actuadores.

En la Sección 2 de este trabajo se deducen las relaciones entre ángulos y elongaciones, que definen la cinemática directa del mecanismo; mientras que la Sección 3 analiza la cinemática inversa y las diferentes alternativas para implementar los cálculos correspondientes en un microcontrolador digital, junto con la cuantificación de los errores emergentes. La Sección 4 centra su enfoque en la obtención de una ley de control para el movimiento combinado de los efectores que asegure la ortodromicidad de las trayectorias descritas por el eje de la tobera, respetando las

especificaciones operativas de los actuadores. En el apartado de Conclusiones se resumen los resultados alcanzados y se plantean futuros desarrollos.

## 2. ESTUDIO DE LA CINEMÁTICA DIRECTA.

La Figura 1 muestra un montaje experimental que simula la cámara de combustión y la tobera de la segunda etapa a propulsante líquido de un vehículo lanzador.



**Fig. 1.** Maqueta experimental con actuadores cruzados.

Debe ser aclarado que este montaje es sólo una de las múltiples realizaciones posibles.

### 2.1. Planteamiento Geométrico.

En la posición neutra o de reposo se considera que el eje de la tobera es vertical y pasa por O (ver Fig. 2). Los puntos A y B son los puntos de fijación de los actuadores 1 y 2 a la estructura del vehículo, mientras que P y Q corresponden a las fijaciones contra el cuerpo de la cámara de combustión, solidaria a la tobera. En situación de reposo los puntos A, B, P y Q son coplanares y las elongaciones ( $e_1$  y  $e_2$ ) proporcionadas por los actuadores son por definición nulas.

La Fig. 3 esquematiza la terna de referencia y la disposición (distancias de montaje) de los componentes. El origen O corresponde al centro de la cruceta de suspensión. La terna  $\{x_f, y_f, z_f\}$

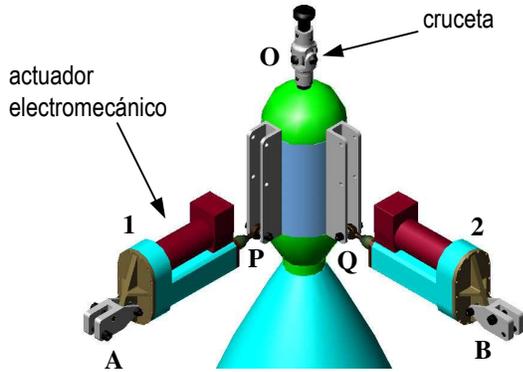


Fig. 2. Disposición esquemática.

se toma paralela a los ejes del vehículo  $\{x_b, y_b, z_b\}$ , coincidiendo  $y_f$  y  $z_f$  con los ejes de giro de la cruceca.

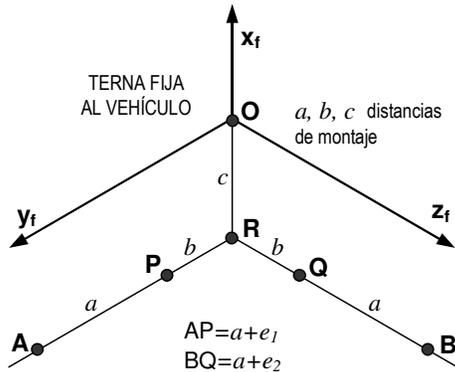


Fig. 3. Geometría.

De acuerdo a la convención adoptada, el actuador 2 (QB) hace rotar al eje de la tobera alrededor del eje  $Oy_f$ , mientras que el actuador 1 (PA) lo hace rotar alrededor del eje  $Oz_f$ . El punto R corresponde a la intersección del eje de la tobera con el plano APQB en la situación neutra o de reposo.

## 2.2. Rotaciones.

Sea la terna  $\{x_p, y_p, z_p\}$ , solidaria a la tobera móvil, con origen en el punto de pivotamiento O y coincidente con la terna fija al vehículo  $\{x_f, y_f, z_f\}$  en el estado neutro (Fig. 4).

Para pasar de  $\{x_f, y_f, z_f\}$  a  $\{x_p, y_p, z_p\}$  de acuerdo a los movimientos que permite la cruceca

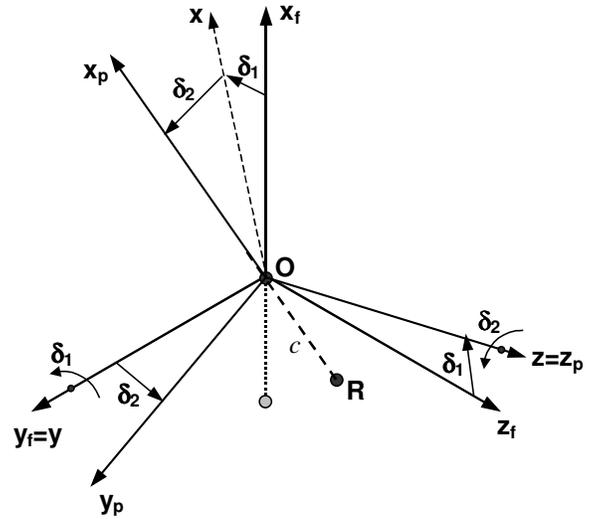


Fig. 4. Ternas fija y pivotante.

han de realizarse las rotaciones  $\delta_1$  y  $\delta_2$  según el esquema

$$\{x_f, y_f, z_f\} \xrightarrow{T_1(\delta_1)} \{x, y, z\} \xrightarrow{T_2(\delta_2)} \{x_p, y_p, z_p\}$$

$$T_1 = \begin{bmatrix} c\delta_1 & 0 & s\delta_1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -s\delta_1 & 0 & c\delta_1 \end{bmatrix}; T_2 = \begin{bmatrix} c\delta_2 & -s\delta_2 & 0 \\ s\delta_2 & c\delta_2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad (1)$$

$$\begin{bmatrix} x_f & y_f & z_f \end{bmatrix}^T = T_1 T_2 \cdot \begin{bmatrix} x_p & y_p & z_p \end{bmatrix}^T;$$

$$T_1 T_2 = \begin{bmatrix} c\delta_1 c\delta_2 & -c\delta_1 s\delta_2 & s\delta_1 \\ s\delta_2 & c\delta_2 & 0 \\ -s\delta_1 c\delta_2 & s\delta_1 s\delta_2 & c\delta_1 \end{bmatrix}; \quad (2)$$

donde se abrevia  $s\delta \equiv \sin\delta$  y  $c\delta \equiv \cos\delta$ .

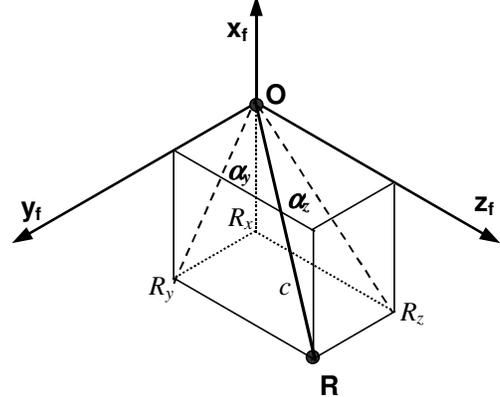


Fig. 5. Orientación del eje de la tobera.

La Fig. 5 muestra las coordenadas de R en el sistema fijo. Los ángulos  $\alpha_y$  y  $\alpha_z$  son las deflexio-

nes de la tobera comandadas por el autopiloto y valen las relaciones

$$\tan(\alpha_y) = \frac{R_y}{R_x}; \quad \tan \alpha_z = \frac{R_z}{-R_x}; \quad (3)$$

por lo que, dados los ángulos  $\alpha_y$  y  $\alpha_z$  y la distancia de montaje  $c$ , es inmediato que:

$$R_x = \frac{-c}{\sqrt{1 + \tan^2 \alpha_y + \tan^2 \alpha_z}}; \quad (4)$$

$$R_y = -R_x \tan \alpha_y; \quad R_z = -R_x \tan \alpha_z .$$

Por otra parte, de (2) se sabe que

$$\begin{bmatrix} R_x & R_y & R_z \end{bmatrix}_f^T = T_1 T_2 \cdot \begin{bmatrix} -c & 0 & 0 \end{bmatrix}_p^T \quad (5)$$

operando, resulta para los ángulos  $\delta_1$  y  $\delta_2$

$$\delta_1 = \tan^{-1}\left(\frac{-R_z}{R_x}\right); \quad \delta_2 = \sin^{-1}\left(\frac{-R_y}{c}\right); \quad (6)$$

que, escritos en función de  $\alpha_y$  y  $\alpha_z$  dan

$$\delta_1 = \alpha_z; \quad \delta_2 = \sin^{-1}\left(\frac{\tan \alpha_y}{\sqrt{1 + \tan^2 \alpha_y + \tan^2 \alpha_z}}\right). \quad (7)$$

### 2.3. Elongaciones.

Los puntos P y Q son solidarios a la tobera, y tienen coordenadas constantes en el sistema pivotante:  $P_p = [-c \ b \ 0]^T$ ;  $Q_p = [-c \ 0 \ b]^T$ ; mientras que sus coordenadas en el sistema fijo son variables y pueden ser evaluadas mediante las matrices  $T_1$  y  $T_2$  para, a partir de ellas, calcular luego las elongaciones de los actuadores 1 y 2.

Dados  $\alpha_y$  y  $\alpha_z$  se determinan  $\delta_1$  y  $\delta_2$  mediante las (7) y consecuentemente las matrices  $T_1$  y  $T_2$  con las que se calculan las coordenadas de los puntos P y Q en la terna fija al vehículo,

$$P_f = T_1 T_2 \cdot P_p; \quad Q_f = T_1 T_2 \cdot Q_p \quad (8)$$

Por su parte las coordenadas de los puntos A y B (fijos al vehículo) son

$$A_f = [-c \ a+b \ 0]^T; \quad B_f = [-c \ 0 \ a+b]^T, \quad (9)$$

con lo que las elongaciones para lograr la orientación deseada del eje de la tobera, podrán calcularse mediante normas euclídeas aplicando las expresiones

$$a + e_1 = \|A - P\| \Rightarrow e_1 = \|A - P\| - a \quad (10)$$

$$a + e_2 = \|B - Q\| \Rightarrow e_2 = \|B - Q\| - a .$$

Debe observarse que de acuerdo a (10), la posición de los puntos A y B puede ser cualquiera, ya que las elongaciones están definidas en función de distancias y del parámetro constructivo  $a$  (uno solo en este caso). Es concebible que otras formas de montaje puedan resultar más convenientes desde un punto de vista constructivo, por lo que en general esas realizaciones no poseerán la propiedad de simetría ortogonal supuesta en el caso considerado y será:

$$e_1 = \|A - P\| - a_1 \quad (11)$$

$$e_2 = \|B - Q\| - a_2; \quad a_1 \neq a_2 .$$

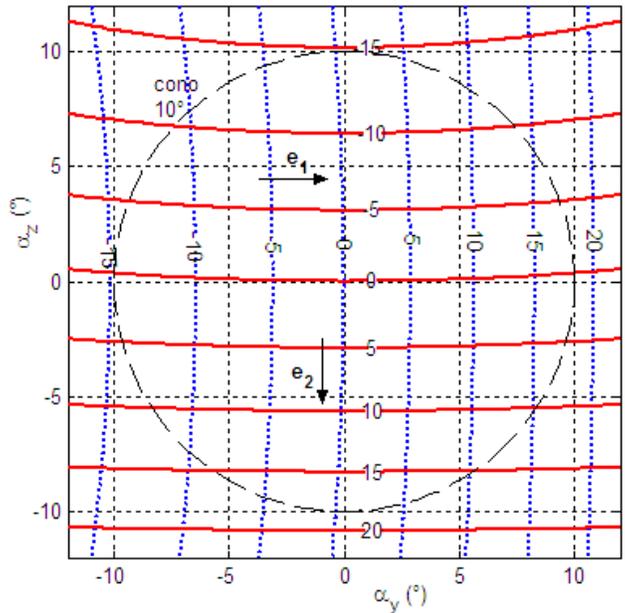


Fig. 6. Curvas de nivel de las elongaciones.

El cálculo de las elongaciones que originan el barrido de un cono de  $10^\circ$  de apertura por parte del eje longitudinal de la tobera, para las distancias de diseño  $a=243.11\text{mm}$ ,  $b=85.89\text{mm}$ ,  $c=96.14\text{mm}$ , arroja los resultados de la Fig. 6. El rango angular especificado (cono de  $10^\circ$  de apertura) es perfectamente alcanzable con elongaciones en el intervalo de  $[-16, +20]\text{mm}$  alrededor de la posición neutra.

### 3. CINEMÁTICA INVERSA.

#### 3.1. Planteamiento.

El cálculo de la cinemática inversa es imprescindible para el control de elongaciones, ya que resulta necesario conocer las posiciones angulares alcanzadas a fin de compararlas con los ángulos comandados por el autopiloto, cerrando de esta manera el lazo de realimentación. Tal como se ha demostrado en 2.3 la cinemática directa resulta en la composición de funciones trigonométricas y cuadráticas, cuya inversión es no trivial:

$$e_1 = \psi_1(\alpha_y, \alpha_z); \quad e_2 = \psi_2(\alpha_y, \alpha_z) \quad (12)$$

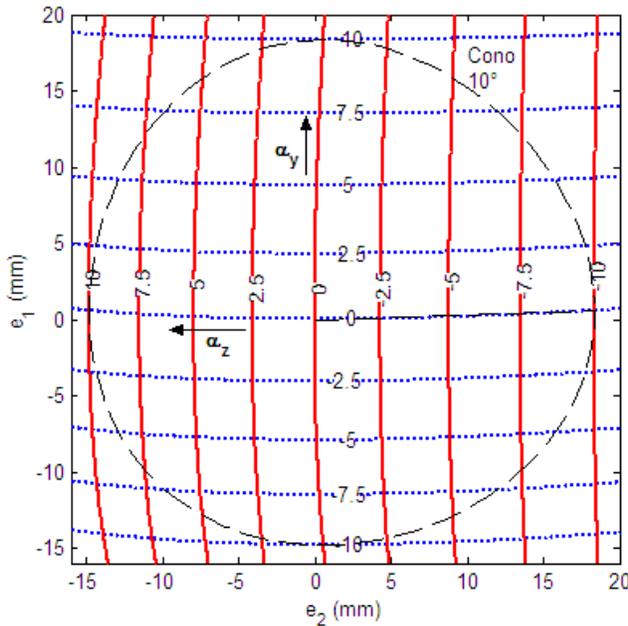


Fig. 7. Curvas de nivel de los ángulos deflectados.

En aras de la simplicidad, se ha optado por la inversión numérica de las tablas que originan la Fig. 6. La Fig. 7 muestra los gráficos resultantes para las funciones

$$\alpha_y = \xi_y(e_1, e_2); \quad \alpha_z = \xi_z(e_1, e_2). \quad (13)$$

Para evaluar los errores cometidos en el procedimiento de inversión numérica se implementó en Simulink® el algoritmo de la Fig. 8.

Los errores así calculados fueron menores en valor absoluto que  $10^{-5}$  radianes, es decir inferiores a 2 segundos de arco. Este valor de precisión numérica es más que un orden de magnitud

mejor que la precisión mecánica de posicionamiento angular ( $\sim 100$  segundos de arco para las condiciones de montaje adoptadas), que se deduce a partir de las especificaciones estáticas de los actuadores (véase Tabla 2).

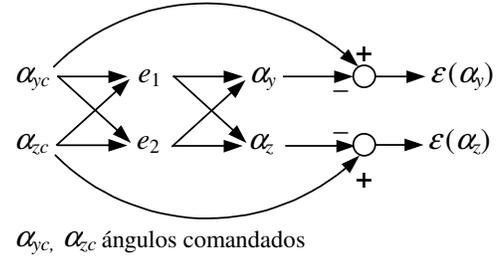


Fig. 8. Cálculo de errores de cinemática.

#### 3.2. Alternativas de implementación.

De acuerdo lo discutido precedentemente, una de las posibles maneras de implementar los cálculos cinemáticos en el controlador de posicionamiento es emplear una búsqueda en tabla con interpolación lineal. Este método requiere de poco procesamiento, pero como contrapartida es grande la memoria insumida para el almacenamiento de las tablas bidimensionales. Así, para el cálculo de errores del punto precedente fueron empleadas 4 tablas: 2 para el cálculo de elongaciones y 2 para los ángulos, con un requerimiento total de memoria cercano a los 128 kbytes.

Se ha investigado el reemplazo de las tablas por polinomios aproximantes, lo que posibilita una drástica reducción de la memoria ocupada.

Se observa en las tablas de las funciones (12) que cada elongación es fuertemente dependiente de un ángulo en particular, actuando el otro como parámetro. Así,  $e_1$  resulta principalmente dependiente de  $\alpha_y$  y lo recíproco ocurre con  $e_2$  respecto de  $\alpha_z$ . Conforme a ello, se han planteado aproximaciones bipolinómicas del tipo

$$e_1 = \psi_1(\alpha_y, \alpha_z) \approx \sum_{k=0}^n \left( \sum_{m=0}^n c_{km} \alpha_z^m \right) \alpha_y^k \quad (14)$$

con expresiones similares para  $e_2$ ,  $\alpha_y$  y  $\alpha_z$ .

Ajustando las aproximaciones por mínimos cuadrados, se obtuvieron diferentes cotas de error en función del grado de los polinomios utilizados.

La Tabla 1 da los errores (calculados aplicando el esquema de la Fig. 8) y el número de coeficientes correspondiente a cada aproximación.

**Tabla 1.** Aproximaciones polinómicas.

Grado del polinomio n	2	3	4	5
Error total máximo (seg. arco)	515	50	1	0.1
Número de coeficientes a almacenar	36	64	100	144

Se concluye entonces que el empleo de aproximantes de cuarto grado, garantiza un error numérico del mismo orden de magnitud que el obtenido aplicando tablas de valores, reduciendo el requerimiento de memoria auxiliar a cero, ya que los coeficientes de los polinomios se pueden almacenar en la misma memoria de programa.

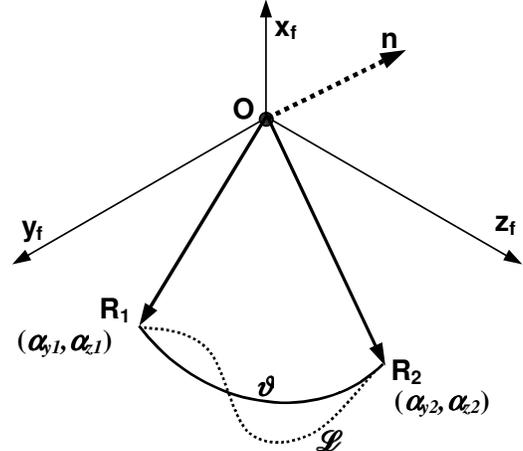
#### 4. CONTROL DEL VECTOR EMPUJE.

##### 4.1. Consideraciones Generales.

Se definirá al *vector de posicionamiento OR* como un versor cuya dirección coincide con el eje de simetría de la tobera, véase la Fig.10. El vector de posicionamiento de la tobera, podrá adoptar cualquier orientación, barriendo su extremo un sector esférico de 20° de apertura angular total (requerimiento de diseño).

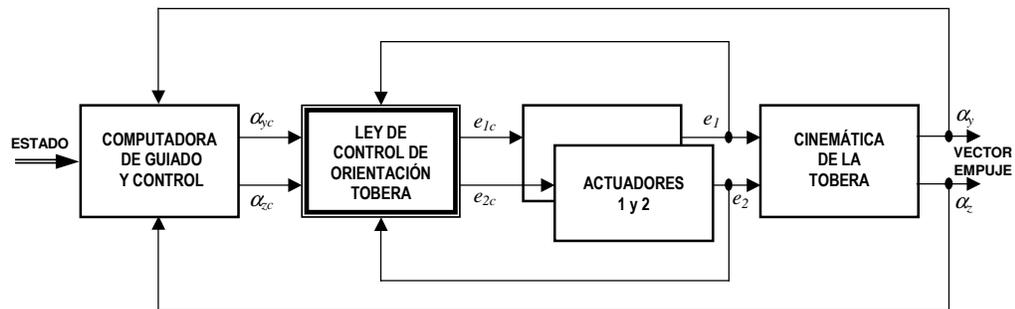
El problema de control se sintetiza en la Fig. 9. El estado de actitud y posición del vehículo junto con la orientación actual del vector empuje alimentan a la Computadora de Guiado y Control (CGC) la que, de acuerdo a la trayectoria nominal perseguida, genera las variables de comando ( $\alpha_{yc}$ ,  $\alpha_{zc}$ ) correspondientes a la orientación deseada del eje de la tobera. El subsistema de electrónica y actuadores, a través de una ley de control adecuada,

debe producir las elongaciones ( $e_1$ ,  $e_2$ ) que lleven la orientación actual de la tobera ( $\alpha_y$ ,  $\alpha_z$ ) a reproducir los valores angulares comandados.



**Fig. 10.** Trayectorias del eje de la tobera.

La orientación del vector empuje corresponde a la dirección del vector *OR* de la Fig. 10. Para cambiar ese vector de la posición  $R_1$  ( $\alpha_{y1}$ ,  $\alpha_{z1}$ ) a la posición  $R_2$  ( $\alpha_{y2}$ ,  $\alpha_{z2}$ ), se describirá una trayectoria sobre la superficie del sector esférico correspondiente al conjunto de las orientaciones alcanzables. Como la distancia mínima entre dos puntos sobre una esfera está dada por la longitud del segmento de círculo máximo comprendido entre los mismos, la trayectoria de mínima distancia (ortodrómica) será entonces un arco de círculo perteneciente al plano definido por  $O$ ,  $R_1$  y  $R_2$ . Consecuentemente, toda otra trayectoria que describa el extremo del vector de posicionamiento resultará no-mínima y será menester contar con un índice de bondad que permita evaluar en cuánto se aparta de una ortodrómica.



**Fig. 9.** Lazo de control del vector empuje.

A su vez, al recorrer una ortodrómica, se minimizan las componentes transitorias del vector empuje en direcciones indeseadas. Los aspectos variacionales de la cuestión ya han sido desarrollados exhaustivamente ([7], [8]) y no se insistirá sobre ellos.

Finalmente, la ley de control a determinar debe tener en cuenta tanto la dinámica como los límites estáticos de los actuadores, cuyas especificaciones se reproducen en la Tabla 2.

**Tabla 2.** Especificaciones de los actuadores.

Especificaciones Estáticas	
Características	Valores
Desplazamiento (elongación) total	42 mm
Desplazamiento controlado	40 mm
Precisión de posicionamiento	$\pm 0.05$ mm
Especificaciones Dinámicas	
Características bajo carga	Valores
Velocidad de posicionamiento <sup>(1)</sup>	$\geq 0.2$ m/s
Aceleración de posicionamiento <sup>(1)</sup>	$\geq 12$ m/s <sup>2</sup>
Ancho de banda de -6dB <sup>(2)</sup>	$\geq 10$ Hz
<sup>(1)</sup> Valores máximos en condiciones de error de posicionamiento por fuera de la banda de linealidad.	
<sup>(2)</sup> Para valores de error de posicionamiento dentro del 10% del rango de desplazamiento controlado ( $\pm 2$ mm).	

## 4.2. Trayectorias del eje de tobera – Índices de bondad.

En la Fig. 10, el arco de círculo con centro en **O** que une los extremos de los vectores de posicionamiento inicial  $\mathbf{R}_1$  y final  $\mathbf{R}_2$  del eje de la tobera, define una trayectoria ortodrómica.  $\mathbf{R}_1$  y  $\mathbf{R}_2$  quedan determinados por los ángulos  $(\alpha_{y1}, \alpha_{z1})$  y  $(\alpha_{y2}, \alpha_{z2})$  comandados por la CGC. La ortodrómica pertenece al plano  $R_1OR_2$ , cuyo vector normal  $\mathbf{n}$  también se ha representado:

$$|\mathbf{n}| = |\mathbf{R}_1 \times \mathbf{R}_2| = \sin(\vartheta) \text{ por ser } |\mathbf{R}_1| = |\mathbf{R}_2| = 1 \quad (15)$$

por lo que la medida del arco que subtiende la ortodrómica y que, expresada en radianes es su longitud, está dada por

$$\vartheta = \sin^{-1}(|\mathbf{n}|) = \sin^{-1}(|\mathbf{R}_1 \times \mathbf{R}_2|). \quad (16)$$

Si el eje de la tobera entre las posiciones inicial y final describe una trayectoria no ortodrómica cualquiera  $\mathcal{L}$ , un índice de calidad para la misma queda definido por la relación entre su

longitud y el largo de la ortodrómica que posee iguales puntos extremos:

$$Q_{\mathcal{L}} = \frac{\int_{\mathcal{L}} dS}{\int_O dS}; \quad dS = [(dx)^2 + (dy)^2 + (dz)^2]^{1/2} \quad (17)$$

La longitud de la ortodrómica está dada por (16):

$$\int_O dS = \int_0^{\vartheta} R d\theta = \vartheta = \sin^{-1}(|\mathbf{R}_{inicial} \times \mathbf{R}_{final}|), \quad (18)$$

siendo en la Fig. 10:  $\mathbf{R}_{inicial} = \mathbf{R}_1$  y  $\mathbf{R}_{final} = \mathbf{R}_2$ . A su vez, el largo de  $\mathcal{L}$  puede ser calculado considerando la trayectoria subdividida en pequeños tramos sucesivos cuyas longitudes se aproximan por el arco del correspondiente círculo osculador:

$$\int_{\mathcal{L}} dS = \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^N R \cdot \Delta\theta_k \quad (19)$$

y tomando para  $N$  un valor suficientemente elevado, se puede escribir la aproximación:

$$\int_{\mathcal{L}} dS \approx \sum_{k=1}^N R \cdot \Delta\theta_k = \sum_{k=1}^N \sin^{-1}(\mathbf{R}_{k-1} \times \mathbf{R}_k) \quad (20)$$

siendo  $\mathbf{R}_0 = \mathbf{R}_{inicial}$  y  $\mathbf{R}_N = \mathbf{R}_{final \text{ trayect.}}$ .

Finalmente,

$$Q_{\mathcal{L}} = \frac{\sum_{k=1}^N \sin^{-1}(\mathbf{R}_{k-1} \times \mathbf{R}_k)}{\sin^{-1}(\mathbf{R}_{inicial} \times \mathbf{R}_{final})}. \quad (21)$$

Se observa que siempre es  $Q_{\mathcal{L}} \geq 1$ , haciéndose tanto mayor su valor cuanto más se aparta la trayectoria de una ortodrómica. Ese apartamiento puede expresarse como porcentaje, llamando  $\delta_o$  a la *discrepancia respecto de la ortodrómica*:

$$\delta_o = 100 \cdot (Q_{\mathcal{L}} - 1). \quad (22)$$

## 4.3. Modelado de los Actuadores.

Las características dinámicas de los servoactuadores serán representadas como caja negra. De acuerdo a la Tabla 2, el funcionamiento de los actuadores en dominio lineal queda descrito por la función de transferencia de lazo cerrado

$$\frac{E_o(s)}{E_c(s)} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}, \quad (23)$$

donde  $E_o(s)$  y  $E_c(s)$  son las transformadas de Laplace de las elongaciones de salida y de comando, respectivamente. Introduciendo los valores límites

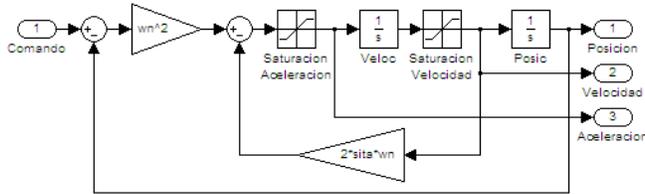


Fig. 11. Modelo de actuador.

estipulados por la misma Tabla, se llega al modelo no lineal en variables de estado de la Fig. 11. Los valores implementados en los bloques *Saturación Aceleración* y *Saturación Velocidad* del modelo, son los mínimos de la Tabla 2 ( $12 \text{ m/s}^2$  y  $0.2 \text{ m/s}$  respectivamente). Para la frecuencia natural y relación de amortiguamiento se han tomado  $\omega_n=2\pi \cdot 10\text{Hz}$  y  $0.71 \leq \zeta \leq 1$  al objeto de asegurar transitorios prácticamente aperiódicos y de buena velocidad de respuesta.

**4.4. Control de orientación.**

Aunque el subsistema de control de orientación de tobera se estructurará con un controlador digital operando a una frecuencia de muestreo de 100 Hz, es conducente considerar los resultados obtenidos mediante simulaciones ‘*continuas*’ para señales grandes, en las que se observan con

claridad los efectos de las no-linealidades de saturación de los servoactuadores.

El esquema de simulación empleado se muestra en la Fig. 12. Implementando el bloque del *Generador de Comandos*, de tal manera que sus salidas reprodujeran exactamente las entradas con independencia de su amplitud relativa y cancelando los prefiltros de ambos canales, se obtuvieron los resultados mostrados en las Figs. 13 y 14, destacándose la gran discrepancia respecto de la ortodrómica ( $\delta_o=60\%$ ) que presenta la trayectoria descrita por el eje de la tobera.

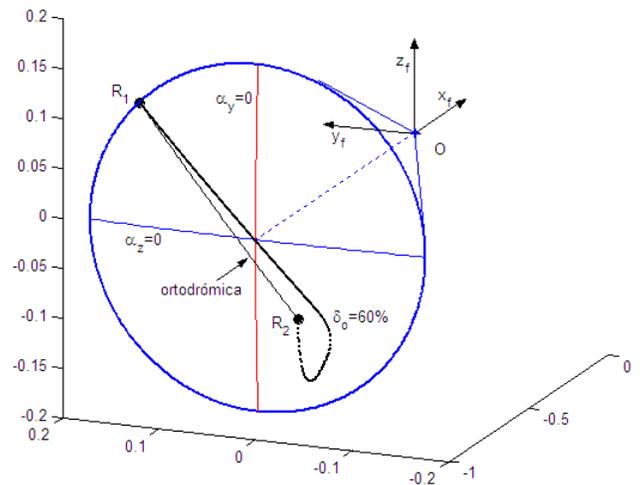


Fig. 13. En trazo grueso, gráfica de la trayectoria obtenida para condiciones iniciales  $(\alpha_{y1}, \alpha_{z1})=(-7.07^\circ, -7.07^\circ)$  y finales  $(\alpha_{y2}, \alpha_{z2})=(2.5^\circ, 4.33^\circ)$ . En trazo fino se grafica la correspondiente ortodrómica.

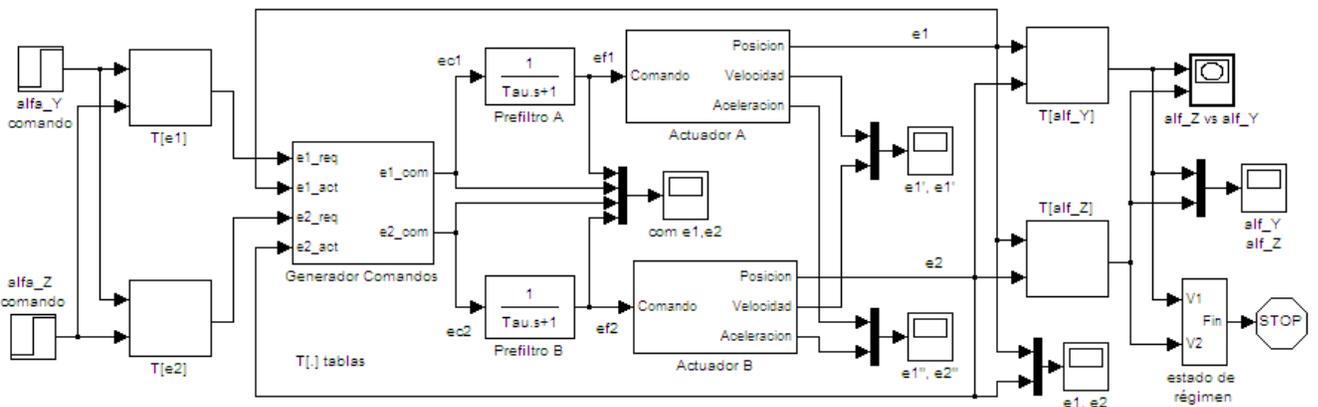


Fig. 12. Modelo del control de posicionamiento.

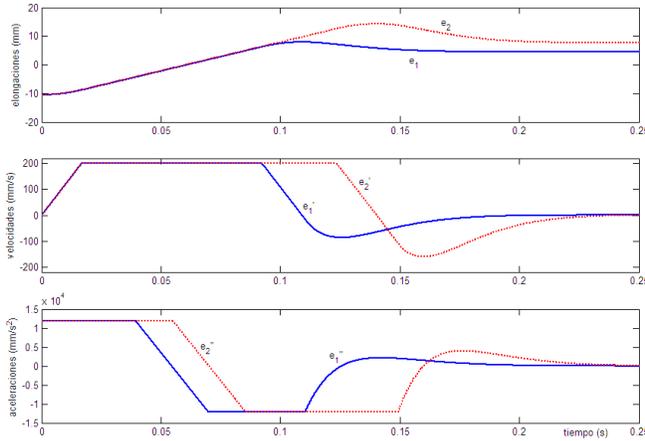


Fig. 14. Elongaciones y sus derivadas.

Se observa en la Fig. 14 un doble efecto de *windup* debido a las saturaciones de aceleración y velocidad; ello a su vez provoca el excesivo sobrepasamiento de las elongaciones y por consiguiente de la trayectoria descrita por el eje de la tobera.

Una taxativa mejora se alcanzó implementando una ley de control que -además de limitar las variables para evitar saturaciones- genera los comandos de ambos canales de modo tal que sus actuadores alcancen *simultáneamente* los valores finales de elongación. Empleando un algoritmo como el listado en (24), se obtuvo una discrepancia de tan solo  $\delta_0=0.03\%$ .

$$\begin{aligned}
 \Delta e_1 &= e_{1,req} - e_{1,actual} \\
 \Delta e_2 &= e_{2,req} - e_{1,actual} \\
 \Delta m &= \max\{|\Delta e_1|, |\Delta e_2|\} \\
 q &= \text{sii}\left(e_{c,sat} < \Delta m, \frac{e_{c,sat}}{\Delta m}, 1\right) \\
 e_{1c} &= e_{1,actual} + q \cdot \Delta e_1 \\
 e_{2c} &= e_{2,actual} + q \cdot \Delta e_2
 \end{aligned} \quad (24)$$

Considerando la modalidad de funcionamiento discreto del controlador, se ajustaron los *Prefiltros* de los canales A y B con una constante de tiempo de 2.5 milisegundos, compatible con el período de muestreo de 10 ms.

Ulteriormente se verificó el funcionamiento del modelo de la Fig. 12 para excitacio-

nes de bajo nivel. Las simulaciones realizadas tuvieron por objeto obtener la respuesta en frecuencia del sistema para pequeñas amplitudes. Se constató una buena coincidencia entre los resultados analíticos y las respuestas medidas en el modelo, lo que contribuye a su validación.

## CONCLUSIONES

La formulación de la cinemática directa resulta independiente del montaje adoptado. Siendo invariante la energía de accionamiento, cada montaje poseerá características fuerza-desplazamiento que le serán peculiares y deberán analizarse en función de las restricciones geométricas y mecánicas de diseño del vehículo. Por lo que hace a la implementación de los cálculos de cinemática directa e inversa que deberán integrarse en el controlador digital de posición, queda pendiente de estudio una posible mejora del comportamiento numérico aplicando aproximaciones basadas en polinomios ortogonales.

La ley de control listada en (24), ha sido validada para un controlador discreto operando a una frecuencia de muestreo de 100 Hz mediante simulación numérica para grandes y pequeñas señales, con resultados satisfactorios. Para implementar prácticamente esta ley se habrán de tener en cuenta tanto las características operativas de los servomotores empleados (limitaciones de corriente y tensión), como las particularidades dinámicas de la carga y las perturbaciones inducidas por el sistema de propulsión. Finalmente, la ley de control puede ser integrada con facilidad a una simulación incluyendo hardware-in-the-loop utilizando la maqueta disponible de la tobera y los actuadores electromecánicos reales.

## RECONOCIMIENTO

El presente trabajo ha sido ejecutado en el marco de los convenios existentes entre la Comisión Nacional de Actividades Espaciales-CONAE, la Asociación de Investigaciones Tecnológicas-AIT y la Universidad Tecnológica Nacional, en las instalaciones del Departamento

Sistemas Electromecánicos (Centro de Investigaciones Aplicadas) del Instituto Universitario Aeronáutico; del Centro Universitario de Desarrollo en Automación y Robótica y del Laboratorio de Sensores e Instrumentación (Centro de Investigaciones en Informática para la Ingeniería) de la UTN-Facultad Regional Córdoba.

## REFERENCIAS

[1] CAIDIN M., 1957. **Vanguard!** E.P. Dutton & Co., Inc., New York, p. 138. Citado por AUTORES VARIOS, 2006. *The U.S. Naval Research Laboratory Fulfilling the Roosevelts' Vision for American Naval Power (1923-2005)*. Naval Research Laboratory, June 30 2006. NRL/MR/1001--06-8951.

[2] GREENSITE ARTHUR L., 1970. **Control Theory: Volume II. Analysis and Design of Space Vehicle Flight Control Systems**. Spartan Books, New York – Washington. ISBN 87671-554-4.

[3] RODRIGUEZ FRANCIS D., 2006. *Electromechanical Motion Control Systems in Spacecraft Applications*. Space 2006 Conference, 19-21 September 2006, San Jose, California. AIAA 2006-7291.

[4] ROTH MARY ELLEN, 1990. *Electromechanical Actuation for Thrust Vector Control Applications*. National Aerospace and Electronics Conference, Dayton, OH, May 21-25, 1990.

[5] WEIR RAE ANN, COWAN JOHN R., 1993. *Development and Test of Electromechanical Actuators for Thrust vector Control*. AIAA, SAE, ASME, and ASEE, Joint Propulsion Conference and Exhibit, 29th, Monterey, CA, June 28-30, 1993.

[6] BYRD VIRGINIA T., PARKER JOEY K., 1997. *Further Consideration of an Electromechanical Thrust Vector Control Actuator Experiencing Large Magnitude Collinear Transient Forces*. Proceedings of the Twenty-Ninth Southeastern Symposium on System Theory, pp. 338-342.

[7] REY PASTOR JULIO, PI CALLEJA PEDRO, TREJO CÉSAR A., 1959. **Análisis Matemático, Vol. III: Análisis funcional y aplicaciones**. Ed. Kapelusz, Buenos Aires, 3<sup>a</sup> edic. 1965; pp 317-318.

[8] TOLLE HENNING, 1971. **Optimierungsverfahren für Variationsaufgaben mit gewöhnlichen Differentialgleichungen als Nebenbedingungen**. Springer Verlag, Berlin/Heidelberg. ISBN 3-540-05162-7, pp 18-22.

