

UNIVERSIDAD TECNOLOGICA NACIONAL
FACULTAD REGIONAL AVELLANEDA

DIRECCION DE POSGRADO

APLICACION DE UNA SIMULACION MATEMATICA
PROBABILISTICA PARA LA EVALUACION DE PROBLEMAS
VISCOELASTICOS DE ESTRUCTURAS DE HORMIGON
(DEFORMACION DIFERIDA Y LA CONTRACCION DE
FRAGUADO)

TESIS DE MAESTRIA EN INGENIERIA ESTRUCTURAL

Tesista: Esp. Ing. Eduardo Velenik Velleni

Director: Prof. Ing. Roberto Carnicer

Buenos Aires, 2016

**Aplicación de una Simulación Matemática
Probabilística para la evaluación de problemas
viscoelásticos de estructuras de hormigón
(deformación diferida y la contracción de
fraguado)**

por Eduardo Velenik Velleni

PROLOGO

El presente trabajo tiene por finalidad brindar una herramienta y metodología que permita mejorar la confiabilidad en la predicción del valor de las deformaciones en estructuras de hormigón debidas a las cargas, deformaciones diferidas y contracción de fraguado. Se aplicará una herramienta novedosa para este análisis como es el Método de Simulación Matemática Probabilística, algunos lo denominan Método Monte Carlo, y con ello se contemplará la influencia de las dispersiones de las diferentes variables que intervienen en cada modelo reglamentario con el fin de evaluar su influencia sobre el valor final de deformación así obtenido.

Como se verá, si bien no proporciona una mayor perfección en la estimación de los valores de las deflexiones, dado que para ello habría que evaluar cambios en las ecuaciones y parámetros utilizados actualmente, se visualizará el rango de variación del valor usualmente considerado, además, para ciertos estados de carga se visualizará que la variación usualmente estimada a priori respecto al valor medio, $\pm 20\%$ al 30% , no es tal.

Al respecto cabe mencionar dos acotaciones notorias, la primera, extractada del Reglamento ACI 318C - 89 “Introducción a los comentarios” que expresa “el Reglamento y los Comentarios no pueden sustituir ni el conocimiento, ni la experiencia, ni el criterio del Ingeniero”, y la segunda, la célebre crítica que Hardy Cross acotara en su libro *Engineers in Ivory Towers* hace casi 70 años que expresa..... “El esfuerzo para obtener resultados inteligentes por medio de la estandarización se ha llevado demasiado lejos en la rama del diseño estructural. En el Hormigón Armado, por ejemplo, ha sido necesario desarrollar normas muy

elaboradas de las cuales se obtuvo una serie de procedimientos estrechamente circunscriptos que llamamos “La Teoría del Hormigón Armado” y a la cual quedan expuestos muchos desafortunados estudiantes. Muy pocos de ellos pensarán que la Teoría estandarizada del Hormigón Armado quizás sea el más completo de los disparates que haya concebido la mente humana, sin embargo, trabaja bastante bien como un control de los tontos, incapaces de discernir”.

Por todo lo anteriormente expuesto se tratará de aportar una nueva visión sobre el tema que muy posiblemente se aparte de la comúnmente utilizada en la actualidad.

Bernal Oeste, Octubre de 2016

E. Velenik Velleni

AGRADECIMIENTOS

Agradezco infinitamente al Ingeniero Roberto Carnicer, tutor de la presente Tesis, por todas sus observaciones, consejos y comentarios exployados durante la confección de la misma sin los cuales seguramente la presente nunca hubiese existido.

También dejo plasmado mi agradecimiento al Ingeniero Alberto H. Puppo (†), quien en el transcurso de la Maestría, con sus consejos, comentarios y profesionalismo se transformó en una guía, como la luz de un faro en una noche negra en medio de un nefasto mar de incertidumbres.

Además expreso mi más sincero agradecimiento a los Ingenieros Daniel Mesa, Osvaldo Russo y Carlos N. Marco (††) miembros del Dto. de Ingeniería Civil de la UTN Facultad Regional Pacheco.

Sería demasiado ingrato no dejar de agradecer las incontables consultas efectuadas durante el transcurso del Posgrado a la Srta. Patricia Alonso miembro de Posgrado de la UTN Facultad Regional Avellaneda y a la Srta. Erica Arroyo, Secretaria del Dto. de Ingeniería Civil de la UTN Facultad Regional Pacheco.

Por último, y no por eso menos importante, a la Facultad Regional Avellaneda de la UTN por haber financiado el dictado de esta Maestría en Ingeniería Estructural, que pese a las dificultades imperantes durante su dictado dejo mis votos a que perdure y se engrandezca en el tiempo aprendiendo no solo de los aciertos sino también de los errores cometidos.

Eduardo Velenik Velleni.
Bernal Oeste, 2016.

(†) 25-8-16

(††) 10-8-12

RESUMEN

Cotidianamente, para el cálculo de las deformaciones, se parte de valores medios y se establece los probables límites superior e inferior de las mismas mediante incrementos o reducciones porcentuales.

Resulta difícil estimar las deformaciones del hormigón de forma precisa debido a que las mismas son el resultado de varios procesos físicos, que a la vez son afectados por numerosas variables.

Dada la incertidumbre, tanto en los datos como en los distintos modelos en sí, se hará el tratamiento del tema con un enfoque probabilístico y la metodología de la Simulación Matemática Probabilística, la cual es una técnica numérica para realizar modelos computacionales basándose en ciertos tipos de hipótesis lógicas y formulaciones matemáticas.

Como se verá, si bien no proporciona una mayor perfección en la estimación de los valores de las deflexiones, dado que para ello habría que evaluar cambios en las ecuaciones y parámetros utilizados actualmente, se visualizará la influencia de la dispersión de las variables intervinientes y el rango de variación del valor usualmente considerado, además, para ciertos estados de carga se visualizará que la variación usualmente estimada a priori respecto al valor medio, $\pm 20\%$ al 30% , no es tal.

INDICE

Capítulo 1. INTRODUCCION.

1.1. Generalidades.....	19
-------------------------	----

Capítulo 2. ESTADO DEL ARTE EN LA EVALUACIÓN DE LAS DEFORMACIONES DIFERIDAS.

2.1. Estimación de la contracción de fraguado y la deformación diferida.....	21
2.1.1. Criterios para caracterizar la contracción de fraguado y la deformación diferida en los modelos de cálculo.....	22
2.2. Descripción de los modelos de cálculo que se utilizarán.....	25
2.2.1. Según CIRSOC 201-82.....	26
2.2.1.1. Edad efectiva del hormigón.....	26
2.2.1.2. Modelo de cálculo de la deformación diferida.....	27
2.2.1.3. Modelo de cálculo de la contracción de fraguado.....	28
2.2.1.4. Módulo de elasticidad del hormigón.....	32
2.2.2. Según CEB FIP-90.....	33
2.2.2.1. Modelo de cálculo de la contracción de fraguado.....	34
2.2.2.2. Curvas típicas para la contracción de fraguado.....	36
2.2.2.3. Modelo de cálculo de la deformación diferida.....	38
2.2.2.4. Curvas típicas para la deformación diferida.....	40
2.2.2.5. Módulo de elasticidad del hormigón.....	42
2.2.3. Según ACI 318-02/ACI 209R-92.....	44
2.2.3.1. Modelo de cálculo de la contracción de fraguado.....	44

2.2.3.2. Desarrollo de la contracción de fraguado con la edad del hormigón.....	50
2.2.3.3. Modelo de cálculo de la deformación diferida.....	52
2.2.3.4. Desarrollo de la deformación diferida con la edad del hormigón.....	55
2.2.3.5. Influencia de los factores correctores sobre la contracción de fraguado y la deformación diferida.....	56
2.2.3.6. Módulo de elasticidad del hormigón.....	58
2.2.4. Según Eurocódigo 2 (EC-2).....	59
2.2.4.1. Consideración general.....	59
2.2.4.2. Modelo de cálculo de la contracción de fraguado.....	60
2.2.4.3. Curvas típicas para la contracción de fraguado calculadas s/Eurocódigo 2.....	64
2.2.4.4. Modelo de cálculo de la deformación diferida.....	70
2.2.4.5. Curvas típicas para la deformación diferida calculadas según el Eurocódigo 2.....	73
2.2.4.6. Módulo de elasticidad del hormigón.....	76
2.3. Limitaciones y requisitos de los modelos de cálculo.....	77
2.3.1. Variables utilizadas por cada modelo en el cálculo de la contracción de fraguado y deformación diferida.....	77
2.3.2. Limitaciones de los modelos de cálculo.....	79
Capítulo 3. PROPUESTA DE UN NUEVO CRITERIO PARA LA EVALUACIÓN DE PROBLEMAS VISCOELÁSTICOS EN ESTRUCTURAS DE HORMIGÓN (DEFORMACIÓN DIFERIDA Y CONTRACCIÓN DE FRAGUADO).	
3.1. Desarrollo.....	82
3.2. Cálculo determinístico.....	82

3.2.1. Deflexión total a tiempo ∞ para la viga tipo T de H°A°.....	82
3.2.1.1. Consideraciones particulares.....	85
3.2.1.1.1. Según CIRSOC 201-82.....	85
3.2.1.1.2. Según Código Modelo CEB FIP-90.....	87
3.2.1.1.3. Según ACI 318-02 – Método Alternativo.....	89
3.2.1.1.4. Según Eurocódigo 2 (EC-2).....	92
3.2.2. Deflexión total a tiempo ∞ y acortamiento longitudinal total a tiempo ∞ para la viga tipo T de H° postesado con tensor de tendido parabólico (inyectado con lechada de cemento).....	96
3.3. Metodología general para el cálculo del valor analizado aplicando Simulación Matemática Probabilística	101
3.3.1. Determinación de la deflexión total a tiempo ∞ y del acortamiento longitudinal total a tiempo ∞ , según corresponda, aplicando Simulación Matemática Probabilística.....	104
3.3.1.1. Deflexión total a tiempo ∞ para la viga tipo T de H°A°.....	104
3.3.1.2. Deflexión total a tiempo ∞ y acortamiento longitudinal total después del tesado a tiempo ∞ para la viga tipo T de H° Postesado con tensor de tendido parabólico (inyectado con lechada de cemento).....	110
3.4. Comparativa entre los valores obtenidos de forma determinística y los obtenidos mediante Simulación Matemática Probabilística.....	122

Capítulo 4. ACOTACIONES, CONCLUSIONES Y PERSPECTIVA.

4.1. Acotaciones y conclusiones.....	128
4.1.1. Viga de sección transversal tipo T de H°A°.....	128

4.1.1.1. Algunas diferencias de resultados entre los distintos Códigos empleados.....	128
4.1.1.2. Algunos comentarios sobre la influencia que tiene la permanencia de la sobrecarga según los distintos Códigos empleados.....	129
4.1.1.3. Otras conclusiones adicionales.....	130
4.1.2. Viga de sección transversal tipo T de H° Postesado.....	133
4.1.2.1. Algunas diferencias de resultados entre los distintos Códigos empleados.....	133
4.1.2.2. Algunos comentarios sobre la influencia que tiene la permanencia de la sobrecarga.....	134
4.1.2.3. Otras conclusiones y comentarios particulares.....	135
4.2. Conclusiones generales.....	138
4.3. Líneas de investigación futuras.....	138

Anexo 1. INTRODUCCIÓN A LA SIMULACIÓN EN COMPUTADORAS.

A1.1. Definición de simulación en computadoras.....	140
A1.2. Definición de Simulación Matemática Probabilística mediante el Método Monte Carlo.....	141
A1.3. Método Monte Carlo.....	142
A1.4. Números aleatorios o números a generar.....	144
A1.4.1. Forma de generar números pseudoaleatorios.....	145
A1.4.2. Condiciones que deben cumplir los números pseudoaleatorios..	146
A1.4.3. Números pseudoaleatorios con distribución NORMAL.....	150

Anexo 2. CONCEPTOS DE ESTADISTICA.

A2.1. Concepto de variable aleatoria.....	156
A2.2. Valor medio, o media aritmética	156
A2.3. Varianza muestral.....	157
A2.4. Desvío estándar muestral, o desvío tipo.....	158
A2.5. Medida de dispersión relativa o coeficiente de variación.....	158
A2.6. Función Distribución de Densidad.....	159
A2.7. Distribución Normal Estándar.....	159
A2.8. Inferencia Estadística.....	160
A2.8.1. Estimadores.....	160
A2.9. Intervalos de Confianza.....	161
A2.9.1. Métodos de estimación.....	161
A2.9.2. Construcción de los Intervalos de Confianza.....	161
A2.9.3. Precisión de un intervalo de confianza.....	162
A2.9.4. Determinación de los valores admisibles de la Probabilidad de Falla.....	164

Anexo 3. TABLAS-FIGURAS-ILUSTRACIONES.

Tabla 2.1. Coeficiente de deformación diferida final y contracción de fraguado final, en función de la edad efectiva del hormigón y del	
--	--

	espesor medio del elemento estructural. Valores guía (Tabla 45, CIRSOC 201-82).....	29
Tabla 2.2.	Coeficiente básico de deformación diferida y contracción de fraguado básica en función del ambiente. Valores guía (Tabla 46, CIRSOC 201-82).....	30
Tabla 2.3.	Valores indicativos de los módulos de elasticidad longitudinal y transversal del hormigón. (Tabla 44 del CIRSOC 201-82.).....	33
Tabla 2.4.	Factor corrector de la contracción de fraguado para el curado inicial (Tabla 2.5.3 del ACI 209R-92).....	46
Tabla 2.5.	Factor corrector de la contracción de fraguado en función de la humedad relativa (Tabla 2.5.4 del ACI 209R-92).....	46
Tabla 2.6.	Factores correctores para el espesor medio de la pieza. (Tabla 2.5.5.1 del ACI 209R-92).....	47
Tabla 2.7.	Valores representativos de “ γ_{vs} ” (Tabla 2.5.5.2 del ACI 209R-92).....	48
Tabla 2.8.	Factor corrector para el contenido de cemento, “ γ_c ”.....	50
Tabla 2.9.	Valores representativos del coeficiente corrector para la edad de puesta en carga del hormigón (Tabla 2.5.1 del ACI 209R-92)...	53
Tabla 2.10.	Valores de “ $\epsilon_{cd,0}$ ”, en “0/00”, para hormigón con cemento tipo N (Tabla 3.2 del EC-2).....	62
Tabla 2.11.	Valores de “ k_h ” (Tabla 3.3 del EN 1992-1-1:2004 (EC-2)).....	63
Tabla 2.12.	Variables utilizadas por cada modelo en el cálculo de la contracción de fraguado y deformación diferida.....	78

Tabla 2.13. Número mínimo de variables necesarios según cada modelo para la estimación de la contracción de fraguado y la deformación diferida.....	79
Tabla 2.14. Limitaciones de cada modelo.....	80
Tabla 3.1. Coeficientes de deformación diferida y módulos de elasticidad para la viga de H° A°.....	84
Tabla 3.2. Coeficientes de deformación diferida y módulos de elasticidad para la viga de H° P°.....	98
Tabla 3.3. Viga de sección transversal tipo T de H°A°.....	123
Tabla 3.4. Viga de sección transversal tipo T de H° Postesado	125
Tabla A1.1. Técnica de los dígitos medios de un cuadrado.....	146
Tabla A1.2. Procedimiento para generar un conjunto de números pseudoaleatorios.....	149
Figura 2.1. Coeficiente “ k_f ” (Figura 59, CIRSOC 201-82).....	31
Figura 2.2. Coeficiente “ k_v ”, desarrollo de la deformación elástica diferida (Figura 60, CIRSOC 201-82).....	31
Figura 2.3. Coeficiente “ k_s ” (Figura 61, CIRSOC 201-82).....	32
Figura 2.4. Influencia del Tipo de cemento sobre la contracción de fraguado última (ϵ_{cs0}) para un elemento con “ h ”=100 mm, “ HR ”=65%.....	37

Figura 2.5. Desarrollo de la contracción de fraguado para un elemento de “h”=100 mm, “HR”=65%, ejecutado con hormigón de “f _{cm} ”=35 MPa con los 3 diferentes tipos de cementos y “t _s ”=0 días.....	38
Figura 2.6. Coeficiente “β(f _{cm})” en función de la resistencia a compresión...41	
Figura 2.7. Influencia del coeficiente “α” sobre el coeficiente básico de deformación diferida (φ _o) en relación con la resistencia a compresión del hormigón para un elemento con “h”=100 mm, “HR”=65%, “t ₀ ”=7 días.....	41
Figura 2.8. Relación entre la “f _{cm} ” y el módulo de elasticidad (E _{ci}).....	43
Figura 2.9. Desarrollo de la contracción de fraguado según el ACI 209 para curado húmedo y al vapor para “γ _{sh} ”=1.....	51
Figura 2.10. Desarrollo de la deformación diferida según el ACI 209R-92 para “γ _c ”=1.....	56
Figura 2.11. Desarrollo de la contracción de fraguado autógena y por secado según el Eurocódigo 2.....	65
Figura 2.12. Relación entre la contracción de fraguado autógena última (ε _{ca,∞}) y la resistencia característica a compresión del hormigón.....	66
Figura 2.13. Desarrollo de coeficiente, “β _{as(t)} ”, con la edad del hormigón.....	67
Figura 2.14. Desarrollo de la contracción de fraguado en hormigones de diferentes resistencias.....	68
Figura 2.15. Influencia del tipo de cemento sobre la contracción de fraguado.....	68
Figura 2.16. Efecto del tamaño de la pieza sobre “β _{ds} ”.....	69

Figura 2.17. Efecto del tamaño de la pieza sobre el desarrollo de la contracción de fraguado.....	70
Figura 2.18. Coeficiente “ ϕ_{RH} ” en función de la humedad relativa para diferentes valores de “ h_0 ”.....	74
Figura 2.19. Relación entre el coeficiente “ β_{RH} ” y “ h_0 ” para valores de “ f_{cm} ” < 35 MPa.....	74
Figura 2.20. Relación entre el coeficiente “ β_c ” y el tiempo de carga.....	75
Figura 2.21. Relación entre la resistencia a compresión, “ f_{cm} ”, y el coeficiente “ $\beta(f_{cm})$ ”.....	75
Figura 2.22. Relación entre la “ f_{cm} ” y el módulo de elasticidad, “ E_{cm} ”.....	77
Figura 3.1. Dimensiones de la sección central de la viga de H°A°.....	83
Figura 3.2. Dimensiones de la sección central de la viga Postesada.....	96
Figura 3.3. Evolución de la deflexión total a tiempo ∞ ($W_{n(kp)}$ Sim) y su tolerancia (Δ) s/CIRSOC 201-82 en función de “ k_p ”.....	106
Figura 3.4. Evolución de la deflexión total a tiempo ∞ ($W_{n(kp)}$ Sim) y su tolerancia (Δ) s/CEB FIP-90 en función de “ k_p ”.....	107
Figura 3.5. Evolución de la deflexión total a tiempo ∞ ($W_{n(kp)}$ Sim) y su tolerancia (Δ) s/ACI 318-02 en función de “ k_p ”.....	108
Figura 3.6. Evolución de la deflexión total a tiempo ∞ ($W_{n(kp)}$ Sim) y su tolerancia (Δ) s/EC-2 en función de “ k_p ”.....	109
Figura 3.7. Evolución de la deflexión total a tiempo ∞ ($W_{n(kp)}$ Sim) y su tolerancia (Δ) s/CIRSOC 201-82 en función de “ k_p ”.....	114

Figura 3.8. Evolución del acortamiento longitudinal total después del tesado a tiempo ∞ y su tolerancia (Δ) s/CIRSOC 201-82 en función de “ k_p ”	114
Figura 3.9. Evolución de la deflexión total a tiempo ∞ ($W_{n(k_p)}$ Sim) y su tolerancia (Δ) s/CEB FIP-90 en función de “ k_p ”	116
Figura 3.10. Evolución del acortamiento longitudinal total después del tesado a tiempo ∞ y su tolerancia (Δ) s/CEB FIP-90 en función de “ k_p ”	117
Figura 3.11. Evolución de la deflexión total a tiempo ∞ ($W_{n(k_p)}$ Sim) y su tolerancia (Δ) s/ACI 318-02 en función de “ k_p ”	119
Figura 3.12. Evolución del acortamiento longitudinal total después del tesado a tiempo ∞ y su tolerancia (Δ) s/ACI 318-02 en función de “ k_p ”	119
Figura 3.13. Evolución de la deflexión total a tiempo ∞ ($W_{n(k_p)}$ Sim) y su tolerancia (Δ) s/EC-2 en función de “ k_p ”	121
Figura 3.14. Evolución del acortamiento longitudinal total después del tesado a tiempo ∞ y su tolerancia (Δ) s/EC-2 en función de “ k_p ”	122
Figura A1.1. Función de Probabilidad Acumulada	153
Figura A2.1. Areas de una distribución normal	160
Figura A2.2. Intervalo de confianza	163
Figura A2.3. Valor admisible de la Probabilidad de Falla	165
A3.1. Vista de un espécimen en análisis con carga sostenida en el tiempo	167

A3.2.	Vista de 4 especímenes en análisis, ensayados con carga sostenida en el tiempo.....	168
-------	---	-----

Anexo 4. CALCULOS.

A4.1. Archivos.

1.	Determinación del Coef de Variación .xmcd.....	169
2.	Coeficientes de Variación .xmcd.....	174
3.	Deflexión Viga T de H° A° .xmcd.....	178
4.	Deflexión Viga postesada .xmcd.....	194
5.	Simulación Deflexión Viga T de H° A° .xmcd.....	210
6.	CIRSOC 201 Simulación Deflexión Viga T postesada .xmcd.....	228
7.	CEB FIP-90 Simulación Deflexión Viga T postesada .xmcd.....	244
8.	ACI 318-02 Simulación Deflexión Viga T postesada .xmcd.....	255
9.	EC-02 Simulación Deflexión Viga T postesada .xmcd.....	266
10.	Variante Simulación Deflexión Viga T de H° A°.xmcd.....	277

Anexo 5. RAPIDO ENFOQUE DEL TRABAJO.

A5.1. Rápido enfoque del trabajo	287
Glosario.	305
Bibliografía	312

Capítulo 1

INTRODUCCION.

1.1. Generalidades.

Hoy en día, en general, en el cálculo tradicional, no se tiene presente el análisis de estas deformaciones bajo el concepto de confiabilidad en la predicción del resultado obtenido, por lo que, desde el punto de vista planteado, se estima pueda esto transformarse de gran valor y ayuda en el medio, sin dejar de ser innovador frente a los supuestos habituales.

Cotidianamente, para el cálculo, se parte de valores medios y se establecen los probables límites superior e inferior de las deformaciones mediante incrementos o reducciones porcentuales (Leonhardt [17], Tomo IV, art. 3.2.3., pág. 69).

Estimar la deformación diferida y contracción de fraguado de forma probabilística es un aspecto importante en la evaluación de las estructuras de hormigón, para garantizar su durabilidad (control de la fisuración) y comportamiento en servicio.

Una predicción errónea puede producir deformaciones no previstas dentro de un cierto rango y hasta el colapso estructural (Neville [20], cap. 12, pág. 180-181).

Resulta difícil estimar las deformaciones del hormigón de forma precisa debido a que las mismas son el resultado de varios procesos físicos, que a la vez son afectados por numerosas variables (Neville [20], cap. 12, pág. 170-175 y cap. 13, pág. 187-194).

Al día de hoy se han desarrollado modelos (Landsberger [16], cap. 3, pág. 95) cada vez más sofisticados para calcular su valor y si bien siempre se debería tener presente la dispersión inevitable de los parámetros intervinientes esto no siempre se cumple.

Como es bien sabido, dichos modelos reflejan algunos de los mecanismos físicos de estos fenómenos y han sido calibrados con ensayos de laboratorio o sobre estructuras reales.

Los modelos más comunes son los expuestos en las diferentes normativas reglamentarias, variando cada uno en complejidad y precisión de cálculo.

No se ahondará en los por menores de los mismos dado que el presente trabajo no pretende determinar qué modelo es el más “exacto” sino que se tratará de determinar una metodología que permita validar con que confiabilidad su valor se ve reflejado en el quehacer cotidiano.

Se planteará el tema usando los modelos empleados en los Reglamentos CIRSOC 201-82, CEB FIP-90, ACI 318-02/ACI 209R-92 y en el Eurocódigo 2 (EC-2).

Dada la incertidumbre, tanto en los datos como en los distintos modelos en sí, se hará el tratamiento del tema con un enfoque probabilístico y la metodología de la Simulación Matemática Probabilística, la cual es una técnica numérica para realizar modelos computacionales basándose en ciertos tipos de hipótesis lógicas y formulaciones matemáticas.

El uso moderno de la palabra Simulación data de 1940, cuando los científicos Fermi, von Neumann y Ulam que trabajaban en el proyecto Monte Carlo, durante la Segunda Guerra Mundial, resolvieron problemas de reacciones nucleares cuya solución experimental sería muy cara y el análisis matemático demasiado complicado (Coss Bú [7], pág. 11).

Capítulo 2

ESTADO DEL ARTE EN LA EVALUACIÓN DE LAS DEFORMACIONES DIFERIDAS.

2.1. Estimación de la contracción de fraguado y la deformación diferida.

Habitualmente, la deformación diferida o flujo plástico, Neville [18], Puppo [22], incorrectamente denominada fluencia, y la contracción de fraguado (retracción o hinchamiento) se estiman de manera directa con una dispersión supuesta de ante mano respecto a la media de ± 20 a 30% sin profundizar en la confiabilidad de los valores estimados (Leonhardt [17], Tomo IV, art. 3.2.4., pág. 70 y art. 3.4., pág. 75; Rüsç [27], Tomo II).

Estimar la contracción de fraguado y la deformación diferida de forma realista es un aspecto importante en la evaluación de las estructuras ejecutadas con hormigón estructural, para garantizar su comportamiento en servicio y durabilidad.

Una predicción errónea de estas deformaciones puede producir deformaciones excesivas y/o excesiva fisuración que afectan al elemento diseñado.

Hoy día estas patologías representan los problemas más frecuentes en las estructuras de hormigón estructural.

Si bien es difícil estimarlas de forma precisa, debido a que este fenómeno es el resultado de varios procesos físicos que a la vez son afectados por numerosas variables, con los años se han desarrollado varios modelos para estimarlas.

Todos estos modelos son empíricos y se caracterizan por reflejar algunos de los mecanismos físicos de estos fenómenos y han sido calibrados con ensayos de laboratorio o sobre modelos reales.

Los modelos más comunes son los expuestos en los diferentes reglamentos y códigos, pero también existen otros modelos desarrollados para el cálculo de la deformación diferida y contracción de fraguado cuyo análisis excede el alcance de este trabajo, como es el caso del modelo B3 de Bažant- Baweja.

Todos ellos varían en complejidad y en precisión de cálculo.

Los modelos que se utilizaran en este trabajo provienen de los siguientes reglamentos y códigos:

CIRSOC 201-82, CEB FIP-90, ACI 318-02/ACI 209R-92 y el Eurocódigo 2 (EC-2).

Se notará que si bien hay una disparidad notoria entre los valores de los coeficientes de deformación diferida y contracción de fraguado obtenidos según lo dispuesto en cada Reglamento, dicha disparidad no se ve reflejada tan abruptamente en el valor final de la deflexión.

Cada modelo reglamentario refleja una “verdad deducida” ajustada a la realidad que rige el análisis del problema analizado por lo que no se debe intercambiar valores de los coeficientes de deformación (deformación diferida y contracción de fraguado), ni tampoco valores del módulo de elasticidad, entre los diferentes modelos reglamentarios.

2.1.1. Criterios para caracterizar la contracción de fraguado y la deformación diferida en los modelos de cálculo.

En el año 1995, el comité TC-107 de RILEM (TC-107, 1995), estableció una serie de conceptos y criterios que sirven como guía para el desarrollo y actualización de modelos de estimación del valor de la deformación diferida (comúnmente denominada fluencia) y de la contracción de fraguado o retracción.

El propósito de estos conceptos y criterios, es que, dichos modelos estén de acuerdo con los conceptos teóricos básicos ya establecidos y que tengan una cierta consistencia matemática.

Lo siguiente es un breve resumen de algunos de los puntos de este informe.

La deformación diferida y la contracción de fraguado son aditivos.

Para medir la deformación diferida y la contracción de fraguado se asume que las mismas son dos procesos independientes de similares características.

Los métodos de ensayos que se utilizan para determinar las deformaciones producidas por deformación diferida y contracción de fraguado se basan en el

criterio de que los diferentes componentes de estas deformaciones son independientes, y por consiguiente, para determinar cada uno de ellos se puede añadir y restar los diferentes valores experimentales.

Se prepararán tres grupos de probetas del mismo hormigón y se los someterán a las mismas condiciones ambientales y proceso de curado.

Se utilizará el primero grupo para medir sólo la contracción de fraguado, para lo cual se lo someterá a condiciones ambientales definidas.

El segundo grupo de probetas se lo someterá a las mismas condiciones de curado y a una carga comprendida entre 20-40% de la carga resistente del hormigón a compresión en el momento de cargarlo.

Para determinar la deformación diferida se restará a los valores de deformación del segundo grupo la deformación debida a la contracción de fraguado, determinada anteriormente, y las deformaciones elásticas.

Para determinar la contracción de fraguado autógena y la deformación diferida de secado se utilizarán probetas selladas.

La deformación diferida es linealmente proporcional a la tensión aplicada.

Este es uno de los conceptos básicos de los modelos de estimación.

Esta afirmación es válida para tensiones aplicadas menores al 40% de la resistencia del hormigón al momento de carga (se cita a L'Harmite, *et al.*, 1958).

Para caracterizar la deformación producida por la deformación diferida se recomienda utilizar una función de deformación diferida ($J(t, t')$) que describe la deformación total (ϵ_σ) en el tiempo "t" causada por una tensión unitaria " σ " aplicada a la edad " t_0 " en vez de un coeficiente de deformación diferida (ϕ).

Para determinar la deformación producida por la deformación diferida utilizando el coeficiente de deformación diferida (ϕ) se utilizará el módulo de elasticidad (E).

El problema que se presenta al utilizar las expresiones de "E" incluidas en las normativas, es que su valor no es definido en base a las deformaciones iniciales medidas en los ensayos de deformación diferida.

Hay que recordar que este es un parámetro estandarizado que se mide habitualmente a “ t_0 ”= 28 días, que incluye las deformaciones correspondientes a esa edad específica.

La deformación por unidad de tensión medida en los ensayos ($1/E$), MPa^{-1} , incluye a las deformaciones elástica y diferida que corresponden a esta edad, y su valor varía en función del “ t_0 ” elegido.

Teniendo en cuenta que la deformación diferida es ya significativa a edades muy tempranas, desde 0,1s hasta 0,1día, la utilización de una función de deformación diferida (J) como parámetro de referencia permite evitar estas discrepancias.

La separación de la deformación diferida en, “básica” y “de secado”.

La deformación diferida básica es la que tienen lugar a temperatura constante y cuando las condiciones de secado no difieren respecto de las normalizadas.

Se puede considerar a la misma como característica intrínseca del material.

En tanto, la deformación diferida de secado es el aumento de la deformación debido al proceso de secado.

Dado a que los orígenes de la deformación diferida básica y de secado son diferentes, los modelos de cálculo deben incluir distintos términos para estimarlas.

El modelo debe reflejar la característica de envejecimiento de la deformación diferida.

Esto significa que la deformación por deformación diferida disminuye con la edad de puesta en carga, considerando una duración de carga fija.

La deformación diferida y la contracción de fraguado dependen de la sección.

En consecuencia, el modelo de cálculo depende de las características de la sección, así como de su tamaño y forma.

Esto último se debe a la relación entre superficie expuesta y sección transversal.

Las ecuaciones que se incluyen en los modelos deben tener una cierta continuidad.

Esto significa que pequeñas variaciones en las dimensiones, condiciones ambientales, edad de puesta en carga, etc., no deben causar grandes variaciones en la estimación de las deformaciones, ni saltos bruscos en los valores.

Los modelos se deben basar y tratar que representen lo más acabadamente posible los procesos físicos de estos fenómenos.

Los modelos deben permitir calibrarlos, mediante algunos de los coeficientes relacionados con las propiedades del hormigón, a partir de ensayos experimentales para mejorar su precisión.

Se debe especificar el coeficiente de variación de los modelos, $\delta = \frac{\sigma}{\mu}$, en relación con datos experimentales. Siendo “ σ ”, el desvío standard y “ μ ” la media del valor analizado.

Se debe especificar el origen de los datos incluidos en la base de datos utilizada. Además, especificar por separado el coeficiente de variación (δ) para la deformación diferida básica, de secado, y contracción de fraguado. Aunque se desee que los modelos de cálculo cumplan con las indicaciones incluidas en el documento elaborado por la comisión RILEM TC-107 (1995), la realidad es que la mayoría de los modelos no satisfacen estas recomendaciones.

2.2. Descripción de los modelos de cálculo que se utilizarán.

A continuación, se presentará cada modelo con las correspondientes expresiones utilizadas para estimar la contracción de fraguado, la deformación diferida y el módulo de elasticidad.

Este último, debido a que es necesario en la estimación de la deformación diferida.

2.2.1. Según CIRSOC 201-82.

Por contracción de fraguado (este Reglamento la denomina retracción) se entiende el acortamiento del hormigón descargado a medida que pierde humedad, admitiéndose al efecto, que el proceso no es influido por las tensiones actuantes sobre el hormigón.

Por deformación diferida (este Reglamento la denomina fluencia lenta (creep)) se entiende el incremento de la deformación en función del tiempo a tensión constante.

Las disposiciones siguientes rigen para condiciones y sollicitaciones usuales.

Para casos excepcionales (por ejemplo: temperaturas elevadas, aún en el caso de corta duración), se deberá considerar influencias adicionales.

2.2.1.1. Edad efectiva del hormigón.

Cuando el hormigón endurece a la temperatura normalizada, la edad efectiva del hormigón coincide con la edad real del mismo.

Cuando existen variaciones de temperatura, se usará en lugar de la edad real, la edad efectiva del hormigón, determinada por la ecuación:

$$t = \sum_i \frac{T_i + 10^\circ\text{C}}{30^\circ\text{C}} \Delta t_i \quad (2.1)$$

siendo:

t edad efectiva del hormigón, en días.
T_i temperatura diaria media del hormigón, expresada en °C

Δt_i número de días con temperatura media diaria T_i del hormigón.

Para determinar “ t_0 ” se debe proceder análogamente.

2.2.1.2. Modelo de cálculo de la deformación diferida.

La deformación diferida del hormigón depende principalmente de las condiciones higrométricas del ambiente, de las dimensiones de la pieza y de la composición del hormigón.

Depende también del grado de endurecimiento del hormigón a la edad en que se aplican las cargas y de la magnitud y duración de las mismas.

La deformación específica a tensión constante originada por la deformación diferida se puede expresar como:

$$\varepsilon_k = \frac{\sigma_0}{E_b} \varphi_t \quad (2.2)$$

siendo:

- ε_k deformación específica a tensión constante.
- φ_t factor de deformación diferida, que contempla el incremento de la deformación producida por la deformación diferida.
- σ_0 tensión actuante, en MPa.
- E_b módulo de elasticidad según (Tabla 44 del CIRSOC 201-82.).

Como en general se debe tener en cuenta los efectos de la deformación diferida para “ t ” = ∞ , se puede simplificar los cálculos, utilizando el valor de deformación diferida final (φ_∞) de acuerdo con la Tabla 2.1..

Si se debiera determinar la deformación producida por la deformación diferida para un tiempo distinto de “ t ” = ∞ , se puede determinar “ φ_t ” en base a la deformación diferida propiamente dicha y al acortamiento elástico diferido.

$$\varphi_t = \varphi_\infty \left(k_{f,t} - k_{f,t_0} \right) + 0.40 k_{v,(t-t_0)} \quad (2.3)$$

siendo:

φ_{f0}	coeficiente de deformación diferida básico, según la Tabla 2.2., columna 3
k_f	coeficiente que contempla la variación de la deformación diferida en el tiempo, en función del espesor ficticio del elemento estructural (d_{ef}), del tipo de cemento y de la edad del hormigón
t	edad efectiva del hormigón para el tiempo buscado
t_0	edad efectiva del hormigón al aplicar la tensión
k_v	coeficiente que contempla la variación del acortamiento elástico diferido en función del tiempo.

Cuando el proceso de deformación diferida estudiado se extiende a más de 3 meses puede colocarse simplifícadamente

$$k_{v,(t-t_0)} = 1 \quad (2.4)$$

2.2.1.3. Modelo de cálculo de la contracción de fraguado.

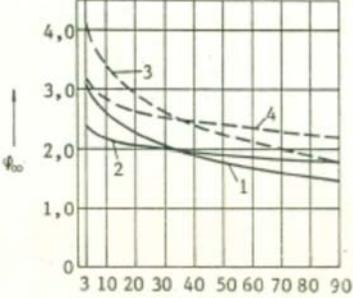
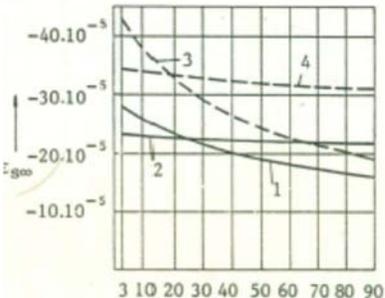
Depende de las condiciones higrométricas del ambiente, de las dimensiones de la pieza y de la composición del hormigón.

Si se debiera considerar la influencia de la contracción de fraguado desde cuando se hace efectiva hasta el tiempo “ t ” = ∞ , se puede calcularla con el valor final “ $\varepsilon_{s\infty}$ ” según la Tabla 2.1..

Si se considera la influencia de la contracción de fraguado al tiempo “ t ” $\neq \infty$, el valor de la misma para el tiempo “ t ” considerado se determina con la siguiente ecuación,

$$\varepsilon_{s,t} = \varepsilon_{s0} \left(k_{s,t} - k_{s,t_0} \right) \quad (2.5)$$

Tabla 2.1. Coeficiente de deformación diferida final y contracción de fraguado final, en función de la edad efectiva del hormigón y del espesor medio del elemento estructural. Valores guía (Tabla 45, CIRSOC 201-82).

Curva	Ambiente	Espesor medio "d _m " = 2A _b /u	Coef. de deformación diferida final, "φ _∞ "	Coef. de contracción de fraguado final, "ε _{s∞} "
1	Húmedo, al aire libre ("HR" del aire = 70%)	Pequeño (≤ 10 cm)		
2		Grande (≥ 80 cm)		
3	Seco, en ambientes interiores ("HR" del aire = 50%)	Pequeño (≤ 10 cm)		
4		Grande (≥ 80 cm)		

Condiciones de utilización:

Los valores de la Tabla 2.1 son válidos para hormigón de consistencia "A₂".

Para consistencias "A₁" y "A₃" se debe reducir o elevar respectivamente los valores en un 25%.

Si se utiliza fluidificantes se puede utilizar la consistencia inicial.

La Tabla es válida para hormigón que endurece bajo temperatura normal, preparado con cementos de resistencia a compresión de 30 MPa. (300 kgf/cm²) y 40 MPa. (400 kgf/cm²).

La influencia sobre la deformación diferida de cementos de endurecimiento más lento o de endurecimiento más rápido se puede contemplar tomando para la edad del hormigón al aplicar la carga, los valores de esta Tabla multiplicados por 0,5 o por 1,5, respectivamente.

A_b = área de la sección transversal de hormigón.

u = perímetro del elemento estructural expuesto a la atmósfera.

A₁ = 1 a 4.5 cm. Consistencia del hormigón

A₂ = 5 a 9.5 cm. Consistencia del hormigón

A₃ = 10 a 15 cm. Consistencia del hormigón

siendo:

ε_{s0} valor básico de la contracción de fraguado, según la Tabla 2.2., columna 4

- k_s coeficiente que contempla la variación en el tiempo de la contracción de fraguado, según la figura 61 CIRSOC 201-82
- t edad efectiva del hormigón al tiempo “ t ” estudiado, según el artículo 26.8.6.
- t_0 edad efectiva del hormigón a partir del cual debemos considerar la influencia de la contracción de fraguado.

Tabla 2.2. Coeficiente básico de deformación diferida y contracción de fraguado básica en función del ambiente. Valores guía (Tabla 46, CIRSOC 201-82). Para las condiciones de utilización ver Tabla 2.1..

	1	2	3	4	5
	Ambiente	Humedad relativa del aire, en %	Coef. de deformación diferida, “ ϕ_{f0} ”	Contracción de fraguado básica, “ ϵ_{s0} ”	Coef. “ k_{ef} ”
1	En agua	-	0.8	$+10*10^{-5}$	30
2	En aire muy húmedo (ej., directamente sobre el agua)	90	1.3	$-13*10^{-5}$	5.0
3	En general al aire libre	70	2.0	$-32*10^{-5}$	1.5
4	En aire seco (ej., ambientes interiores secos)	50	2.7	$-46*10^{-5}$	1.0

Espesor ficticio del elemento constructivo

Para la determinación del espesor ficticio rige la siguiente expresión:

$$d_{ef} = k_{ef} \frac{2A_b}{u} \quad (2.6)$$

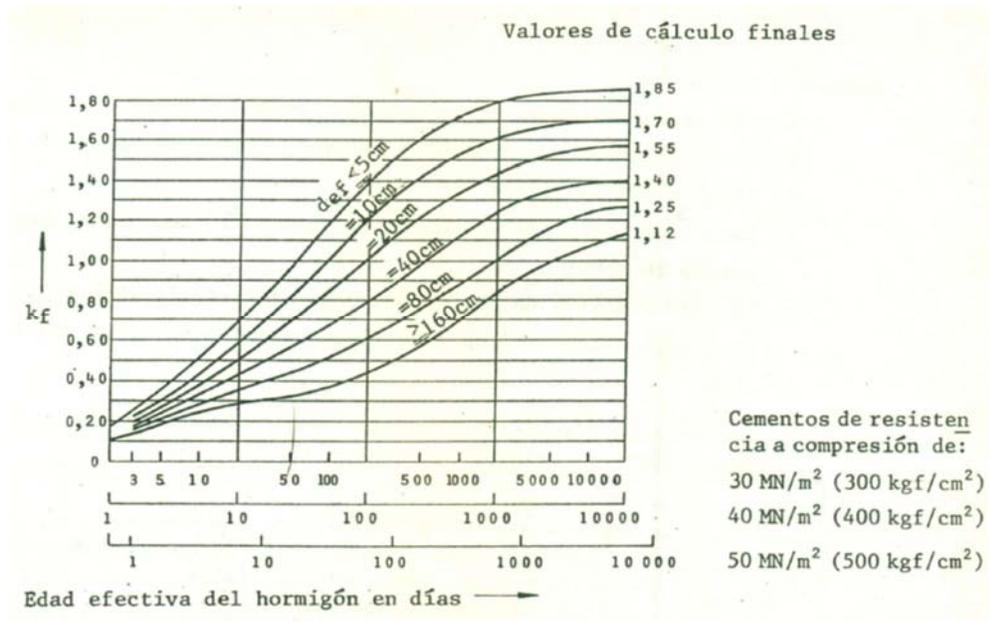


Figura 2.1. Coeficiente “ k_f ” (Figura 59, CIRSOC 201-82)

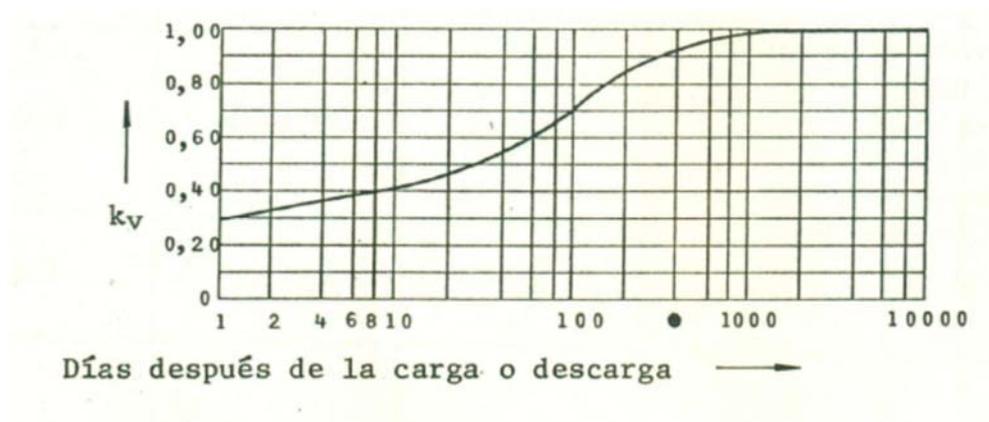


Figura 2.2. Coeficiente “ k_v ”, desarrollo de la deformación elástica diferida (Figura 60, CIRSOC 201-82)

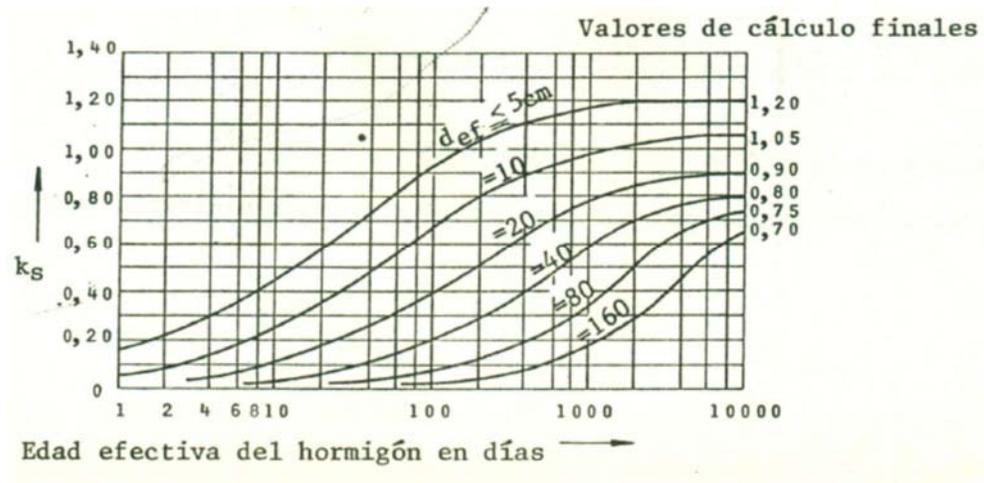


Figura 2.3. Coeficiente “ks” (Figura 61, CIRSOC 201-82)

siendo:

- k_{ef} coeficiente según la Tabla 2.2. columna 5, que contempla la influencia de la humedad sobre el espesor ficticio
- A_b área de la sección transversal total de hormigón
- u perímetro de la sección expuesto al desecamiento (en vigas cajón se debe tener en cuenta, en general, para el perímetro interior solo la mitad del mismo).

2.2.1.4. Módulo de elasticidad del hormigón.

Para todas las verificaciones bajo cargas de servicio, como también para el cálculo de las sollicitaciones características por encima de las cargas de servicio se podrá usar los módulos de elasticidad (E_b) dados en la Tabla 2.3., válidos tanto para compresión como para tracción.

Se deberá tener en cuenta que los agregados sedimentarios pueden conducir a módulos menores en casi 40% y las rocas magmáticas (Basalto) pueden incrementarlo en casi 40%.

Tabla 2.3. Valores indicativos de los módulos de elasticidad longitudinal y transversal del hormigón. (Tabla 44 del CIRSOC 201-82.)

	1	2	3
	Resistencia característica “ σ'_{bk} ” MPa	“ E_b ” MPa	“ G_b ” MPa
1	21	30000	13000
2	30	34000	14000
3	38	37000	15000
4	47	39000	16000

Según DIN 1045 se admite variaciones aceptables de +/-20 % sobre los valores de la tabla anterior (Leonhardt [17], Tomo I, art. 2.9.1., pág. 20).

Una ecuación de uso corriente es,

$$E_b = 6000\sqrt{f_{cm}} \quad (2.7)$$

siendo,

E_b módulo de elasticidad, en MPa.
 f_{cm} resistencia media, en MPa.

2.2.2. Según CEB FIP-90.

El CEB FIP-90 es uno de los códigos internacionales más utilizados, y es considerado como referencia para numerosos códigos, entre ellos la NBR, EHE y el Eurocódigo 2.

En el año 1990, el Comité Européen de Béton (CEB) adoptó una nueva guía para estimar la fluencia y la retracción.

Esta guía substituyo a la anterior guía, CEB-FIP 1978.

Los modelos de cálculo del CEB FIP-90 son válidos para hormigón estructural de uso cotidiano, entendiéndose por tal, los comprendidos entre $12 \text{ MPa} < f_{ck} \leq 80 \text{ MPa}$, sometido a tensiones de compresión $|\sigma| < 0,4 f_{cm}(t_0)$, a una edad de carga “ t_0 ”, y expuesto a humedades relativas del ambiente en el rango del 40% al 100% y temperaturas comprendidas entre 5°C a 30°C.

Este modelo no se aplicará a hormigones sometidos a temperaturas extremas, altas o bajas, a condiciones climáticas muy secas o a hormigón estructural de áridos ligeros.

También se podrá tener en cuenta el efecto de la temperatura en el rango comprendido entre $0^{\circ}\text{C} < T < 80^{\circ}\text{C}$ modificando la edad de puesta en carga “ t_0T ”.

En el caso de deformación diferida, en este modelo no se considera la duración ni las condiciones de curado.

Los parámetros mínimos necesarios en el cálculo son:

- Edad del hormigón al comienzo de la contracción de fraguado (t_s) en días.
- Edad del hormigón en el instante de carga (t_0) en días.
- Humedad relativa (HR) en %.
- Resistencia media a compresión del hormigón a los 28 días (f_{cm}) en MPa.
- Tipo de cemento.
- Espesor medio (h) en mm.

2.2.2.1. Modelo de cálculo de la contracción de fraguado.

La deformación debida a la contracción de fraguado, o hinchamiento, se determina utilizando la siguiente expresión:

$$\varepsilon_{cs}(t, t_s) = \varepsilon_{cs0} \beta_s(t - t_s) \quad (2.8)$$

siendo:

- ε_{cs0} coeficiente básico de contracción de fraguado o hinchamiento.
- $\beta_s(t - t_s)$ coeficiente que describe el desarrollo de la contracción de fraguado con el tiempo.
- t edad del hormigón en el instante de evaluación, en días.
- t_s edad del hormigón al comienzo de la contracción de fraguado o del hinchamiento, en días.

El coeficiente básico de contracción de fraguado (ϵ_{cs0}) se calculará mediante la siguiente expresión:

$$\epsilon_{cs0} = \epsilon_s(f_{cm})\beta_{RH} \quad (2.9)$$

$$\epsilon_s(f_{cm}) = \left[160 + 10\beta_{sc} \left(9 - \frac{f_{cm}}{f_{cm0}} \right) \right] 10^{-6} \quad (2.10)$$

siendo:

- f_{cm} resistencia media a compresión del hormigón a la edad de 28 días, MPa.
- f_{cm0} adopta el valor de 10 MPa.
- β_{sc} coeficiente que depende del tipo de cemento:
 - 4 para cementos de endurecimiento lento.
 - 5 para cementos de endurecimiento normal.
 - 8 para cementos de endurecimiento rápido y alta resistencia.

La definición de los tipos de cemento está incluida en el apartado d.4.2.1 del CEB FIP-90 y es la siguiente:

Cemento de endurecimiento lento (S).

Cemento de endurecimiento normal (N).

Cementos de endurecimiento rápido y alta resistencia (R).

El coeficiente que depende de la humedad relativa “ β_{RH} ”, se podrá obtener mediante:

$$\beta_{RH} = -1.55\beta_{sRH} \quad \text{para } 40\% \leq RH < 99\% \quad (2.11)$$

$$\beta_{RH} = +0.25 \quad \text{para } RH \geq 99\% \quad (2.12)$$

siendo:

$$\beta_{\text{SRH}} = 1 - \left(\frac{\text{RH}}{\text{RH}_0} \right)^3 \quad (2.13)$$

RH humedad relativa, %.
 RH₀ adopta el valor de 100%.

El desarrollo de la contracción de fraguado con el tiempo viene dado por:

$$\beta_s(t-t_s) = \sqrt{\frac{(t-t_s)}{\left(350 \left(\frac{h}{h_0} \right)^2 + \frac{(t-t_s)}{t_1} \right) t_1}} \quad (2.14)$$

siendo:

$h = \frac{2A_c}{u}$ dimensión básica del elemento, mm. (radio hidráulico)
 A_c sección transversal de hormigón, mm².
 u perímetro del elemento en contacto con la atmósfera, mm.
 t₁ adopta el valor de 1 día.
 h₀ adopta el valor de 100 mm. (probeta cúbica de 200 mm de lado)

Según el CEB FIP-90 (artículo 2.1.6.4.4), el **coeficiente de variación medio para la predicción de la contracción de fraguado es Vs=35%**.

Suponiendo una distribución normal esto corresponde a valores límites del 10% y 5%, respectivamente, por encima y por debajo del valor medio de:

$$\begin{aligned} \epsilon_{\text{cs}0.10} &= 0.55\epsilon_{\text{cs}} & \epsilon_{\text{cs}0.05} &= 0.42\epsilon_{\text{cs}} \\ \epsilon_{\text{cs}0.90} &= 1.45\epsilon_{\text{cs}} & \epsilon_{\text{cs}0.95} &= 1.58\epsilon_{\text{cs}} \end{aligned}$$

2.2.2.2. Curvas típicas para la contracción de fraguado.

En este modelo los parámetros que caracterizan al hormigón son la resistencia a compresión y el tipo de cemento.

La contracción de fraguado final (ϵ_{cs0}) varía en función del Tipo de cemento utilizado.

Según el boletín de información nº 199 del CEB FIP-90 (CEB-FIP, 1991), el tipo de cemento influye sobre el grado de hidratación del hormigón.

La contracción de fraguado es mayor cuando el cemento es de endurecimiento rápido (cemento fino que contiene poco material puzolánico), incluso en hormigones que tienen la misma resistencia a compresión a 28 días.

El coeficiente que considera el tipo de cemento es “ β_{sc} ”, y su valor puede ser 4, 5, u 8.

Los cementos de endurecimiento lento tienen un valor de “ β_{sc} ” = 4, lo que disminuye la contracción de fraguado.

El valor de “ β_{sc} ” = 8 corresponde a cementos de endurecimiento rápido, y su efecto incrementa la contracción de fraguado.

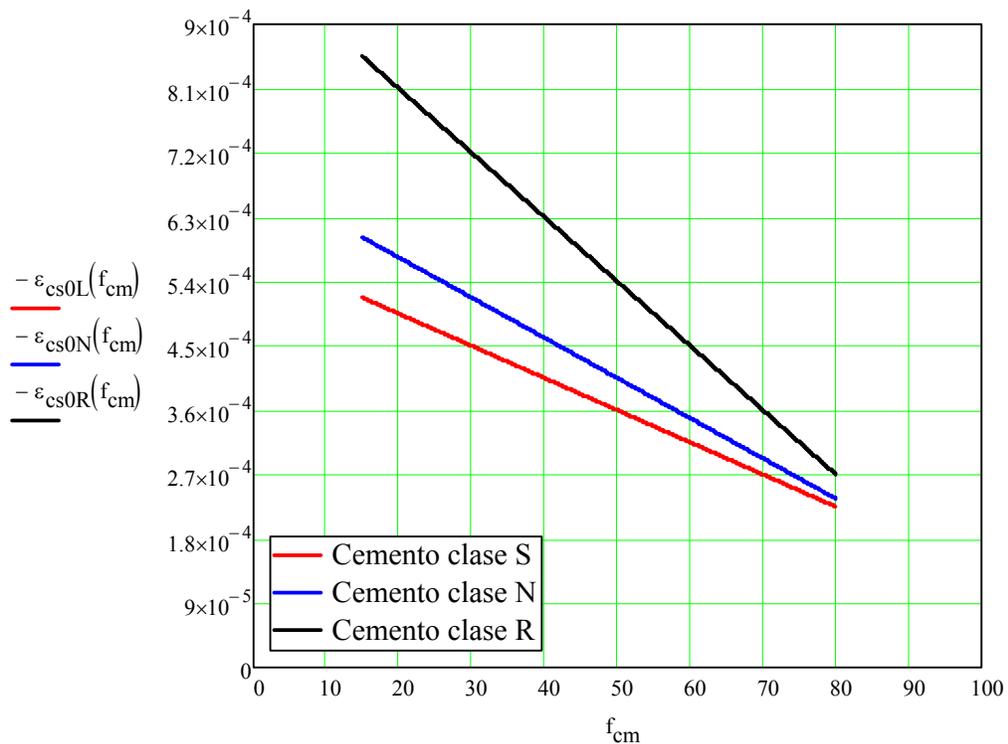


Figura 2.4. Influencia del Tipo de cemento sobre la contracción de fraguado última (ϵ_{cs0}) para un elemento con “h”=100 mm, “HR”=65%

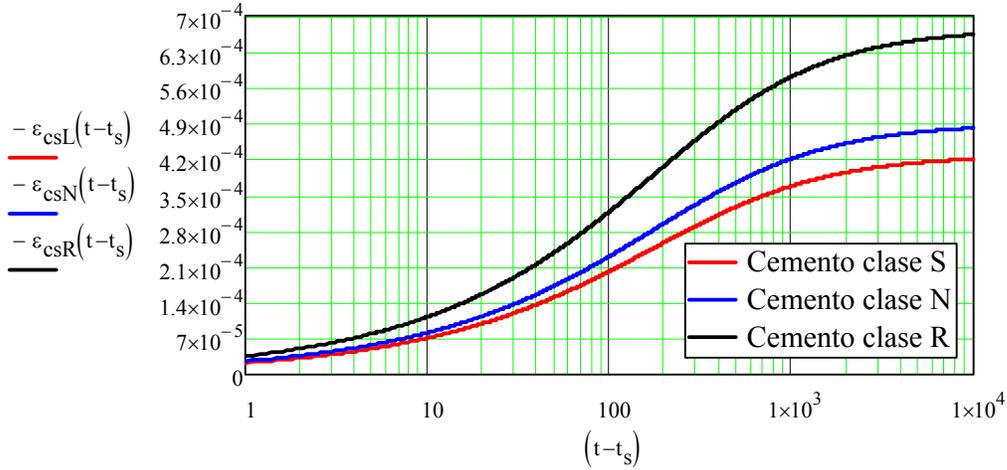


Figura 2.5. Desarrollo de la contracción de fraguado para un elemento de “h”=100 mm, “HR”=65%, ejecutado con hormigón de $f_{cm}=35$ MPa con los 3 diferentes tipos de cementos y “ t_s ”=0 días.

2.2.2.3. Modelo de cálculo de la deformación diferida.

Para una tensión constante aplicada en el instante t_0 , la deformación por deformación diferida ($\epsilon_{cc}(t, t_0)$) es,

$$\epsilon_{cc}(t, t_0) = \frac{\sigma_c(t_0)}{E_{ci}} \varphi(t, t_0) \quad (2.15)$$

El coeficiente de deformación diferida ($\varphi(t, t_0)$) es,

$$\varphi(t, t_0) = \varphi_0 \beta_c(t - t_0) \quad (2.16)$$

$$\varphi_0 = \varphi_{RH} \beta(f_{cm}) \beta(t_0) \quad (2.17)$$

$$\varphi_{RH} = 1 + \frac{1 - \frac{RH}{RH_0}}{0.46 \left(\frac{h}{h_0} \right)^{\frac{1}{3}}} \quad (2.18)$$

$$\beta(f_{cm}) = \frac{5.3}{\left(\frac{f_{cm}}{f_{cm0}}\right)^{\frac{1}{2}}} \quad (2.19)$$

$$\beta(t_0) = \frac{1}{0.1 + \left(\frac{t_0}{t_1}\right)^{0.2}} \quad (2.20)$$

$$\beta_c(t-t_0) = \left(\frac{(t-t_0)}{t_1 \left[\beta_H + \frac{(t-t_0)}{t_1} \right]} \right)^{0.3} \quad (2.21)$$

$$\beta_H = 150 \left\{ 1 + \left(1.2 \frac{RH}{RH_0} \right)^{18} \right\} \frac{h}{h_0} + 250 \leq 1500 \quad (2.22)$$

siendo:

- φ_0 coeficiente básico de deformación diferida.
- β_c coeficiente que describe el desarrollo de la deformación diferida con el tiempo.
- t edad del hormigón, días.
- t_0 edad del hormigón en el instante de carga de acuerdo al tipo de cemento, días.

Para tener en cuenta el efecto del tipo de cemento se puede modificar la edad de puesta en carga (t_{0T}) de acuerdo con la siguiente expresión,

$$t_0 = t_{0,T} \left[\frac{9}{2 + \left(\frac{t_{0,T}}{t_{1,T}}\right)^{1.2}} + 1 \right]^\alpha \geq 0 \text{ días} \quad (2.23)$$

siendo:

$t_{0,T}$	edad del hormigón en el instante de carga, en días.
$t_{1,T}$	tiene valor de 1 días.
α	exponente que depende del tipo de cemento: -1 para cementos de endurecimiento lento. 0 para cementos de endurecimiento normal. 1 para cementos de endurecimiento rápido.

Este modelo también permite considerar temperaturas (T) comprendidas entre $0^{\circ}\text{C} < T < 80^{\circ}\text{C}$ modificando el valor de “ $t_{0,T}$ ” .

Según el CEB FIP-90, los diferentes cementos producen diferentes grados de hidratación.

La deformación diferida depende del grado de hidratación alcanzado a una edad determinada, más que de la edad del hormigón.

En consecuencia, el efecto del tipo de cemento se tendrá en cuenta modificando la edad de puesta en carga.

Según el artículo 2.1.6.4.3 del CEB FIP-90, **el coeficiente de variación medio para la predicción de la deformación diferida del modelo es $V_c=20\%$.**

Suponiendo una distribución normal esto corresponde a valores límites del 10% y 5%, respectivamente, por encima y por debajo del valor medio de:

$$\begin{aligned}\varphi_{0.10} &= 0.74\varphi & \varphi_{0.05} &= 0.67\varphi \\ \varphi_{0.90} &= 1.26\varphi & \varphi_{0.95} &= 1.33\varphi\end{aligned}$$

2.2.2.4. Curvas típicas para la deformación diferida.

Al igual que en el caso de la contracción de fraguado, los parámetros que caracterizan al hormigón son la resistencia a compresión y el tipo de cemento.

Cabe destacar que se utilizará la resistencia media a compresión del hormigón (f_{cm}) y no la resistencia característica (f_{ck}).

En la Figura 2.6. se puede observar la influencia de dicho parámetro “ $\beta(f_{cm})$ ” .

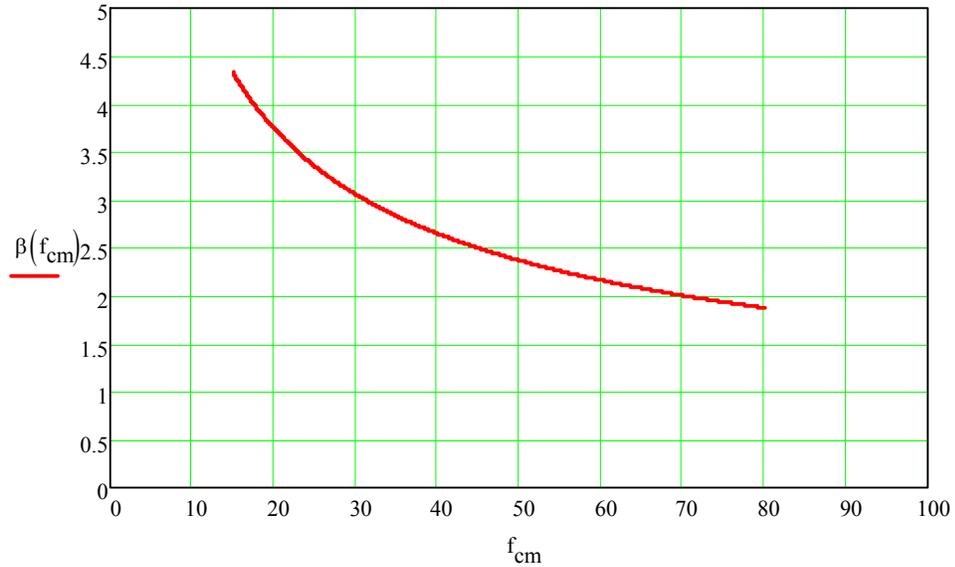


Figura 2.6. Coeficiente “ $\beta(f_{cm})$ ” en función de la resistencia a compresión.

El modelo CEB FIP-90 incluye el coeficiente “ α ” para considerar el tipo de cemento.

En la Figura 2.7. se puede observar la influencia de dicho coeficiente sobre el coeficiente básico de deformación diferida (φ_0).

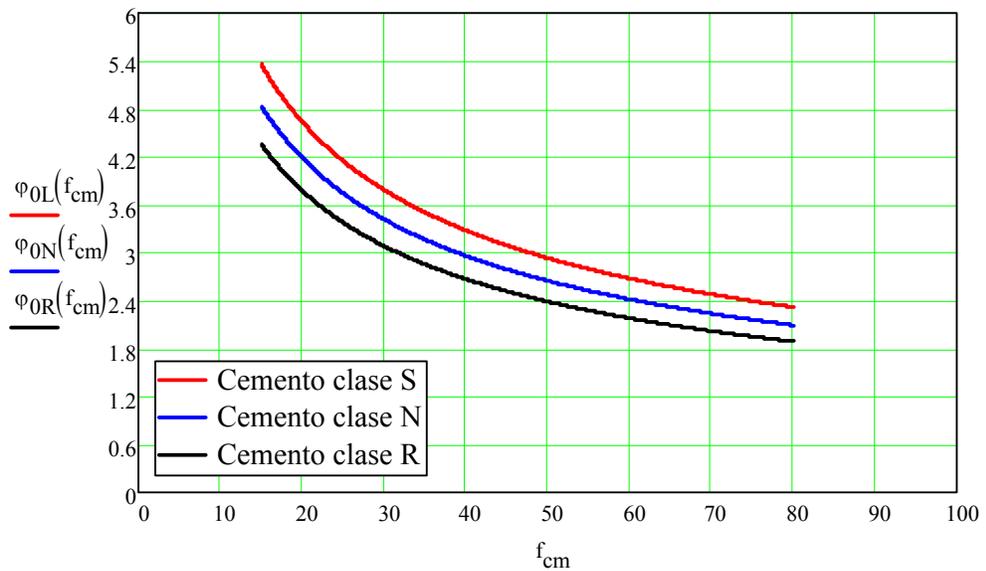


Figura 2.7. Influencia del coeficiente “ α ” sobre el coeficiente básico de deformación diferida (φ_0) en relación con la resistencia a compresión del hormigón para un elemento con “ h ”=100 mm, “ HR ”=65%, “ t_0 ”=7 días.

El coeficiente básico de deformación diferida (ϕ_0) es mayor para cementos de endurecimiento lento “ $\alpha = -1$ ”, y menor para cementos de endurecimiento rápido “ $\alpha = 1$ ”.

En este modelo se utilizará el coeficiente “ α ” para modificar la edad de puesta en carga (t_0).

Un valor negativo de “ α ” reduce a “ t_0 ”, lo que incrementa el coeficiente de deformación diferida (ϕ_0).

De la misma manera, un valor positivo de “ α ” aumenta “ t_0 ”, lo que disminuye el coeficiente de deformación diferida (ϕ_0).

Según el Boletín de información nº 199 del CEB FIP-90 (1991), la influencia del tipo de cemento sobre el desarrollo de la deformación diferida no es muy clara.

En cualquier caso, el tipo de cemento afecta al grado de hidratación del hormigón al momento de aplicación de la carga, lo que justifica la utilización de este coeficiente.

2.2.2.5. Módulo de elasticidad del hormigón.

Para calcular el módulo de elasticidad a partir de la resistencia del hormigón se podrá utilizar la siguiente ecuación:

$$E_{ci} = 21500 \left(\frac{f_{cm}}{10} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (2.24)$$

siendo:

E_{ci} módulo de elasticidad del hormigón a 28 días, en MPa.

Se podrá ajustar el módulo de elasticidad en función del tipo de árido multiplicando “ E_{ci} ” por los factores apropiados (Tabla 2.1.5 del CEB FIP-90).

Para calcular el módulo de elasticidad del hormigón a edades distintas de 28 días, se podrá utilizar la siguiente ecuación:

$$E_c(t) = \beta_E(t) E_{ci} \quad (2.25)$$

$$\beta_E(t) = \beta_{cc}(t)^{0.5} \quad (2.26)$$

$$\beta_{cc}(t) = e^{s(1-\frac{\sqrt{28}}{t})} \quad (2.27)$$

siendo:

- $E_{ci}(t)$ módulo de elasticidad a la edad de “t” días.
- $\beta_E(t)$ coeficiente que depende de la edad del hormigón.
- $\beta_{cc}(t)$ coeficiente que depende de la edad del hormigón y del tipo de cemento.
- $f_{cm}(t)$ resistencia media a compresión del hormigón a la edad “t”, días.
- f_{cm} resistencia media a compresión del hormigón a los 28 días.
- s coeficiente que depende del tipo de cemento:
 - 0,38 para cementos de endurecimiento lento.
 - 0,25 para cementos de endurecimiento normal.
 - 0,20 para cementos de endurecimiento rápido.

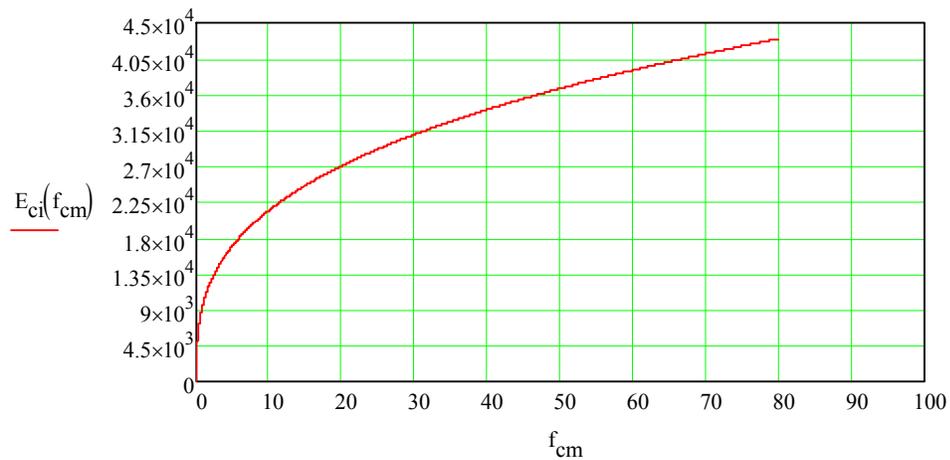


Figura 2.8. Relación entre la “ f_{cm} ” y el módulo de elasticidad (E_{ci}).

2.2.3. Según ACI 318-02/ACI 209R-92.

El modelo más “sofisticado” para considerar las deformaciones diferidas especificado en el ACI 318-02 es el actual modelo del ACI 209R-92 [1] basado en los trabajos de Branson y Christianson de 1971 [4], con algunas modificaciones introducidas en el ACI 209R-82.

Inicialmente este modelo fue desarrollado para la industria de los prefabricados, pero con los años se ha convertido en el modelo de referencia para hormigones en EE.UU..

Este modelo es también utilizado en Canadá, Australia y en parte de América Latina.

Es un modelo puramente empírico, basado en resultados experimentales anteriores al año 1968, Al-Manaseer, *et al.*, [2].

Este modelo se aplicará tanto para el hormigón de peso normal como para el de agregados livianos efectuados con cementos tipo I y III, y curado en condiciones húmedas o con vapor.

En su nivel más básico, los parámetros necesarios son:

- Edad cuando comienza la contracción de fraguado o la deformación diferida.
- Edad de puesta en carga.
- Método de curado.
- Humedad relativa, expresada en decimales, “ γ ”.
- Relación volumen/superficie, o espesor medio, expresada en mm.

En este modelo se permite utilizar factores correctores que consideran el contenido de árido fino, el contenido de aire, consistencia de la mezcla, y contenido de cemento.

2.2.3.1. Modelo de cálculo de la contracción de fraguado.

Para evaluar la evolución de la contracción de fraguado ($\epsilon_{sh,t}$) en el tiempo (t), después de 7 días de curado húmedo, se utiliza la siguiente ecuación:

$$\epsilon_{sh,t} = \frac{t}{35+t} \epsilon_{sh_u} \quad (2.28)$$

En tanto, para la contracción de fraguado ($\epsilon_{sh,t}$) después de 1 a 3 días de curado al vapor se utiliza la siguiente:

$$\epsilon_{sh,t} = \frac{t}{55+t} \epsilon_{sh_u} \quad (2.29)$$

siendo:

t edad del hormigón después del curado inicial del mismo, en días.

$$\epsilon_{sh_u} = \gamma_{sh} 780 \cdot 10^{-6} \text{ m/m} \quad (2.30)$$

El coeficiente “ γ_{sh} ” representa el producto de todos los factores de corrección aplicables, definidos en la siguiente ecuación

$$\gamma_{sh} = \gamma_{cp} \gamma_{\lambda} \gamma_{vs} \gamma_s \gamma_{\psi} \gamma_c \gamma_a \quad (2.31)$$

siendo:

- γ_{cp} factor corrector para periodos de curado húmedo diferentes a los 7 días.
- γ_{λ} factor corrector para la humedad relativa.
- γ_{vs} factor corrector para el tamaño de la pieza.
- γ_s factor corrector para la consistencia del hormigón.
- γ_{ψ} factor corrector para el contenido de árido fino.
- γ_c factor corrector para el contenido de cemento.
- γ_a factor corrector para el contenido de aire.

Para determinar el valor del factor corrector para el curado inicial (γ_{cp}), se utilizará la Tabla 2.4..

Tabla 2.4. Factor corrector de la contracción de fraguado para el curado inicial (Tabla 2.5.3 del ACI 209R-92).

Periodo de curado en días	Factor corrector, γ_{cp}
1	1.2
3	1.1
7	1
14	0.93
28	0.86
90	0.75

Para determinar el valor del factor corrector para la humedad relativa (γ_λ) se utilizarán las siguientes expresiones:

$$\gamma_\lambda = 1.40 - 0.0102\gamma \quad 40\% \leq \gamma \leq 80\% \quad (2.32)$$

$$\gamma_\lambda = 3.0 - 0.030\gamma \quad 80\% < \gamma \leq 100\% \quad (2.33)$$

siendo:

γ humedad relativa, en porcentaje.

Los valores representativos de “ γ_λ ” están incluidos en la Tabla 2.5..

Tabla 2.5. Factor corrector de la contracción de fraguado en función de la humedad relativa (Tabla 2.5.4 del ACI 209R-92)

Humedad relativa, %	“ γ_λ ” para estimación de la contracción de fraguado	“ γ_λ ” para estimación de la deformación diferida
<40	>1.0	>1.0
40	1.0	1.0
50	0.9	0.94
60	0.8	0.87
70	0.7	0.80
80	0.6	0.73
90	0.3	0.67
100	0.0	0.60

El ACI 209R-92 ofrece dos métodos para estimar el coeficiente corrector debido al efecto del tamaño de la probeta sobre la contracción de fraguado y la deformación diferida.

El primer método es el del espesor medio, en el cuál, se considera el efecto del espesor medio de la pieza mediante el coeficiente “ γ_h ”, en tanto el segundo es el método basado en la relación volumen/superficie donde se utiliza el coeficiente “ γ_{vs} ”.

Para piezas con espesor medio menor de 150 mm se utilizará la Tabla 2.6. para determinar el valor de “ γ_h ”.

Para piezas con espesor medio entre 150 y 380 mm se utilizará las siguientes expresiones:

Para la contracción de fraguado última,

$$\gamma_h = 1.17 - 0.00114h \quad (2.34)$$

Durante el primer año de secado,

$$\gamma_h = 1.23 - 0.0015h \quad (2.35)$$

siendo:

- h=4v/s espesor medio de la pieza, mm.
- v volumen de la pieza, mm³.
- s sección de la pieza en contacto con la atmósfera, mm².

Tabla 2.6. Factores correctores para el espesor medio de la pieza. (Tabla 2.5.5.1 del ACI 209R-92)

Espesor medio, mm	Factor corrector de la contracción de fraguado, “ γ_h ”		Factor corrector de la deformación diferida, “ γ_h ”	
	≤ 1 año	Valor último	≤ 1 año	Valor último
51	1.3	1.3	1.35	1.35
76	1.17	1.17	1.25	1.25
104	1.11	1.11	1.17	1.17
127	1.04	1.04	1.08	1.08
152	1.0	1.0	1.0	1.0
203	0.96	0.96	0.93	0.94
254	0.91	0.93	0.85	0.88
305	0.86	0.90	0.77	0.82
381	0.80	0.85	0.66	0.74

Según el ACI 209R-92, el método del espesor medio ofrece valores mayores para el factor de corrección en comparación con el método basado en la relación volumen/superficie.

En este trabajo se utilizará el método del espesor medio para estimar el coeficiente corrector.

El factor corrector para la relación volumen/superficie, “ γ_{vs} ”, es:

$$\gamma_{vs} = 1.2e^{-0.00472\frac{v}{s}} \quad (2.36)$$

siendo:

v/s relación volumen/superficie, en mm.

Tabla 2.7. Valores representativos de “ γ_{vs} ” (Tabla 2.5.5.2 del ACI 209R-92).

Relación volumen/superficie, mm	Factor corrector de la contracción de fraguado, “ γ_{vs} ”	Factor corrector de la deformación diferida, “ γ_{vs} ”
25	1.06	1.09
38	1.0	1.0
51	0.94	0.92
76	0.84	0.81
102	0.74	0.75
127	0.66	0.72
152	0.58	0.70
203	0.46	0.68
254	0.36	0.67

Para ambos métodos el valor de “ γ_{vs} ” no debe ser menor que 0,2.

El modelo del ACI 209R-92 incluye factores correctores para la composición de la mezcla.

Estos factores consideran el efecto de la consistencia, porcentaje de árido fino, contenido de cemento y aire.

En caso de no tener estos datos, el ACI 209R-92 indica que se puede prescindir de estos factores.

El factor corrector para la consistencia del hormigón (γ_s) es:

$$\gamma_s = 0.89 + 0.00161s \quad (2.37)$$

siendo:

s asentamiento del hormigón, en mm.

El factor corrector para el porcentaje de árido fino (γ_Ψ) es:

$$\gamma_\Psi = 0.30 + 0.014\Psi \quad \text{Para } \Psi \leq 50\% \quad (2.38)$$

$$\gamma_\Psi = 0.90 + 0.002\Psi \quad \text{Para } \Psi > 50\% \quad (2.39)$$

Donde “ Ψ ” es la relación entre el árido fino y el total de los áridos en peso, expresado en porcentaje.

El factor corrector para el contenido de cemento (γ_c) es:

$$\gamma_c = 0.75 + 0.00061c \quad (2.40)$$

siendo:

c contenido de cemento en kg/m³.

Tabla 2.8. Factor corrector para el contenido de cemento (γ_c).

Cant. de Cemento, kg/m ³	Factor corrector de la cantidad de cemento, “ γ_c ”
100	0.81
150	0.84
200	0.87
250	0.90
300	0.93
350	0.96
400	0.99
450	1.02
500	1.06
550	1.09
600	1.12

El factor corrector para el contenido de aire (γ_a) es:

$$\gamma_a = 0.95 + 0.008a \quad \gamma_a \geq 1 \quad (2.41)$$

siendo:

a contenido de aire, en %.

2.2.3.2. Desarrollo de la contracción de fraguado con la edad del hormigón.

El ACI 209R-92 incluye dos expresiones que describen el desarrollo de la contracción de fraguado.

La primera es para hormigón curado siete días en condiciones húmedas y la segunda es para hormigón curado al vapor.

En la Figura 2.9. se podrá ver el desarrollo de la contracción de fraguado con la edad del hormigón para “ γ_{sh} ”=1 y las dos condiciones de curado.

El coeficiente “ γ_{sh} ” representa el producto de todos los factores correctores aplicables.

Se considerará que el valor de “ γ_{sh} ” corresponde a “1” para las siguientes condiciones:

40% HR,

curado húmedo de 7 días,

V/S = 38mm (probeta cilíndrica de 6” x 12” = 6”/4),

contenido de cemento = 410 kg/m³,

% de árido fino = 50%,

asentamiento 68mm,

6,25% contenido de aire.

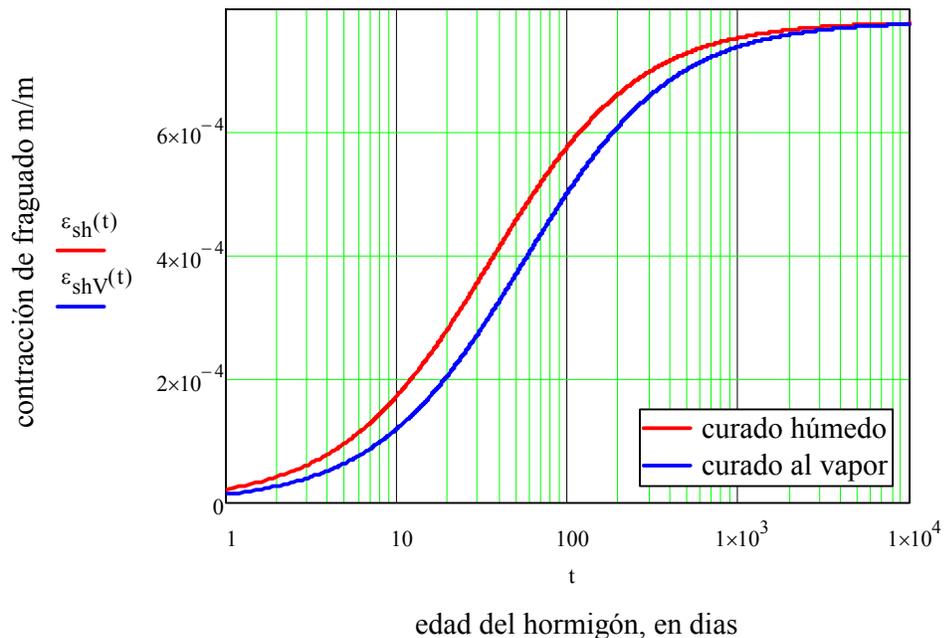


Figura 2.9. Desarrollo de la contracción de fraguado según el ACI 209 para curado húmedo y al vapor para “ γ_{sh} ”=1.

El valor último de la contracción de fraguado es igual para ambos tipos de curado, pero la contracción de fraguado se desarrolla más rápido en caso del curado húmedo.

2.2.3.3. Modelo de cálculo de la deformación diferida.

Para evaluar la evolución del coeficiente de deformación diferida (v_t) en el tiempo (t) para un hormigón puesto en carga a los 7 días, se utilizará la siguiente ecuación:

$$v_t = \frac{t^{0.6}}{10+t^{0.6}} v_u \quad (2.42)$$

$$v_u = 2.35\gamma_c \quad (2.43)$$

siendo:

t edad del hormigón a partir de la puesta en carga “ $t-t_0$ ”, en días.
 v_u coeficiente de deformación diferida última.

Las condiciones que corresponden a “ γ_c ”= 1 son:

40% HR,
curado húmedo de 7 días,
 $V/S = 38$ mm (probeta cilíndrica de 6” x 12” = 6”/4),
50% de árido fino,
asentamiento de 68 mm,
6,25% contenido de aire.

El coeficiente “ γ_c ” representa el producto de todos los factores de corrección aplicables, definidos en las siguientes ecuaciones.

$$\gamma_c = \gamma_{la} \gamma_{\lambda} \gamma_{vs} \gamma_s \gamma_{\psi} \gamma_a \quad (2.44)$$

siendo:

γ_{la} factor corrector para la edad en la cual se aplica la carga.

- γ_λ factor corrector para la humedad relativa.
- γ_{vs} factor corrector para el tamaño de la pieza.
- γ_s factor corrector para la consistencia de la mezcla.
- γ_ψ factor corrector para el contenido de árido fino.
- γ_a factor corrector para el contenido de aire.

Para determinar el valor del factor corrector para la edad de puesta en carga (γ_{la}) se utilizan las siguientes expresiones:

$$\gamma_{la} = 1.25t_{la}^{-0.118} \quad \text{para curado húmedo} \quad (2.45)$$

$$\gamma_{la} = 1.13t_{la}^{-0.095} \quad \text{para curado al vapor} \quad (2.46)$$

siendo:

t_{la} edad de puesta en carga, en días.

Tabla 2.9. Valores representativos del coeficiente corrector para la edad de puesta en carga del hormigón (Tabla 2.5.1 del ACI 209R-92).

Edad de puesta en carga, en días	Factor corrector de la deformación diferida, curado húmedo, " γ_{la} "	Factor corrector de la deformación diferida, curado al vapor, " γ_{la} "
7	1.0	0.94
10	0.95	0.90
20	0.87	0.85
28	0.84	0.83
60	0.77	0.76
90	0.74	0.74

Para determinar el valor del factor corrector para la humedad relativa (γ_λ) se utilizará la siguiente expresión:

$$\gamma_\lambda = 1.27 - 0.0067\gamma \quad \text{para } \gamma > 40\% \quad (2.47)$$

siendo:

γ humedad relativa, en %.

Igual que en el caso de la contracción de fraguado, se puede utilizar el espesor medio o la relación volumen/superficie para considerar el efecto del tamaño de la pieza sobre la fluencia.

Para determinar el valor de “ γ_h ” se utilizará la Tabla 2.6., o las siguientes expresiones:

Para la deformación diferida última,

$$\gamma_h = 1.10 - 0.00067h \quad (2.48)$$

Durante el primer año después de puesta en carga,

$$\gamma_h = 1.14 - 0.00092h \quad (2.49)$$

siendo:

$h=4v/s$ espesor medio de la pieza, en mm..

En el método para considerar la influencia del tamaño de la pieza utilizando la relación volumen/ superficie el coeficiente “ γ_{vs} ” se estima mediante la siguiente ecuación:

$$\gamma_{vs} = \frac{2}{3} \left(1 + 1.13e^{-0.0213 \frac{v}{s}} \right) \quad (2.50)$$

v/s relación volumen/superficie, en mm.

Los valores representativos de “ γ_{vs} ” se podrán obtener de la Tabla 2.7. expuesta anteriormente.

En el caso de la deformación diferida los factores correctores para la composición de la mezcla son la consistencia, porcentaje de árido fino, y contenido aire.

En caso de no tener estos datos, el ACI 209R-92 indica que se podrá prescindir de estos factores.

El factor corrector para la consistencia del hormigón (γ_s) es:

$$\gamma_s = 0.82 + 0.00264s \quad (2.51)$$

siendo:

s asentamiento del hormigón, en mm.

El factor corrector para el porcentaje de árido fino (γ_Ψ) es:

$$\gamma_\Psi = 0.88 + 0.0024\Psi \quad (2.52)$$

siendo:

Ψ relación, en porcentaje, entre el peso de árido fino y el peso total de los áridos.

El factor corrector para el contenido de aire (γ_a) es:

$$\gamma_a = 0.46 + 0.09a \quad \gamma_a \geq 1 \quad (2.53)$$

siendo:

a contenido de aire, en %.

2.2.3.4. Desarrollo de la deformación diferida con la edad del hormigón.

En la Figura 2.10. se observa el desarrollo de la deformación diferida con el tiempo para un hormigón puesto en carga a los 7 días y “ γ_c ” = 1.

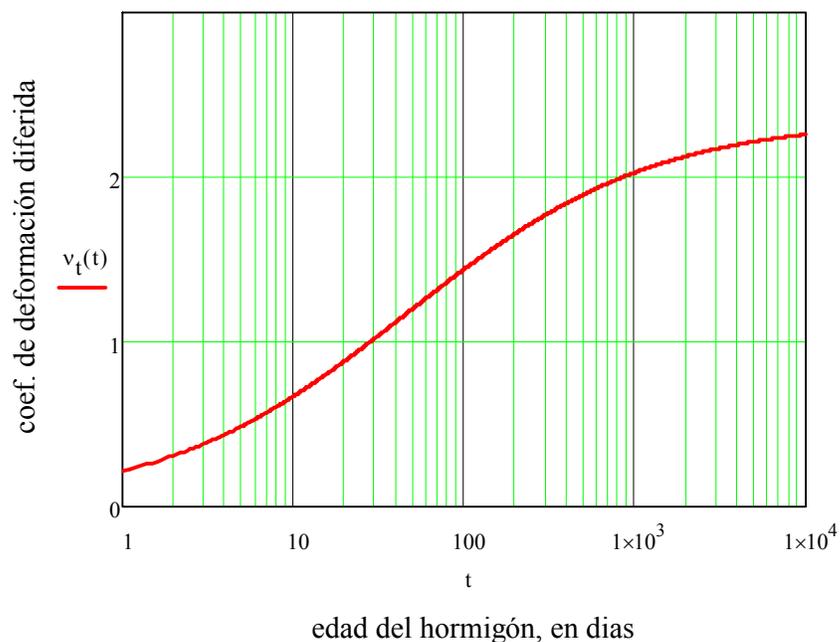


Figura 2.10. Desarrollo de la deformación diferida según el ACI 209R-92 para “ γ_c ” = 1.

2.2.3.5. Influencia de los factores correctores sobre la contracción de fraguado y la deformación diferida.

En el ACI 209R-92 se utilizan varios factores correctores para considerar el efecto de varios parámetros sobre la contracción de fraguado y la deformación diferida.

Los coeficientes correctores finales, “ γ_{sh} ” y “ γ_c ”, corresponden al producto de todos los factores correctores específicos.

Para obtener la contracción de fraguado o el coeficiente de deformación diferida final se multiplicará este coeficiente corrector por el valor último.

La contracción de fraguado última (ϵ_{shu}) es 780×10^{-6} m/m, y el coeficiente de deformación diferida último (v_u) es 2,35.

El factor corrector para el curado inicial depende de la duración del curado, correspondiendo el valor “1” a un curado húmedo de 7 días.

Una duración menor de siete días aumenta el factor corrector por encima de “1”, y una duración mayor de 7 días lo reduce.

El coeficiente corrector para la humedad relativa (γ_λ) es diferente para la contracción de fraguado y la deformación diferida, aunque su valor es “1” para ambos cuando “HR” es 40%.

El valor de “ γ_λ ” disminuye con el aumento en la humedad.

La contracción de fraguado es más sensible a la humedad relativa que la deformación diferida, especialmente cuando “HR” >80%.

El tamaño de la pieza influye de manera diferente sobre la contracción de fraguado y la deformación diferida.

Cuando la relación volumen/superficie es de 38 mm., el valor del coeficiente “ γ_{vs} ” es “1”.

Para piezas con relación “V/S” entre 40 y 100 mm., aproximadamente, el coeficiente “ γ_{vs} ” es similar para la contracción de fraguado y la deformación diferida.

Para relaciones “V/S” mayor de 100 mm., el coeficiente “ γ_{vs} ” sigue disminuyendo para la deformación diferida, mientras que para la contracción de fraguado su valor no varía substancialmente.

Los factores correctores relacionados con la composición de la mezcla son:

- la consistencia del hormigón en estado fresco,
- el porcentaje de árido fino,
- el contenido de cemento,
- el contenido de aire.

Tanto para la contracción de fraguado, como para la deformación diferida, el valor “ γ_s ” = 1 corresponde a un asentamiento de 68 mm..

Convencionalmente se consideraba que un hormigón de consistencia blanda contiene más agua que un hormigón de consistencia seca.

Actualmente esta relación no es tan clara, por el uso bastante extendido de aditivos para mejorar la consistencia del hormigón que a su vez afectan el grado de hidratación del cemento.

El factor corrector para la consistencia (γ_s) es mayor en este caso porque los hormigones con mayor contenido de agua manifiestan mayor contracción de fraguado.

El porcentaje de árido fino es otro de los parámetros que influyen sobre la contracción de fraguado y la deformación diferida.

El factor corrector " γ_Ψ " = 1 corresponde para " Ψ " = 50%, tanto para la contracción de fraguado como para la deformación diferida.

En caso de mayor porcentaje de árido fino, " γ_Ψ ", aumenta ligeramente y de forma equivalente para la contracción de fraguado y la deformación diferida.

En caso de porcentaje de árido fino menor de 50%, " γ_Ψ " disminuye de forma más significativa en el caso de la contracción de fraguado.

En este modelo el contenido de cemento sólo influye sobre la contracción de fraguado.

Según el ACI 209R-92, su efecto sobre la deformación diferida no es significativo.

En el caso de la contracción de fraguado, la relación entre el contenido de cemento y el factor corrector " γ_c " es 1 para contenido de cemento de 410 kg/m³.

Menor contenido de cemento disminuye al factor corrector, mientras que mayor contenido de cemento lo incrementa.

Este modelo también permite considerar el efecto del porcentaje de aire, " γ_a " = 1 corresponde a 6,25% de aire en la mezcla.

El porcentaje de aire influye poco sobre la contracción de fraguado, y en el caso de la deformación diferida su influencia es significativa sólo cuando el "%" de aire es mayor que el 6,25%.

Se puede considerar que, en general, el porcentaje de aire ocluido en la masa de hormigón es aproximadamente del 3%.

Para obtener mayor proporción de aire ocluido hace falta utilizar aditivos del tipo incorporador de aire.

2.2.3.6. Módulo de elasticidad del hormigón.

De acuerdo con la ecuación del ACI 318-02, el módulo de elasticidad secante es:

$$E_c = 0.043 \gamma_c^{1.5} \sqrt{f'_c} \approx 4750 \sqrt{f'_c} \quad (2.54)$$

siendo:

- E_c módulo de elasticidad secante, en MPa.
- f'_c resistencia característica a compresión del hormigón, en MPa.
- γ_c peso específico del hormigón (≈ 2300), en kg/m^3

Otra fórmula aplicable es la del ACI 363R-92,

$$E_c = 3320 \sqrt{f'_c} + 6900 \quad (2.55)$$

2.2.4. Según Eurocódigo 2 (EC-2).

La norma Europea EN 1992-1-1:2004, Eurocódigo 2 [9], ha sido preparada por el comité técnico CEN/TC 250.

La misma, en Europa, dio lugar a normativas nacionales, por la publicación de un texto igual o por su endosamiento antes de Junio del 2005 y se debieron retirar todas las normativas nacionales contradictorias antes de marzo del 2010.

2.2.4.1. Consideración general.

Cuando el hormigón se encuentra a temperatura normal, la edad efectiva del hormigón coincide con la edad real del mismo.

Cuando existen variaciones de temperatura, se usa en lugar de la edad real, la edad efectiva del hormigón considerando el efecto de la temperatura dentro del rango comprendido entre 0°C y 80°C mediante la siguiente expresión,

$$t_1 = \sum_{i=1}^n \Delta t_i e^{-\left(\frac{4000}{273+T(\Delta t_i)} - 13.65\right)} \quad (2.56)$$

siendo:

- t_T edad efectiva del hormigón, sustituye a “ t ” y “ t_0 ” en las expresiones correspondientes.
- n cantidad de periodos considerados.
- Δt_i número de días de cada período, en que la temperatura media diaria del ambiente se mantiene constante e igual a “ $T(\Delta t_i)$ ”.
- $T(\Delta t_i)$ temperatura media diaria del ambiente en el período “ Δt_i ”, en °C.

En tanto, el efecto del tipo de cemento sobre la deformación diferida se tiene en cuenta modificando la edad de puesta en carga (t_0) mediante la siguiente expresión,

$$t_0 = t_{0,T} \left(\frac{9}{2 + t_{0,T}^{1.2}} + 1 \right)^\alpha \geq 0.5 \quad (2.57)$$

siendo:

- $t_{0,T}$ edad de puesta en carga a la temperatura “ T ”, en días
- α coeficiente que depende del tipo de cemento:
 - 1 para cemento de clase S.
 - 0 para cemento de clase N.
 - 1 para cemento de clase R.

2.2.4.2. Modelo de cálculo de la contracción de fraguado.

El Eurocódigo 2, a nuestro entender, es el mejor modelo aplicable a los hormigones de alta resistencia entre los modelos analizados en el presente trabajo siendo a su vez el primer modelo que separa la deformación por contracción de fraguado en dos componentes:

- por secado
- autógena

Se define la deformación por contracción de fraguado total (ϵ_{cs}) con la siguiente expresión:

$$\epsilon_{cs} = \epsilon_{cd} + \epsilon_{ca} \quad (2.58)$$

siendo:

- ϵ_{cs} deformación por contracción de fraguado total.
- ϵ_{cd} deformación por contracción de fraguado por secado.
- ϵ_{ca} deformación por contracción de fraguado autógena.

El desarrollo de la deformación por contracción de fraguado por secado con el tiempo ($\epsilon_{cd}(t)$) se determina mediante la siguiente ecuación:

$$\epsilon_{cd}(t) = \beta_{ds}(t, t_s) k_h \epsilon_{cd,0} \quad (2.59)$$

siendo:

- $\epsilon_{cd,0}$ deformación por contracción de fraguado por secado básica.

Esta última se calculará utilizando la siguiente expresión:

$$\epsilon_{cd,0} = 0.85 \left[(220 + 110\alpha_{ds1}) e^{-\alpha_{ds2} \frac{f_{cm}}{f_{cm0}}} \right] 10^{-6} \beta_{RH} \quad (2.60)$$

$$\beta_{RH} = -1.55 \left[1 - \left(\frac{RH}{RH_0} \right)^3 \right] \quad (2.61)$$

$$f_{cm}(t) = \beta_{cc}(t) f_{cm} \quad (2.62)$$

$$\beta_{cc}(t) = e^{s \left(1 - \sqrt{\frac{28}{t}} \right)} \quad (2.63)$$

siendo:

- f_{cm} resistencia media a compresión a los 28 días, MPa.
- $f_{cm}(t)$ resistencia media a compresión a la edad “t”, MPa.
- f_{ck} resistencia característica a compresión, MPa.:
 - “ $f_{cm} - 8$ ” para $3 < “t” < 28$ días
 - “ f_{ck28} ” para “t” ≥ 28 días
- f_{cm0} 10 MPa.
- $\beta_{cc}(t)$ coef. que estima la “ f_{cm} ” a la edad “t”, diferente a 28 días.

Los cementos están definidos (apartado 3.1.2 del EN1992-1-1) y agrupados en las siguientes clases:

- Clase S para cementos tipo CEM 32,5N.
- Clase N para cementos tipo CEM 32,5R, CEM 42,5N.
- Clase R para cementos del tipo CEM 42,5R, CEM 52,5N, CEM 52,5R.
- α_{ds1} coeficiente que depende del tipo de cemento:
 - 3 para cemento de clase S.
 - 4 para cemento de clase N.
 - 6 para cemento de clase R.
- α_{ds2} coeficiente que depende del tipo de cemento:
 - 0,13 para cemento de clase S.
 - 0,12 para cemento de clase N.
 - 0,11 para cemento de clase R.
- RH humedad relativa del ambiente, en %.
- RH_0 =100%
- s coeficiente que tiene en cuenta el tipo de cemento utilizado:
 - 0.38 para cemento de clase S.
 - 0.35 para cemento de clase N.
 - 0.20 para cemento de clase R.

Tabla 2.10. Valores de “ $\epsilon_{cd,0}$ ”, en “0/00”, para hormigón con cemento tipo N (Tabla 3.2 del EC-2)

“ f_{ck} ” “ $f_{ck,cubo}$ ”, MPa	Humedad relativa, “RH”, %					
	20	40	60	80	90	100
20 - 25	0.64	0.60	0.50	0.31	0.17	0.0
40 - 50	0.51	0.48	0.40	0.25	0.14	0.0
60 - 75	0.41	0.38	0.32	0.20	0.11	0.0
80 - 95	0.33	0.31	0.26	0.16	0.09	0.0
90 - 105	0.30	0.28	0.23	0.15	0.05	0.0

El coeficiente “k_h” dependerá de la geometría de la pieza (h₀) y su valor se obtiene de la Tabla 2.11.,

Tabla 2.11. Valores de “k_h” (Tabla 3.3 del EN 1992-1-1:2004 (EC-2)).

“h ₀ ”	“k _h ”
100	1.0
200	0.85
300	0.75
≥500	0.70

$$\beta_{ds}(t, t_s) = \frac{t - t_s}{(t - t_s) + 0.04 \sqrt{h_0^3}} \quad (2.64)$$

siendo:

- t edad del hormigón en el momento considerado, en días.
- t_s edad del hormigón, en días, cuando comienza la contracción de fraguado de secado (o hinchamiento). Esto es normalmente cuando se termina el período de curado.
- h₀ = 2A_c/u espesor efectivo de la sección, en mm.
- A_c área de la sección, en mm².
- u perímetro de la parte de la sección expuesta al secado, en mm.

En tanto, la deformación por contracción de fraguado por secado última (ε_{cd,∞}) se determinará por la siguiente ecuación:

$$\varepsilon_{cd,\infty} = k_h \varepsilon_{cd,0} \quad (2.65)$$

La deformación por contracción de fraguado autógena (ε_{ca}(t)) es una función lineal de la resistencia a compresión del hormigón.

$$\varepsilon_{ca}(t) = \varepsilon_{ca}(\infty) \beta_{as}(t) \quad (2.66)$$

siendo:

$$\varepsilon_{ca}(\infty) = -2.5(f_{ck} - 10)10^{-6} \quad (2.67)$$

$$\beta_{as}(t) = 1 - e^{-0.2\sqrt{t}} \quad (2.68)$$

Se puede considerar que el valor medio de la deformación por contracción de fraguado calculada con este modelo tiene un **coeficiente de variación del 30%**.

2.2.4.3. Curvas típicas para la contracción de fraguado calculadas según el Eurocódigo 2.

En todos los casos del siguiente análisis se considerarán las siguientes condiciones:

$$“f_{cm}” = 35 \text{ MPa ,}$$

$$“t_s” = 7 \text{ días,}$$

$$“h_0” = 100 \text{ mm,}$$

cemento tipo N, exceptuando la variable en cuestión.

En la Figura 2.11. se observa el desarrollo de la contracción de fraguado en función de sus dos componentes:

- contracción de fraguado autógena
- contracción de fraguado por secado.

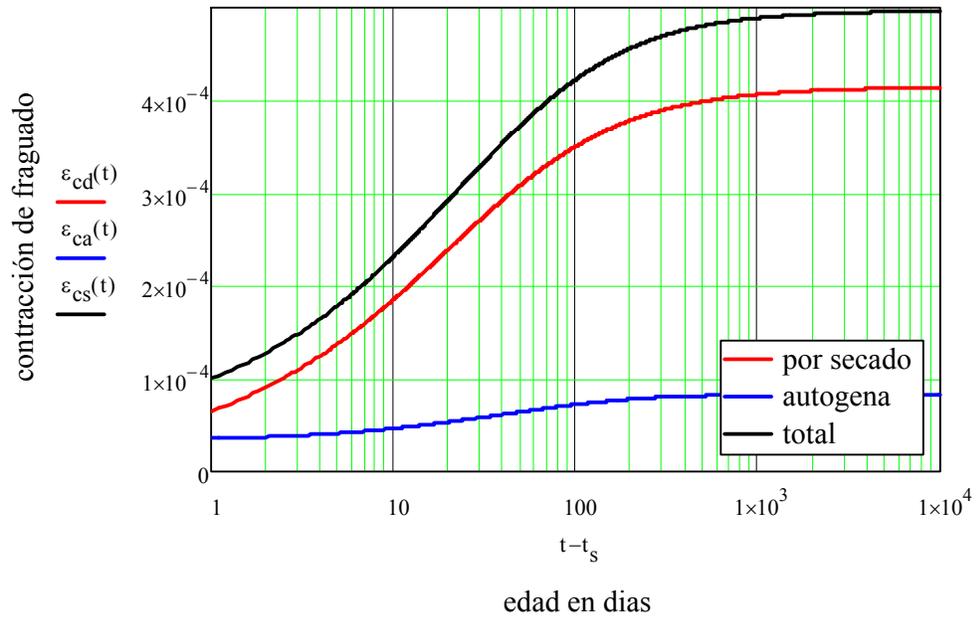


Figura 2.11. Desarrollo de la contracción de fraguado autógena y por secado según el Eurocódigo 2.

En este caso, la contracción de fraguado autógena es relativamente pequeña, porque la resistencia del hormigón es baja, 35 MPa.

Para hormigones de mayor resistencia este componente de la contracción de fraguado es más significativa.

En la Figura 2.12. se visualiza la relación entre la magnitud de la contracción de fraguado autógena y la resistencia del hormigón.

Según este modelo, en el caso de hormigones de alta resistencia, la contracción de fraguado autógena puede alcanzar los 200 $\mu\text{m}/\text{m}$.

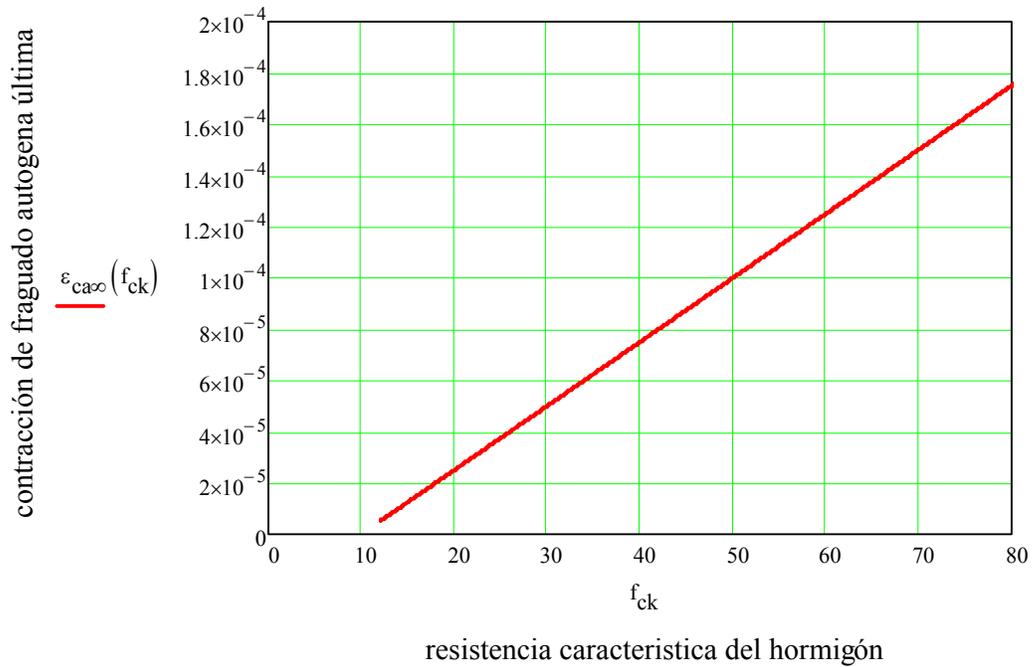


Figura 2.12. Relación entre la contracción de fraguado autógena última ($\epsilon_{ca,\infty}$) y la resistencia característica a compresión del hormigón.

En la Figura 2.13. se visualiza el desarrollo del coeficiente, “ $\beta_{as(t)}$ ”, con el tiempo. Se observa que la contracción de fraguado autógena ($\epsilon_{ca}(t)$) se desarrolla a edades tempranas y alcanza aproximadamente el 80% de su valor final a los 60 días.

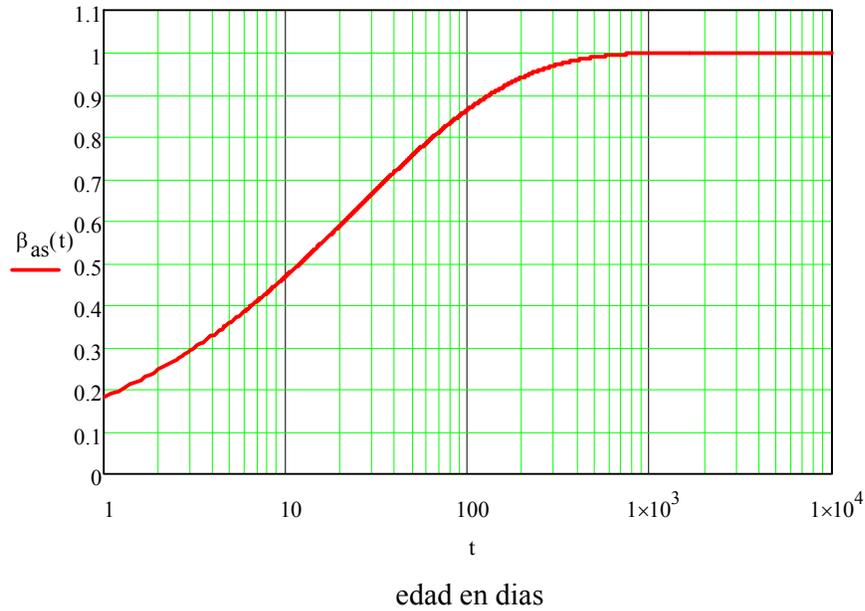


Figura 2.13. Desarrollo del coeficiente, “ $\beta_{as}(t)$ ”, con la edad del hormigón.

Los parámetros que influyen sobre la contracción de fraguado son:

- el tamaño de la pieza (h_0),
- la edad de comienzo de la contracción de fraguado (t_s),
- la humedad relativa (HR),
- la resistencia media a compresión del hormigón (f_{cm}),
- el tipo de cemento.

En la Figura 2.14. se observa que a largo plazo la contracción de fraguado es mayor para hormigones con resistencia más baja.

A corto plazo, la contracción de fraguado autógena ($\epsilon_{ca}(t)$) es mayor para hormigones de alta resistencia, pero al ser menor la contracción de fraguado por secado (ϵ_{cd}) el valor total resulta inferior.

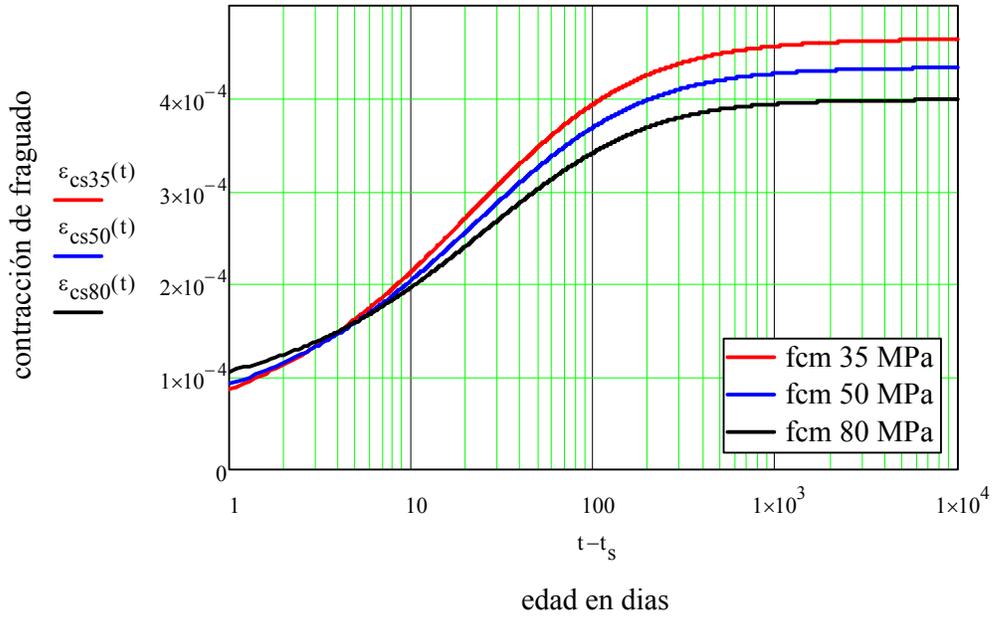


Figura 2.14. Desarrollo de la contracción de fraguado en hormigones de diferentes resistencias.

En la Figura 2.15. se observa el efecto del tipo de cemento sobre la contracción de fraguado.

La contracción de fraguado es más baja para hormigones con cemento tipo S, seguido por N y R.

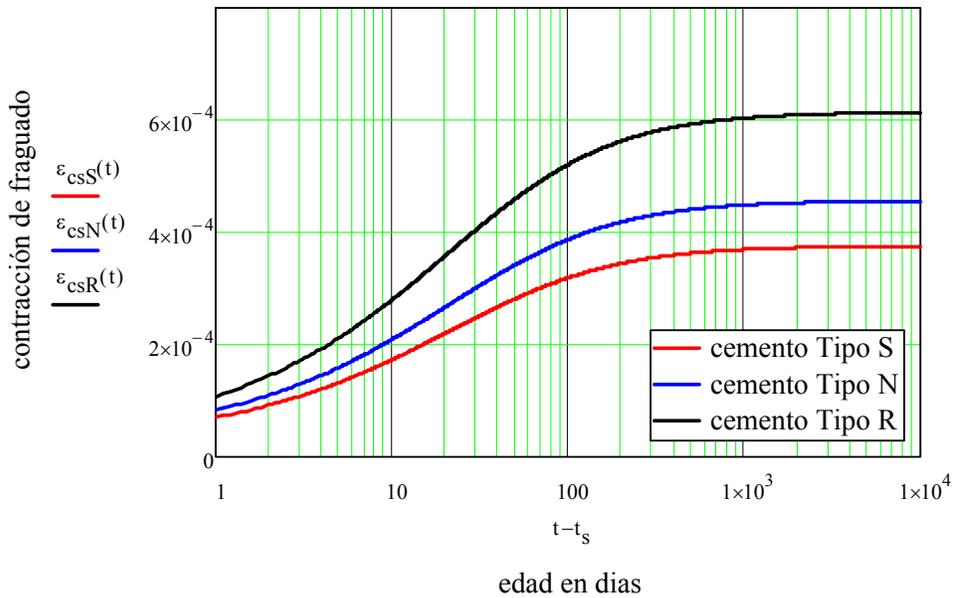


Figura 2.15. Influencia del tipo de cemento sobre la contracción de fraguado.

Se observa en la Figura 2.16. el desarrollo del coef. “ β_{ds} ” en el tiempo para diferentes espesores de la pieza.

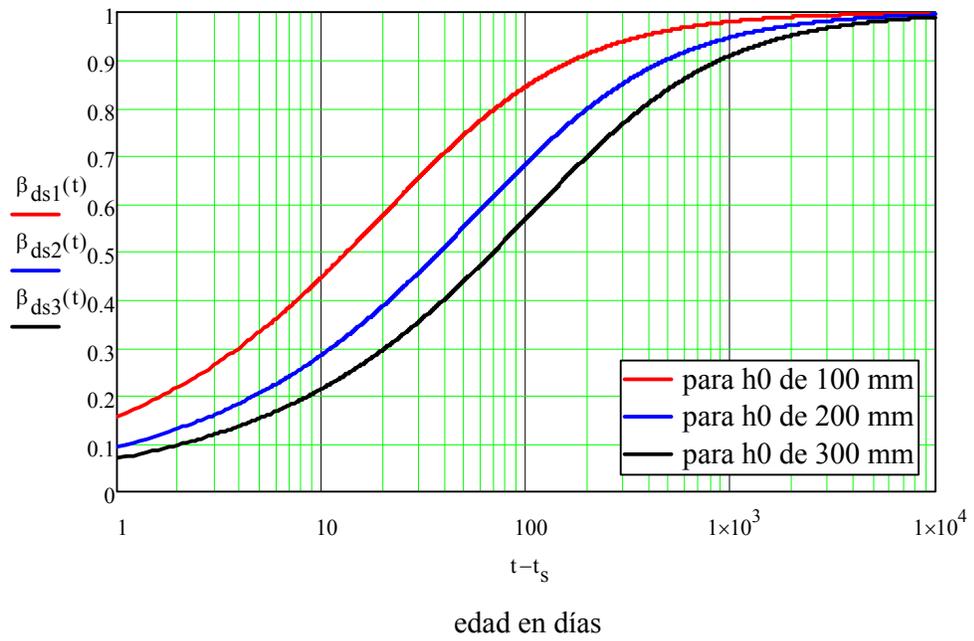


Figura 2.16. Efecto del tamaño de la pieza sobre “ β_{ds} ”.

En la Figura 2.17. se visualiza el desarrollo de la contracción de fraguado en el tiempo para diferentes espesores de la pieza.

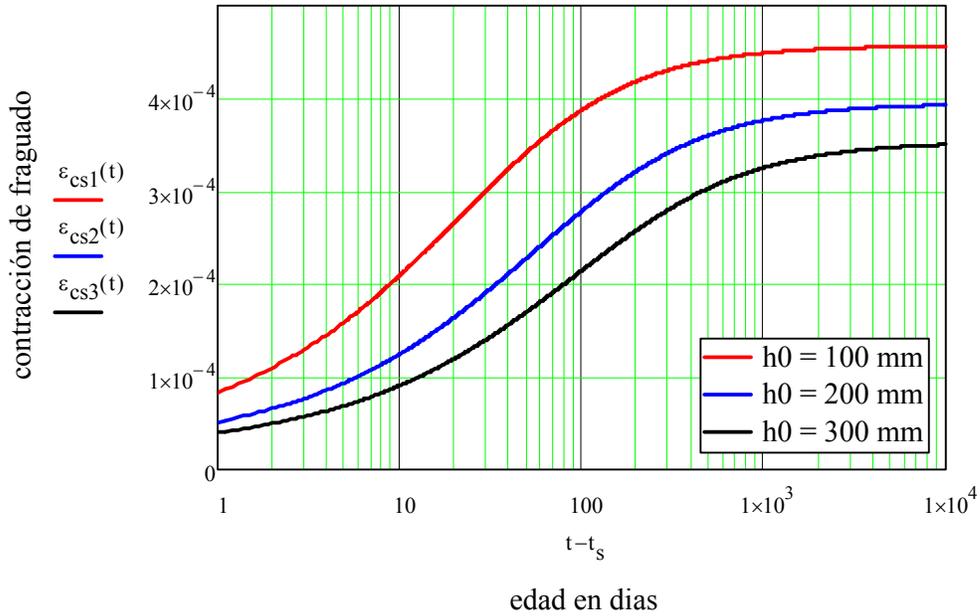


Figura 2.17. Efecto del tamaño de la pieza sobre el desarrollo de la contracción de fraguado.

2.2.4.4. Modelo de cálculo de la deformación diferida.

La deformación del hormigón por deformación diferida ($\varepsilon_{cc}(\infty, t_0)$) a edad “ t ” = ∞ y para una tensión aplicada constante “ σ_c ” menor de “ $0,45 \cdot f_{ck}(t_0)$ ”, aplicada al hormigón a edad “ t_0 ”, se obtendrá por medio de la siguiente ecuación:

$$\varepsilon_{cc}(\infty, t_0) = \varphi(\infty, t_0) \frac{\sigma_c}{E_c} \quad (2.69)$$

siendo,

$$E_c = 1.05 E_{cm} \quad (2.70)$$

E_c módulo de elasticidad tangente del hormigón, en MPa.
 E_{cm} módulo de elasticidad secante del hormigón, en MPa.

Para determinar el coeficiente de deformación diferida ($\varphi(\infty, t_0)$) se utilizará la siguiente expresión,

$$\varphi(\infty, t_0) = \varphi_0 \beta_c(t, t_0) \quad (2.71)$$

siendo:

φ_0 coeficiente básico de deformación diferida.

$$\varphi_0 = \varphi_{RH} \beta(f_{cm}) \beta(t_0) \quad (2.72)$$

φ_{RH} coeficiente de influencia de la humedad relativa, “HR”

$$\varphi_{RH} = 1 + \frac{1 - \frac{HR}{100}}{0.1(h_0)^{\frac{1}{3}}} \quad \text{si “}f_{cm}\text{”} \leq 35 \text{ MPa.} \quad (2.73)$$

$$\varphi_{RH} = \left[1 + \frac{1 - \frac{HR}{100}}{0.1(h_0)^{\frac{1}{3}}} \alpha_1 \right] \alpha_2 \quad \text{si “}f_{cm}\text{”} > 35 \text{ MPa.} \quad (2.74)$$

$$\alpha_1 = \left(\frac{35}{f_{cm}} \right)^{0.7} \quad (2.75)$$

$$\alpha_2 = \left(\frac{35}{f_{cm}} \right)^{0.2} \quad (2.76)$$

$\beta(f_{cm})$ factor que permite tener en cuenta el efecto de la resistencia media del hormigón a los 28 días en el coeficiente básico de deformación diferida.

$$\beta(f_{cm}) = \frac{16.8}{\sqrt{f_{cm}}} \quad (2.77)$$

$\beta(t_0)$ factor que contempla la influencia de la edad de puesta en carga del hormigón en el coeficiente básico de deformación diferida.

$$\beta(t_0) = \frac{1}{0.1 + t_0^{0.2}} \quad (2.78)$$

$\beta_c(t, t_0)$ función que describe el desarrollo de la deformación diferida en el tiempo considerado, o sea, en el lapso comprendido entre “ t_0 ” y “ t ”.

$$\beta_c(t, t_0) = \left(\frac{(t - t_0)}{[\beta_H + t - t_0]} \right)^{0.3} \quad (2.79)$$

$$\beta_H = 1.5 \left[1 + (0.012RH)^{18} \right] h_0 + 250 \leq 1500 \quad \text{si } "f_{cm}" \leq 35 \text{ MPa.} \quad (2.80)$$

$$\beta_H = 1.5 \left[1 + (0.012RH)^{18} \right] h_0 + 250 \alpha_3 \leq 1500 \alpha_3 \quad \text{si } "f_{cm}" > 35 \text{ MPa.} \quad (2.81)$$

$$\alpha_3 = \left(\frac{35}{f_{cm}} \right)^{0.5} \quad (2.82)$$

El Eurocódigo 2 también incluye un método gráfico simplificado para determinar el coeficiente de deformación diferida para hormigones en condiciones ambientales normales (Figura 3.1 del EC-2).

Cuando la tensión aplicada a edad “ t_0 ” es mayor que “ $0,45 * f_{ck}(t_0)$ ” se deberá considerar que la deformación diferida no es lineal.

En estos casos, el coeficiente de deformación diferida efectivo se obtendrá mediante la siguiente expresión,

$$\varphi_k(\infty, t_0) = \varphi(\infty, t_0) e^{1.5(k_\sigma - 0.45)} \quad (2.83)$$

siendo:

- $\varphi_k(\infty, t_0)$ coeficiente de deformación diferida efectivo, que substituye a “ $\varphi(\infty, t_0)$ ”.
- k_σ relación tensión/resistencia, “ $\sigma_c / f_{cm}(t_0)$ ”.
- σ_c tensión de compresión aplicada.
- $f_{cm}(t_0)$ resistencia media del hormigón a tiempo “ t_0 ”, o sea, cuando se lo carga.

Se puede considerar que el valor medio de la deformación diferida calculada con este modelo tiene un **coeficiente de variación del 20%**.

2.2.4.5. Curvas típicas para la deformación diferida calculadas según el Eurocódigo 2.

Unas de las diferencias entre el modelo del Eurocódigo 2 y el CEB FIP-90, es que el Eurocódigo 2 incorpora algunas modificaciones en los coeficientes para considerar la humedad relativa " ϕ_{RH} " y " β_H ", y los relaciona con la resistencia a compresión del hormigón.

En la Figura 2.18. se observa que para hormigones con " $f_{cm} \leq 35$ MPa, el coeficiente " ϕ_{RH} " es menor a medida que " h_0 " y " HR " aumentan.

Esto significa que en las mismas condiciones de humedad relativa el incremento de la deformación diferida es mayor para menores tamaños efectivos.

Las expresiones para los coeficientes " $\beta(f_{cm})$ ", " $\beta(t_0)$ ", y " $\beta_c(t, t_0)$ " son casi idénticas en el Eurocódigo 2 y el CEB FIP-90.

La relación del coeficiente " β_H " y el tamaño efectivo se representa en la Figura 2.19. y se puede ver que el valor de " β_{RH} " es menor para menores tamaños efectivos (h_0).

Es interesante destacar que para " $HR \leq 70\%$ ", el coeficiente " β_{RH} ", es casi independiente de la humedad.

Esto se debe a que para estos valores de " HR " la expresión, " $1 + 0.012HR^{18}$ ", es prácticamente cero.

Para " $HR > 70\%$ ", el valor de este coeficiente se dispara a valores muy altos, mayores a 1500.

Hay que tener en cuenta que este modelo es válido hasta " HR " igual al 100%.

El coeficiente " β_H " se utilizará para calcular el coeficiente " β_c ".

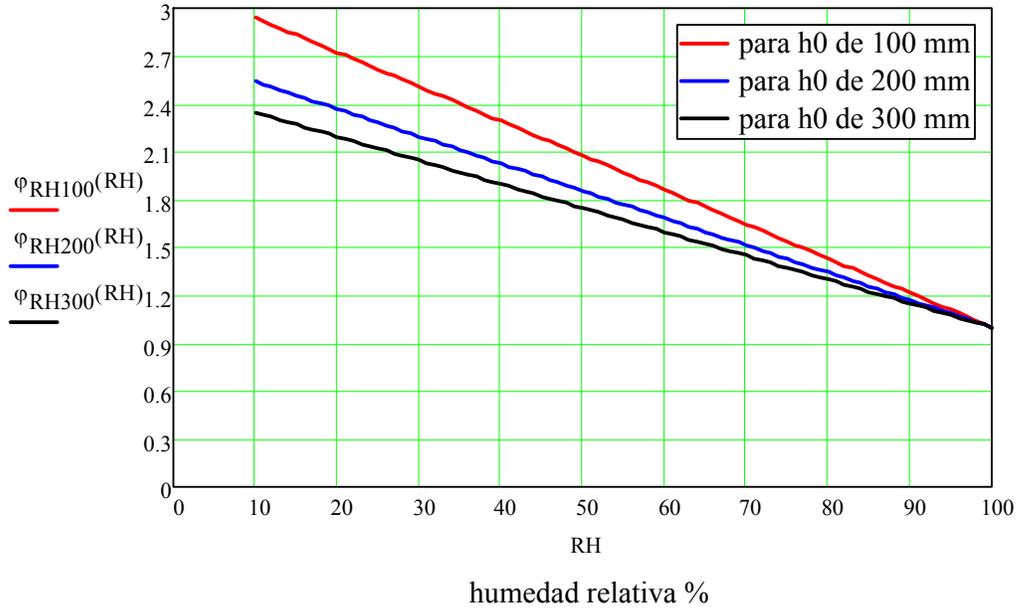


Figura 2.18. Coeficiente “ φ_{RH} ” en función de la humedad relativa para diferentes valores de “ h_0 ”.

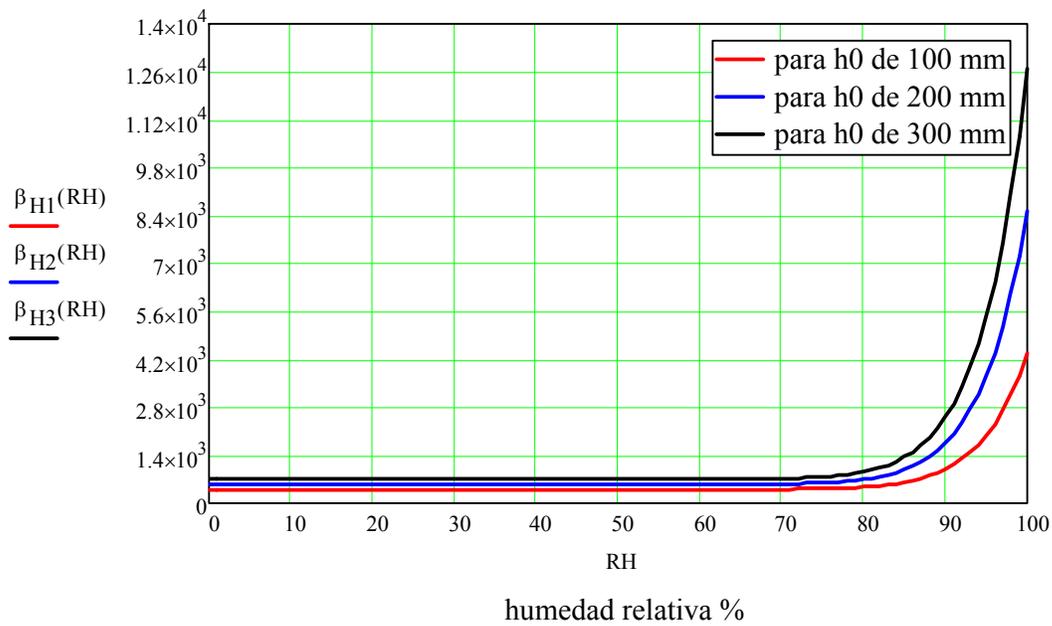


Figura 2.19. Relación entre el coeficiente “ β_{RH} ” y “ h_0 ” para valores de “ f_{cm} ” < 35 MPa.

En la Figura 2.20. se incluye el efecto del tamaño de la pieza y se observa que el mismo sólo influye sobre el desarrollo de la deformación diferida y no sobre su valor final.

Como se aprecia en la Figura 2.21. la resistencia a compresión influye de manera importante sobre el coeficiente “ $\beta(f_{cm})$ ”.

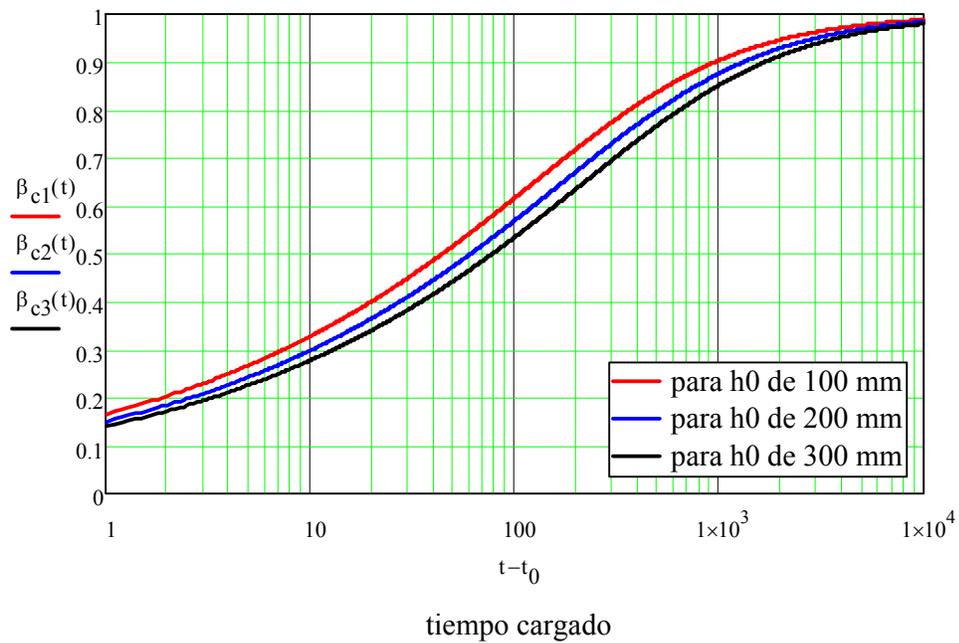


Figura 2.20. Relación entre el coeficiente “ β_c ” y el tamaño de la pieza.

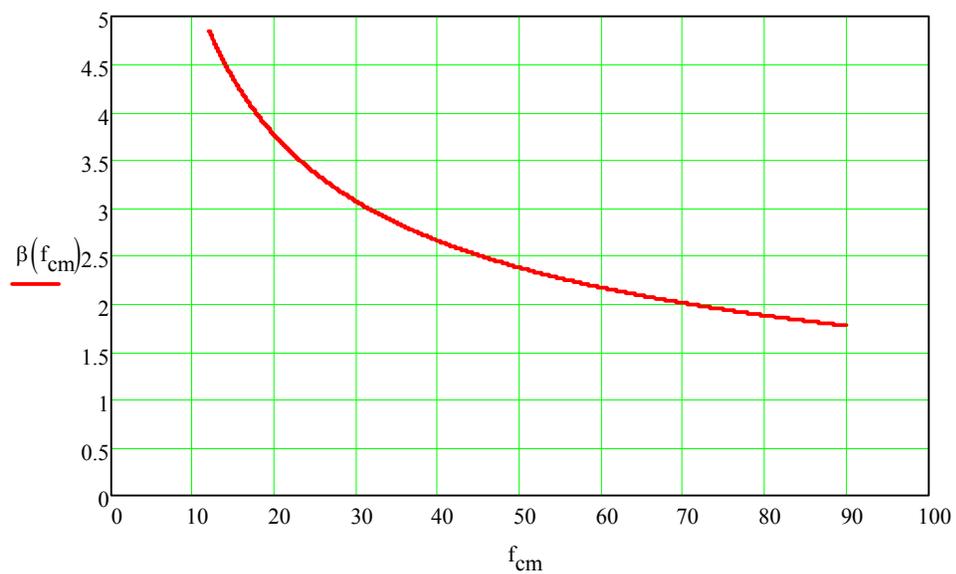


Figura 2.21. Relación entre la resistencia media a compresión (f_{cm}) y el coeficiente “ $\beta(f_{cm})$ ”.

2.2.4.6. Módulo de elasticidad del hormigón.

La ecuación del Eurocódigo 2 con la cual se calcula el módulo de elasticidad a los 28 días (E_{cm}) es casi igual a la del CEB FIP-90,

$$E_{cm} = 22000 \left(\frac{f_{cm28}}{10} \right)^{0.30} \quad \text{en MPa.} \quad (2.84)$$

En la Figura 2.22. se observa su evolución en función de la resistencia media a compresión del hormigón.

Para estimar al módulo de elasticidad a edades diferente de los 28 días, se puede utilizar la siguiente expresión,

$$E_{cm}(t) = \left(\frac{f_{cm}(t)}{f_{cm28}} \right)^{0.30} E_{cm} \quad (2.85)$$

siendo:

- E_{cm} módulo de elasticidad a los 28 días.
- $f_{cm}(t)$ resistencia media a compresión a “t” días.
- f_{cm28} resistencia media a compresión a los 28 días.

Para hormigones con agregados diferentes al granítico el valor de “ E_{cm} ” debe multiplicarse, según corresponda, por el valor:

- 0.90 agregados calcáreos
- 0.70 agregados de areniscas
- 1.20 agregados basálticos

Para el análisis de la deformación diferida se utilizará el módulo tangente “ E_c ” definido por (ver [9] 3.1.4 (2)),

$$E_c = 1.05E_{cm} = 23100 \left(\frac{f_{cm28}}{10} \right)^{0.30}$$

(2.86)

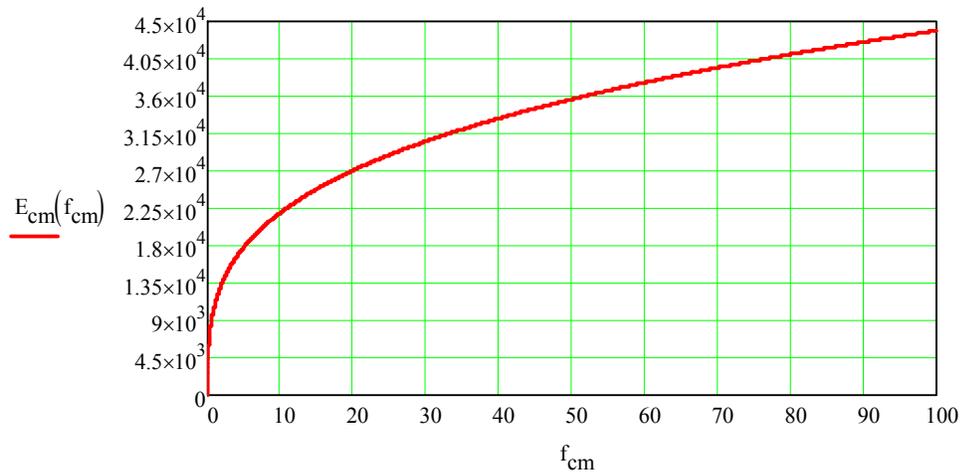


Figura 2.22. Relación entre la “ f_{cm} ” y el módulo de elasticidad (E_{cm}).

2.3. Limitaciones y requisitos de los modelos de cálculo.

Como se ha expuesto anteriormente, los modelos de cálculo varían en su complejidad y en las variables necesarias para el cálculo respectivo.

En la Tabla 2.12. se incluye un resumen de las variables necesarias por cada modelo para el cálculo de la contracción de fraguado y la deformación diferida.

2.3.1. Variables utilizadas por cada modelo en el cálculo de la contracción de fraguado y deformación diferida.

Tabla 2.12. Variables utilizadas por cada modelo en el cálculo de la contracción de fraguado y deformación diferida.

Variable	CIRSOC 201-82	CEB FIP-90	ACI 209-92	EUROCODIGO 2
Humedad relativa, %	Ambos	Ambos	Ambos	Ambos
Dimensión de la pieza	Ambos	Ambos	Ambos	Ambos
Condición de curado (humeda,vapor)	-	-	Ambos	Ambos
Edad de comienzo de la contracción de fraguado, “t _s ”, días	Contracción de fraguado	Contracción de fraguado	Contracción de fraguado	Contracción de fraguado
Edad de puesta en carga, “t ₀ ”, días	Deformación diferida	Deformación diferida	Deformación diferida	Deformación diferida
Edad del hormigón	Ambos	Ambos	Ambos	Ambos
Efecto de la temperatura	Ambos	Ambos	-	Ambos
Características del hormigón				
“f _{cm28} ”, MPa (1)	Ambos	Ambos	-	Ambos
Contenido de cemento kg/m ³	-	-	Contracción de fraguado (2)	-
Contenido de árido fino kg/m ³	-	-	Ambos (2)	-
% de aire	-	-	Ambos (2)	-
Tipo de cemento	Ambos	Ambos	Ambos (2)	Ambos
Asentamiento de cono, cm	Ambos	-	Ambos (2)	-

*En el caso de la deformación diferida, en todos los modelos, se calcula el coeficiente de deformación diferida sin utilizar la tensión aplicada ni el módulo de elasticidad (E).

Se utilizará la tensión aplicada y “E” para convertir el valor de “φ” a deformación por deformación diferida.

(1) De los cuatro modelos, sólo el ACI 209R-92 no utiliza la resistencia a compresión (f_c) en el cálculo de la contracción de fraguado y la deformación diferida.

En el caso del modelo CEB FIP-90, se utiliza “f_{cm}” como la variable principal para caracterizar al hormigón.

(2) El ACI 209R-92 permite considerar estas variables en el cálculo, pero en caso de no tener estos datos se prescindirá de ellos.

En la Tabla 2.13. se resumirá el número de variables necesarias por cada modelo para estimar la contracción de fraguado y la deformación diferida.

Tabla 2.13. Número mínimo de variables necesarios según cada modelo para la estimación de la contracción de fraguado y la deformación diferida.

Valor estimado	CIRSOC 201-82	CEB FIP-90	ACI 209-92	EUROCODIGO 2
Contracción de fraguado	5	6	5	6
Deformación diferida	5	6	5	6

El CIRSOC 201-82 y el ACI 209R-92 requieren el menor número de variables en el caso de la contracción de fraguado.

A la hora de utilizar estos modelos, aparte del número de variables necesarias en el cálculo, también se considerará el margen de aplicabilidad y las limitaciones de cada uno de ellos.

2.3.2. Limitaciones de los modelos de cálculo.

La Tabla 2.14. incluye un resumen de las limitaciones de cada modelo.

Tabla 2.14. Limitaciones de cada modelo.

Parámetros	CIRSOC 201-82	CEB FIP-90	ACI 209-92	EUROCODIGO 2
Deformación diferida	Coef. de Deformación diferida	Coef. de Deformación diferida	Coef. de Deformación diferida	Coef. de Deformación diferida
“ f_{cm28} ”, MPA	$26 \leq f_{cm} \leq 52$	$20 \leq f_{cm} \leq 88$	-	$20 \leq f_{cm} \leq 90$
Tipo de curado inicial	-	-	Húmedo o al vapor	-
Edad de puesta en carga, “ t_0 ”	-	-	“ t_0 ” > 7 días curado húmedo “ t_0 ” > 1 a 3 días curado al vapor	-
Tipo de cemento	CP30-CP40	S-N-R	Tipo I y III	S-N-R
Tipo de hormigón	-	no aplicable a hormigones de áridos livianos	peso normal y ligero	-
Tensión aplicada, MPa	“ $\sigma \leq 0.40f_{cm}$ ”	“ $\sigma \leq 0.40f_{cm}$ ” (1)	“ $\sigma \leq 0.40f_{cm}$ ”	“ $\sigma \leq 0.45f_{cm}$ ” (1) “ $\sigma \leq 0.60f_{cm}$ ”
agua/cemento	si	-	-	-
árido/cemento	-	-	-	-
Contenido de cemento kg/m^3	-	-	-	-
Temperatura °C	20	$5 < T < 30$ (2)	21	$-40 < T < 40$
Humedad relativa, % (3)	-	40-100	40-100	40-100

(1) El CEB FIP-90 y el Eurocódigo 2 permiten considerar niveles de tensión en el rango de “ $0,4f_{cm}$ ” < “ σ_c ” < “ $0,6f_{cm}$ ”.

En este caso, se considerará la no linealidad de la fluencia mediante el coeficiente de fluencia no lineal ($\varphi_{0,k}$).

(2) El CEB FIP-90 permite considerar temperaturas entre 0°C y 80°C, modificando la edad de puesta en carga (t_0) (Apartado 2.1.81 del CEB FIP-90).

(3) Todos los modelos utilizan la humedad relativa en el cálculo de la deformación diferida y la contracción de fraguado, pero solo consideran condiciones de humedad constante.

Cabe mencionar que ninguno de los modelos tiene limitaciones sobre el tamaño de la pieza “V/S”, pero se recuerda que es relativamente pequeño para probetas de ensayos en laboratorio en comparación con el tamaño de piezas reales.

Hacen falta más estudios sobre la aplicabilidad de estos modelos en piezas de mayor dimensión.

En los modelos tampoco se considera la variación de la humedad relativa y de la temperatura en el tiempo.

Capítulo 3

PROPUESTA DE UN NUEVO CRITERIO PARA LA EVALUACIÓN DE PROBLEMAS VISCOELÁSTICOS DE ESTRUCTURAS DE HORMIGÓN (DEFORMACIÓN DIFERIDA Y CONTRACCIÓN DE FRAGUADO).

3.1. Desarrollo.

Se planteará el análisis de la deflexión en vigas tipo T de Hormigón Armado y, de la deflexión y acortamiento longitudinal total en vigas tipo T de Hormigón Postesado, simplemente apoyadas, con efecto viscoelástico y en ambos casos solicitadas por una carga uniforme, según los modelos provenientes de los reglamentos y códigos analizados.

Inicialmente, para su cálculo, se asume que los modelos responden a un comportamiento determinístico, adoptándose como valor de las variables el valor medio de cada una de ellas.

Posteriormente, desde un punto de vista probabilístico, se evaluará a partir del modelo analizado los efectos provocados en la deflexión y en el acortamiento longitudinal total, según corresponda, ante la dispersión de ciertas variables simulando las mismas mediante el “Método Monte Carlo”.

Se admite la aplicación de la “Ley de los grandes números”, o sea, las frecuencias tienden a la probabilidad.

Como resultado se prevé determinar la tolerancia del valor determinístico analizado (deflexión o acortamiento longitudinal total), con valores de máxima y mínima, en función de un determinado nivel de confianza.

3.2. Cálculo determinístico.

3.2.1. Deflexión total a tiempo ∞ para la viga tipo T de H^oA^o.

Se plantea el análisis sobre una viga tipo T que presenta las siguientes características:

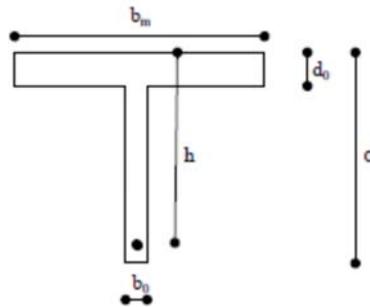


Figura 3.1. Dimensiones de la sección central de la viga de H°A°.

$l = 10 \text{ m}$	distancia entre apoyos
$d = 0.90 \text{ m}$	altura de la viga
$b_0 = 0.25 \text{ m}$	espesor del alma
$b_{m1} = 3.80 \text{ m}$	ancho activo del ala s/CIRSOC 201-82
$b_{m2} = 2.25 \text{ m}$	ancho activo del ala s/CEB FIP-90
$b_{m3} = 2.50 \text{ m}$	ancho activo del ala s/ACI 318-02
$b_{m4} = 3.20 \text{ m}$	ancho activo del ala s/EC-2
$d_0 = 0.14 \text{ m}$	espesor del ala
$h = 0.84 \text{ m}$	altura útil de la viga
$A_s = 49.1 \text{ cm}^2$	sección de armadura longitudinal
$\beta_s = 420 \text{ MPa}$	resistencia característica a tracción del acero
$\beta_{cm} = 26 \text{ MPa}$	resistencia media a compresión del hormigón hecho con agregado grueso de piedra granítica
$E_s = 205000 \text{ MPa}$	módulo de elasticidad del acero de la armadura
Consistencia = A ₃	asentamiento del hormigón (10 a 15 cm)
$g = 26 \text{ kN/m}$	peso propio más cargas permanentes, o carga muerta
$p = 50 \text{ kN/m}$	sobrecarga actuante o carga viva
$t_0 = 28 \text{ días}$	edad de puesta en carga
$t_s = 3 \text{ días}$	tiempo de curado húmedo
$RH = 65 \%$	humedad relativa ambiente
$c = 300 \text{ kg/m}^3$	contenido de cemento CP40 por m^3 de hormigón

a = 5 % porcentaje de aire ocluido
 ψ = 48 % porcentaje de árido fino

La deflexión total a tiempo ∞ ($w_{n(kp)}$) se calculará según los reglamentos analizados (CIRSOC 201-82, CEB FIP-90, ACI 318-02 y EC-2), adoptándose la siguiente metodología general de acuerdo a las especificidades de cada disposición reglamentaria¹:

1. Se determina el valor de los coeficientes de deformación diferida a tiempo ∞ , tanto para la contracción de fraguado (ϵ_s) como para la deformación diferida propiamente dicha ($\Delta\phi$), y del módulo de elasticidad (E) conforme lo indicado en el apartado 2.2.2.

Tabla 3.1. Coeficientes de deformación diferida y módulos de elasticidad para la viga de H° A°.

	CIRSOC 201-82	CEB FIP-90	ACI 318-02	EC-2
$\Delta\phi$	2,8	2,63	1,76	2,64
ϵ_s	-0,000352	-0,00054	-0,000514	-0,00044
E	30594 MPa	29564 MPa	22631 MPa	29303 MPa

2. Se calcula el momento de inercia de la sección transversal del elemento (I).
3. Se determina la deflexión a tiempo ∞ producida por el estado de carga considerado ($w_{n\infty(kp)}$) mediante la clásica ecuación de la Teoría de la Resistencia de Materiales, que corresponde a la integral doble a lo largo de la viga de la curvatura de la sección central producida por una carga constante uniformemente repartida sobre una viga simplemente apoyada.
4. Se calcula la deflexión a tiempo ∞ producida por la deformación por contracción de fraguado ($w_{n\infty}$) mediante la integral doble a lo largo de la viga de la curvatura de la sección central debido a la contracción de fraguado, la cual se determina por medio de la estimación respectiva.

¹ Anexo 4 - Archivo 3.

² Anexo 4 - Archivo 3.

5. La deflexión total a tiempo ∞ ($w_{n(kp)}$) surge como suma de la obtenida en los puntos 3 y 4.

3.2.1.1. Consideraciones particulares.

Además de la metodología general expresada anteriormente se aplicará algunas consideraciones particulares de acuerdo a cada disposición.

3.2.1.1.1. Según CIRSOC 201-82.

Se adoptará el siguiente Estado de carga para evaluar la deflexión a largo plazo en donde se evidencia el aporte de la sobrecarga que actúa de forma cuasi-permanente ($k_p * p$).

$$q_{(k_p)} = g + p + (g + k_p p) \Delta \phi \quad (3.1)$$

Se asumirá el comportamiento de la sección en Estado II, prescindiendo de la colaboración del área de hormigón traccionado.

Se determinará la distancia del eje neutro al borde comprimido (x) planteando la igualdad entre el momento estático de la sección comprimida y el momento estático de la sección transversal de armadura longitudinal.

Se calculará el momento de inercia (I_{II}) sobre la sección homogeneizada para el Estado II valiéndonos de las dimensiones de la sección transversal de hormigón (b_{m1} , h), de la distancia del eje neutro al borde comprimido (x) y de la sección de armadura longitudinal (A_s) multiplicada por la relación entre los módulos de elasticidad de ambos materiales (n).

$$I_{II(t_0)} = \frac{b_{m1} x^3}{3} + n_{(t_0)} A_s (h-x)^2 \quad (3.2)$$

Siendo “ $w_{n\infty(kp,t_0)}$ ” la deflexión debida a “ $q(kp)$ ”,

$$w_{n\infty(kp,t_0)} = \frac{5l^4}{384E_b} \left(\frac{(g+p)E_b}{I_{II}E_{b(t_0)}} + \frac{(g+k_p p)}{\frac{b_{m1}x^3 \Delta\phi}{3} + n_{(t_0)}A_s (h-x)^2} \right) \quad (3.3)$$

La curvatura de la sección central debido a la contracción de fraguado se determinará mediante el cociente entre el valor de la contracción de fraguado ($\epsilon_{s\infty}$) y la altura efectiva de la sección (h), por lo que la deflexión respectiva será ($w_{n\epsilon_{s\infty}}$),

$$w_{n\epsilon_{s\infty}} = \frac{-\epsilon_s l^2}{8h} \quad (3.4)$$

Finalmente, la deflexión total a tiempo ∞ ($w_{n(kp)}$) es la suma de “ $w_{n\infty(kp, t_0)}$ ” y de “ $w_{n\epsilon_{s\infty}}$ ”,

$$w_{n(kp, t_0)} = w_{n\infty(kp, t_0)} + w_{n\epsilon_{s\infty}} \quad (3.5)$$

siendo:

I_{II}	momento de inercia de la sección homogeneizada para el Estado II
x	distancia del eje neutro al borde comprimido para el Estado II
$n_{(t_0)}$	relación entre el módulo de elasticidad del acero y del hormigón empleado
k_p	coef. que contempla el porcentaje de la sobrecarga que actúa cuasi-permanentemente, o sea, aproximadamente mayor o igual al 50% del período de referencia o vida útil estructural
$q(kp)$	Estado de carga analizado en función de “ k_p ”
E_b	módulo de elasticidad del hormigón utilizado
$E_{b(t_0)}$	módulo de elasticidad del hormigón utilizado a la edad de puesta en carga
$\Delta\phi$	coef. de deformación diferida
ϵ_s	coef. de contracción de fraguado
$w_{n\infty(kp,t_0)}$	deflexión a tiempo ∞ producida por el Estado de carga analizado
$w_{n\epsilon_{s\infty}}$	deflexión a tiempo ∞ producida por la contracción de fraguado
$w_{n(kp,t_0)}$	deflexión total a tiempo ∞

3.2.1.1.2. Según Código Modelo CEB FIP-90.

Se adoptará el siguiente Estado de carga para evaluar la deflexión a largo plazo en donde se evidencia el aporte de la sobrecarga que actúa de forma cuasi-permanente ($k_p * p$).

$$q_{(k_p, t_0)} = (g+p) \frac{E_{ci}}{E_{ci(t_0)}} + (g+k_p p) \phi_{(\infty)} \quad (3.6)$$

Se considerará en la determinación del momento de inercia de la sección transversal homogeneizada (I_{ch}) la colaboración del área de hormigón traccionado. Se determinará la distancia del eje neutro al borde comprimido (v') planteando la igualdad entre el momento estático de la sección transversal homogeneizada respecto a la suma de los momentos estáticos de la sección transversal de hormigón y el de la sección de acero homogeneizada.

Se calculará el momento de inercia (I_{ch}) sobre la sección homogeneizada para el Estado I valiéndonos de las dimensiones de la sección transversal de hormigón (d , b_0 , b_{m2} , d_0 , h), de la distancia del eje neutro al borde comprimido (v') y de la sección de armadura longitudinal (A_s) multiplicada por la relación entre los módulos de elasticidad de ambos materiales (n).

$$A_{ch(t_0)} = b_0 d + (b_{m2} - b_0) d_0 + n_{(t_0)} A_s \quad (3.7)$$

$$I_{ch(t_0)} = \frac{b_0 d^3}{3} + \frac{(b_{m2} - b_0) d_0^3}{3} + n_{(t_0)} A_s h^2 - A_{ch(t_0)} v'^2 \quad (3.8)$$

Siendo “ $w_{n\infty(k_p, t_0)}$ ” la deflexión debida a “ $q_{(k_p, t_0)}$ ”,

$$w_{n\infty(k_p, t_0)} = \frac{5l^4 q_{(k_p)}}{384 E_{ci} I_{ch(t_0)}} \quad (3.9)$$

La curvatura de la sección central producida por la contracción de fraguado se determinará suponiendo tener una contracción longitudinal uniforme sobre la viga

generada por un esfuerzo axial ficticio (N_c) aplicado en el baricentro de la sección central de hormigón el cuál al ser multiplicado por la distancia entre el centro de gravedad de la sección de hormigón y el de la sección homogeneizada genera un momento flector que produce dicha curvatura, por lo que la deflexión respectiva será ($w_{n\infty}$),

$$S_I = A_s (h - v') \quad (3.10)$$

$$A_c = b_0 d + (b_{m2} - b_0) d_0 \quad (3.11)$$

$$N_c = \epsilon_{cs(\infty)} E_{ci} A_c \quad (3.12)$$

$$w_{n\infty} = \frac{-\epsilon_{cs(\infty)} I^2}{8} \left(\frac{n_{(t_0)} S_I}{I_{ch(t_0)}} \right) \quad (3.13)$$

Finalmente, la deflexión total a tiempo ∞ ($w_{n(kp,t_0)}$) es la suma de “ $w_{n\infty(kp, t_0)}$ ” y de “ $w_{n\infty(t_0)}$ ”,

$$w_{n(kp, t_0)} = w_{n\infty(kp, t_0)} + w_{n\infty(t_0)} \quad (3.14)$$

siendo:

I_{ch}	momento de inercia de la sección homogeneizada para el Estado I
S_I	momento estático de la armadura longitudinal para el Estado I
v'	distancia del eje neutro al borde superior para el Estado I
$n_{(t_0)}$	relación entre el módulo de elasticidad del acero y del hormigón
k_p	coef. que contempla el porcentaje de la sobrecarga que actúa cuasi-permanentemente, o sea, aproximadamente mayor o igual al 50% del período de referencia o vida útil estructural
$q_{(kp)}$	Estado de carga analizado
A_c	sección transversal central de hormigón
N_c	esfuerzo axial ficticio
E_{ci}	módulo de elasticidad del hormigón utilizado
$E_{ci(t_0)}$	módulo de elasticidad del hormigón utilizado a la edad de puesta en carga
ϕ_∞	coef. de deformación diferida

$\epsilon_{cs\infty}$	coef. de contracción de fraguado
$W_{n\infty(kp)}$	deflexión a tiempo ∞ producida por el Estado de carga analizado
$W_n\epsilon_{cs\infty}$	deflexión a tiempo ∞ producida por la contracción de fraguado
$W_{n(kp)}$	deflexión total a tiempo ∞

3.2.1.1.3. Según ACI 318-02 - Método alternativo.

Se adoptará los siguientes Estados de carga para evaluar la deflexión a largo plazo en donde en uno de ellos se evidencia el aporte de la sobrecarga que actúa de forma cuasi-permanente ($k_p * p$).

$$q_1 = g + p \quad (3.15)$$

$$q_{2(k_p)} = (g + k_p p) \lambda_{cp} \quad (3.16)$$

Se calculará la distancia del eje neutro al borde comprimido (k_d) planteando la igualdad entre el momento estático de la sección comprimida y el momento estático de la sección transversal de armadura longitudinal.

Se determinará el momento de inercia tanto para la sección de hormigón (I_g) como para la sección homogeneizada en el Estado II (I_{cr}) valiéndose de las dimensiones de la sección transversal de hormigón (d , b_0 , b_{m3} , d_0 , h), de la distancia del eje neutro al borde comprimido (k_d) y de la sección de armadura longitudinal (A_s) multiplicada por la relación entre los módulos de elasticidad de ambos materiales (n).

$$y_t = d - \left[\frac{(b_{m3} - b_0) d_0^2 + b_0 d^2}{2[(b_{m3} - b_0) d_0 + b_0 d]} \right] \quad (3.17)$$

$$k_{d(t_0)} = \frac{\left[\sqrt{\frac{b_0}{n_{(t_0)}A_s} \left[2h + d_0 \frac{d_0(b_{m3}-b_0)}{n_{(t_0)}A_s} \right] + \left[1 + \frac{d_0(b_{m3}-b_0)}{n_{(t_0)}A_s} \right]^2} - \left[1 + \frac{d_0(b_{m3}-b_0)}{n_{(t_0)}A_s} \right] \right] n_{(t_0)}A_s}{b_0} \quad (3.18)$$

$$I_g = \frac{b_0 d^3}{12} + \frac{(b_{m3}-b_0) d_0^3}{12} + (b_{m3}-b_0) d_0 \left(d - y_t - \frac{d_0}{2} \right)^2 + b_0 d \left(y_t - \frac{d}{2} \right)^2 \quad (3.19)$$

$$I_{cr(t_0)} = \frac{b_{m3} k_{d(t_0)}^3}{3} - \frac{(b_{m3}-b_0)(k_{d(t_0)}-d_0)^3}{3} + n_{(t_0)}A_s (h - k_{d(t_0)})^2 \quad (3.20)$$

A su vez, se determinará el momento de fisuración (M_{cr}) para la sección en estudio en el punto analizado.

$$f_r = 0.2 \sqrt{10 f'_c} \quad (3.21)$$

$$M_{cr} = \frac{f_r I_g}{y_t} \quad (3.22)$$

El valor del momento de inercia efectivo (I_e) es función del estado de carga analizado (q_i) y se obtendrá con la fórmula propuesta por Branson [3], luego se comparará con “ I_g ” y se adoptará como momento de inercia de la sección (I_i) el menor de los valores entre el momento de inercia de la sección de hormigón (I_g) y el momento de inercia efectivo ($I_{e(q_i, t_0)}$).

$$I_{e(q_i, t_0)} = \left(\frac{M_{cr}}{M_{a(q_i)}} \right)^3 I_g + \left[1 - \left(\frac{M_{cr}}{M_{a(q_i)}} \right)^3 \right] I_{cr(t_0)} \quad (3.23)$$

El coeficiente de deformación diferida (v_u) se multiplicará por el coeficiente corrector (k_r) que contempla los efectos del desplazamiento del eje neutro hacia la armadura longitudinal debido a la deformación diferida, que origina una reducción

de la tensión de compresión, y la existencia de una cuantía de armadura longitudinal comprimida en la sección (A_s').

$$\lambda_{cp} = v_u k_r \quad (3.24)$$

Siendo “ $w_{n\infty(kp,t0)}$ ” la deflexión debida a “ q_1 ” y “ $q_2(kp)$ ”.

$$w_{n\infty(kp,t0)} = \frac{5l^4}{384E_c} \left(\frac{q_1}{I_1} + \frac{q_2(kp)}{I_2} \right) \quad (3.25)$$

La curvatura de la sección central debido a la deformación por contracción de fraguado (ϵ_{shu}) se determinará mediante una estimación que corresponde al método empírico propuesto por Branson (Ferguson [11], cap. 8, pág. 268-269), (ACI 318-02 9.5.2.5 Método alternativo), por lo que la deflexión respectiva será ($w_{nsh\infty}$),

$$w_{nsh\infty} = \frac{-\epsilon_{sh,u} l^2}{8h} A_{sh} \quad (3.26)$$

Finalmente, la deflexión total a tiempo ∞ ($w_{n(kp, t0)}$) es la suma de “ $w_{n\infty(kp, t0)}$ ” y de “ $w_{nsh\infty}$ ”,

$$w_{n(kp,t0)} = w_{n\infty(kp,t0)} + w_{nsh\infty} \quad (3.27)$$

siendo:

- k_p coef. que contempla el porcentaje de la sobrecarga que actúa cuasi-permanentemente, o sea, aproximadamente mayor o igual al 50% del período de referencia o vida útil estructural
- I_g momento de inercia de la sección de hormigón
- $I_{cr(t0)}$ momento de inercia de la sección homogeneizada para el Estado II
- q_i Estado de carga analizado
- $M_{a(qi)}$ momento flector producido por el Estado de carga analizado
- M_{cr} momento crítico, o de fisuración
- $I_{e(qi,t0)}$ momento de inercia efectivo (en función de q_i) $\leq I_g$

I_i	momento de inercia adoptado para la sección (en función de q_i)
y_t	distancia desde el borde inferior de la viga hasta el eje neutro para el Estado I
k_d	distancia del eje neutro al borde comprimido para el Estado II
f_c'	resistencia característica a compresión del hormigón
f_r	resistencia a flexo-tracción o módulo de rotura
E_c	módulo de elasticidad del hormigón utilizado al aplicar la carga
ν_u	coef. de deformación diferida
k_r	coef. corrector del coeficiente de deformación diferida
λ_{cp}	coef. de deformación diferida corregido
ϵ_{shu}	coef. de contracción de fraguado
A_{sh}	coef. que contempla el efecto de la existencia de armadura longitudinal
$w_{n\infty(kp,t0)}$	deflexión a tiempo ∞ producida por los Estados de carga analizados
$w_{nsh\infty}$	deflexión a tiempo ∞ producida por la contracción de fraguado
$w_{n(kp,t0)}$	deflexión total a tiempo ∞

3.2.1.1.4. Según Eurocódigo 2 (EC-2).

Se adoptarán los siguientes Estados de carga para evaluar la deflexión a largo plazo en donde en uno de ellos se evidencia el aporte de la sobrecarga que actúa de forma cuasi-permanente ($k_p \cdot p$).

$$q_{1(t_0)} = (g+p) \frac{E_{cm}}{E_{cm(t_0)}} \quad (3.28)$$

$$q_{2(k_p)} = (g+k_p p) \phi_{(\infty)} \quad (3.29)$$

Para el Estado I se considerará en la determinación del momento de inercia de la sección transversal homogeneizada (I_{ch}) la colaboración del área de hormigón traccionado.

Se determinará la distancia del eje neutro al borde comprimido (v') para el Estado I planteando la igualdad entre el momento estático de la sección transversal homogeneizada respecto a la suma de los momentos estáticos de la sección transversal de hormigón y el de la sección de acero homogeneizada.

Se calculará el momento de inercia (I_{ch}) sobre la sección homogeneizada para el Estado I valiéndonos de las dimensiones de la sección transversal de hormigón (d , b_0 , b_{m4} , d_0 , h), de la distancia del eje neutro al borde comprimido (v') y de la sección de armadura longitudinal (A_s) multiplicada por la relación entre los módulos de elasticidad de ambos materiales ($\alpha_{e(t_0)}$).

$$A_{ch(t_0)} = b_0 d + (b_{m4} - b_0) d_0 + \alpha_{e(t_0)} A_s \quad (3.30)$$

$$I_{ch(t_0)} = \frac{b_0 d^3}{3} + \frac{(b_{m4} - b_0) d_0^3}{3} + \alpha_{e(t_0)} A_s h^2 - A_{ch(t_0)} v'^2 \quad (3.31)$$

A su vez, se determinará el momento de fisuración (M_{cr}) para la sección en estudio en el punto analizado.

$$f_{ctm} = 0.3(f_{cm} - 8)^{\frac{2}{3}} \quad (3.32)$$

$$M_{cr(t_0)} = \frac{f_{ctm} I_{ch(t_0)}}{d - v'} \quad (3.33)$$

Para el Estado II se determinará la distancia del eje neutro al borde comprimido (x_1) planteando la igualdad entre el momento estático de la sección comprimida y el momento estático de la sección transversal de armadura longitudinal.

Se calculará el momento de inercia (I_{cf}) sobre la sección homogeneizada para el Estado II valiéndonos de las dimensiones de la sección transversal de hormigón (b_0 , b_{m4} , d_0 , h), la distancia del eje neutro al borde comprimido (x_1) y de la sección de armadura longitudinal (A_s) multiplicada por la relación entre los módulos de elasticidad de ambos materiales (α_e).

$$I_{cf(t_0)} = \frac{b_{m4} x_1^3}{3} - \frac{(b_{m4} - b_0)(x_1 - d_0)^3}{3} + \alpha_{e(t_0)} A_s (h - x_1)^2 \quad (3.34)$$

Se procederá luego a calcular la deflexión ($w_{n\infty(q_i)}$), para ambos Estados de carga (q_1 y q_2), tanto para el Estado I como para el Estado II.

$$W_{n^{\infty I}(q_i, t_0)} = \frac{5I^4 q_i}{384E_{cm} 1.05I_{ch(t_0)}} \quad (3.35)$$

$$W_{n^{\infty II}(q_i, t_0)} = \frac{5I^4 q_i}{384E_{cm} 1.05I_{cf(t_0)}} \quad (3.36)$$

La curvatura de la sección central producida por la contracción de fraguado se determinará suponiendo tener una contracción longitudinal uniforme sobre la viga generada por un esfuerzo axial ficticio (N_{cs}) aplicado en el baricentro de la sección central de hormigón el cuál al ser multiplicado por la distancia entre el centro de gravedad de la sección de hormigón y el de la sección homogeneizada, genera un momento flector que produce dicha curvatura, esto tanto para el Estado I como para el Estado II, por lo que la deflexión respectiva será ($w_{n^{\infty}}$).

$$S_I = A_s (h-v) \quad (3.37)$$

$$S_{II} = A_s (h-x_1) \quad (3.38)$$

$$A_c = b_0 d + (b_{m4} - b_0) d_0 \quad (3.39)$$

$$N_{cs} = \varepsilon_{cs(\infty)} E_{cm} A_c \quad (3.40)$$

$$W_{n^{\infty I}(t_0)} = \frac{-\varepsilon_{cs(\infty)} I^2}{8} \left(\frac{\alpha_{e(t_0)} S_I}{I_{ch(t_0)}} \right) \quad (3.41)$$

$$W_{n^{\infty II}(t_0)} = \frac{-\varepsilon_{cs(\infty)} I^2}{8} \left(\frac{\alpha_{e(t_0)} S_{II}}{I_{cf(t_0)}} \right) \quad (3.42)$$

Se determinarán los coeficientes de distribución ($\zeta_{(q1)}$ y $\zeta_{(q2)}$) para ambos Estados de carga analizados (q_1 y q_2).

$$\zeta_{(q_1)} = 1 - 0.5 \frac{M_{cr}}{M_{a(q_1)}} \quad (3.43)$$

$$\zeta_{(q_2)} = 1 - 0.5 \frac{M_{cr}}{M_{a(q_2)}} \quad (3.44)$$

Se aplicará la fórmula que tiene en cuenta la pérdida de rigidez de acuerdo al grado de fisuración combinando los valores de la deflexión para el Estado I con los valores de la misma para el Estado II en función de los Estados de carga analizados (q_1 y q_2) obteniéndose el valor total de la deflexión ($w_{n(kp)}$).

$$w_{n(kp,t_0)} = \zeta_{(q_1)} w_{n\infty II(q_1)} + (1 - \zeta_{(q_1)}) w_{n\infty I(q_1)} + \zeta_{(q_2)} (w_{n\infty II(q_2)} + w_{n\epsilon_{cs\infty II}}) + (1 - \zeta_{(q_2)}) (w_{n\infty I(q_2)} + w_{n\epsilon_{cs\infty I}}) \quad (3.45)$$

siendo:

I_{ch}	momento de inercia de la sección homogeneizada para el Estado I
I_{cf}	momento de inercia de la sección homogeneizada para el Estado II
S_I	momento estático de la armadura longitudinal para el Estado I
S_{II}	momento estático de la armadura longitudinal para el Estado II
A_c	sección transversal central de hormigón
A_{ch}	sección transversal central homogeneizada
v'	distancia del eje neutro al borde superior para el Estado I
x_1	distancia del eje neutro al borde superior para el Estado II
$\alpha_e(t_0)$	relación entre el módulo de elasticidad del acero y del hormigón empleado
E_{cm}	módulo de elasticidad del hormigón utilizado
$E_{cm(t_0)}$	módulo de elasticidad del hormigón utilizado a la edad de puesta en carga
$\phi_{(\infty)}$	coef. de deformación diferida
$\epsilon_{cs\infty}$	coef. de contracción de fraguado
k_p	coef. que contempla el porcentaje de la sobrecarga que actúa cuasi-permanentemente, o sea, aproximadamente mayor o igual al 50% del período de carga o vida útil estructural
f_{ctm}	resistencia a flexotracción
M_{cr}	momento crítico, o de fisuración
$q^{(i)}$	Estado de carga analizado
$M_{a(q_i)}$	momento flector producido por el Estado de carga analizado
$\zeta_{(q_i)}$	coef. de distribución
$w_{n\infty I(q_i)}$	deflexión a tiempo ∞ producida por los Estados de carga analizados para el Estado I

- $w_{n\infty II(q_i)}$ deflexión a tiempo ∞ producida por los Estados de carga analizados para el Estado II
- $w_{n\infty I}$ deflexión a tiempo ∞ producida por la contracción de fraguado para el Estado I
- $w_{n\infty II}$ deflexión a tiempo ∞ producida por la contracción de fraguado para el Estado II
- $w_{n(kp)}$ deflexión total a tiempo ∞

3.2.2. Deflexión total a tiempo ∞ y acortamiento longitudinal total a tiempo ∞ para la viga tipo T de H° postesado con tensor de tendido parabólico (inyectado con lechada de cemento).

Se adoptará Postesado Total, lo que implica la utilización de la sección en Estado I, por lo que no habrá consideraciones particulares al respecto de acuerdo a las reglamentaciones adoptadas.

Se efectuará el análisis para una viga tipo T que presenta las siguientes características:

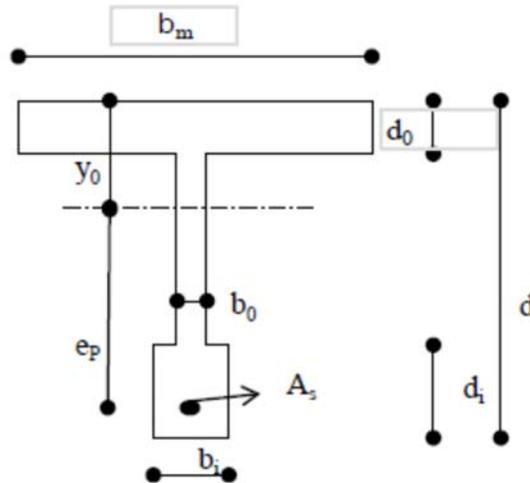


Figura 3.2. Dimensiones de la sección central de la viga Postesada.

- $l = 28 \text{ m}$ distancia entre apoyos
- $d = 1.40 \text{ m}$ altura de la viga

$b_0 = 0.14 \text{ m}$	espesor del alma
$b_m = 1.0 \text{ m}$	ancho activo del ala
$b_i = 0.45 \text{ m}$	ancho del talón
$d_0 = 0.20 \text{ m}$	espesor del ala
$d_i = 0.25 \text{ m}$	altura del talón
$I = 0.1128 \text{ m}^4$	momento de inercia de la sección homogeneizada
$A_s = 23.8 \text{ cm}^2$	sección transversal del tensor
$y_0 = 0.567 \text{ m}$	distancia desde el eje neutro al borde superior
$e_p = 0.70 \text{ m}$	excentricidad del esfuerzo de tesado respecto al eje baricéntrico en la sección central
$\beta_z \text{ tensor} = 1900 \text{ MPa}$	resistencia característica a tracción del acero del tensor
$\beta_{cm} = 26 \text{ MPa}$	resistencia media a compresión del hormigón hecho con agregado grueso de piedra granítica
$P_0 = 2817 \text{ kN}$	esfuerzo de tesado inicial
$E_s = 195000 \text{ MPa}$	módulo de elasticidad del tensor
Consistencia = A_1	asentamiento del hormigón (1 a 4.5 cm)
$A = 0.4455 \text{ m}^2$	sección transversal de la viga en la sección central
$\gamma_h = 24 \text{ kN/m}^2$	peso específico del hormigón
$p = 16 \text{ kN/m}$	sobrecarga actuante o carga viva
$k_p = 0, 0.1 \dots 1$	coef. que contempla el porcentaje de la sobrecarga que actúa cuasi-permanentemente
$t_0 = 20 \text{ días}$	edad de puesta en carga
$t_s = 3 \text{ días}$	tiempo de curado húmedo
$RH = 70 \%$	humedad relativa ambiente
$c = 300 \text{ kg/m}^3$	contenido de cemento CP40 por m^3 de hormigón
$a = 3 \%$	porcentaje de aire ocluido
$\psi = 48 \%$	porcentaje de árido fino

El valor de la deflexión total a tiempo ∞ ($w_{n(kp)}$) y el del acortamiento longitudinal total a tiempo ∞ ($\delta L_{total(kp)}$) se calculará según los reglamentos analizados (CIRSOC 201-82, CEB FIP-90, ACI 318-02 y EC-2), mediante la siguiente metodología general:

1. Se determinará los coeficientes de deformación diferida a tiempo ∞ , tanto para la deformación diferida propiamente dicha ($\Delta\phi$) como para la contracción de fraguado (ϵ_s), en este caso se tendrá en cuenta la edad de tesado, y el módulo de elasticidad (E) conforme lo indicado en el apartado 2.2.³,

Tabla 3.2. Coeficientes de deformación diferida y módulos de elasticidad para la viga de H° P°.

	CIRSOC 201-82	CEB FIP-90	ACI 318-02	EC-2
$\Delta\phi$	1,75	2,63	1,27	2,63
ϵ_s	-0,000142	-0,000435	-0,000277	-0,000336
E	30594 MPa	29564 MPa	22631 MPa	29303 MPa

2. Se calculará la tensión en el hormigón a la altura del tensor debida a la carga exterior permanente ($g+k_p*p$) en función de “ k_p ” ($\sigma_{bzgp(k_p)}$),

$$g = \gamma_h A \quad (3.46)$$

$$\sigma_{bzgp(k_p)} = \frac{(g+k_p*p)l^2 e_p}{8I} \quad (3.47)$$

3. Se determinará la tensión en el hormigón a la altura del tensor debido al esfuerzo de tesado inicial (σ_{bzP0}),

$$\sigma_{bzP0} = \frac{-P_0 e_p^2}{I} + \frac{-P_0}{A} \quad (3.48)$$

4. Se calculará la pérdida de tensión en el elemento tensor ($\sigma_{z\phi r(k_p)}$) para el Estado de carga debido a la carga exterior permanente ($g+k_p*p$) y al esfuerzo de tesado inicial (P_0),

$$\sigma_{z\phi r(k_p, t_0)} = \frac{\epsilon_s E_s + n_{(t_0)} \Delta\phi \left(\sigma_{bzgp(k_p)} + \sigma_{bzP0} \right)}{1 - \frac{n_{(t_0)} \sigma_{bzP0}}{\sigma_{zP0}} \left(1 + \frac{\Delta\phi}{2} \right)} \quad (3.49)$$

³ Anexo 4 - Archivo 4, pág. 8.

5. Se determinará el porcentaje de pérdida de tensión en el tensor ($\rho_{(kp)}$),

$$\rho_{(k_p, t_0)} = \frac{\sigma_{z\phi r(k_p, t_0)}}{\sigma_{zP0}} 100 \quad (3.50)$$

6. Se obtendrá el esfuerzo de tesado final ($P_{inf(kp)}$),

$$P_{inf(k_p, t_0)} = P_0 \left(1 - \rho_{(k_p, t_0)} \right) \quad (3.51)$$

7. Se calculará la carga ficticia equivalente ($p_{eq(kp)}$) debido a “ $P_{inf(kp)}$ ”,

$$P_{eq(k_p, t_0)} = \frac{8P_{inf(k_p, t_0)}e_p}{l^2} \quad (3.52)$$

8. Se analizará el estado tensional en la sección central al momento de tesar y a tiempo infinito producido por la carga “q” y el esfuerzo de tesado (P_0 o P_{inf}), tanto en el borde superior (σ_0) como en el inferior (σ_i).

Si las tensiones de tracción son iguales o inferiores a la resistencia a flexotracción del hormigón (módulo de rotura) se considerará que la sección analizada se encuentra en Estado I con momento de inercia igual a "I",

$$q = g + p \quad (3.53)$$

$$\sigma_0 = \frac{P_0 e_p y_0}{I} - \frac{P_0}{A} - \frac{q l^2 y_0}{8I} \quad (3.54)$$

$$\sigma_i = \frac{-P_0 e_p (d - y_0)}{I} - \frac{P_0}{A} + \frac{q l^2 (d - y_0)}{8I} \quad (3.55)$$

$$\sigma_{0\infty(k_p, t_0)} = \frac{P_{\text{inf}(k_p, t_0)} e_p y_0}{I} - \frac{P_{\text{inf}(k_p, t_0)}}{A} - \frac{ql^2 y_0}{8I} \quad (3.56)$$

$$\sigma_{i\infty(k_p, t_0)} = \frac{-P_{\text{inf}(k_p, t_0)} e_p (d-y_0)}{I} - \frac{P_{\text{inf}(k_p, t_0)}}{A} + \frac{ql^2 (d-y_0)}{8I} \quad (3.57)$$

9. Finalmente, la deflexión total a tiempo ∞ ($w_n(k_p)$) producida por el estado de carga considerado se calcula mediante la clásica ecuación de la Teoría de la Resistencia de Materiales, que corresponde a la integral doble a lo largo de la viga de la curvatura de la sección central producida por una carga constante uniformemente repartida sobre una viga simplemente apoyada. Para tener en cuenta la variación de la deflexión provocada por la deformación diferida ($\Delta\phi$), y debida al esfuerzo de tesado, se adoptará una carga ficticia equivalente promedio entre la producida por “ P_0 ” y la producida por “ P_{inf} ”,

$$w_{n(k_p, t_0)} = \frac{5l^4 \left[-p_{\text{eq}(k_p, t_0)} + q \frac{E}{E_{(t_0)}} + \left[g + k_p p - \frac{P_{\text{eq}(k_p, t_0)} (2 - \rho_{(k_p, t_0)})}{2 (1 - \rho_{(k_p, t_0)})} \right] \Delta\phi \right]}{384EI} \quad (3.58)$$

10. Se calculará el acortamiento longitudinal total a tiempo ∞ ($\delta L_{\text{total}(k_p)}$) mediante la formulación clásica, adoptándose una tensión axial promedio entre la producida por “ P_0 ” y “ P_{inf} ”,

$$\delta L_{\text{total}(k_p, t_0)} = \frac{P_0 l (2 - \rho_{(k_p, t_0)})}{2AE} \left(\frac{E}{E_{(t_0)}} + \Delta\phi \right) \quad (3.59)$$

siendo:

g	peso propio más cargas permanentes
k_p	coef. que contempla el porcentaje de la sobrecarga que actúa cuasi-permanentemente, o sea, aproximadamente mayor o igual al 50% del período de referencia o vida útil estructural
$\sigma_{\text{bzgp}(k_p)}$	tensión en el hormigón a la altura del tensor debido a la carga exterior permanente ($g + k_p * p$) en función de “ k_p ”

σ_{bzP0}	tensión en el hormigón a la altura del tensor debido al esfuerzo de tesado inicial
σ_{zP0}	tensión en el tensor debido al esfuerzo de tesado inicial estimando las pérdidas producidas por relajación y fricción
E	módulo de elasticidad del hormigón utilizado, s/Reglamento analizado
$E_{(t0)}$	módulo de elasticidad del hormigón utilizado a la edad de puesta en carga, s/Reglamento analizado
$\Delta\phi$	coef. de deformación diferida adoptado s/Reglamento analizado
ε_s	coef. de contracción de fraguado adoptado s/Reglamento analizado
n	relación entre el módulo de elasticidad del acero del tensor y el del hormigón empleado
$\sigma_{z\phi r(k_p)}$	pérdida de tensión en el tensor debido a la contracción de fraguado, deformación diferida y relajación en función de “ k_p ”
$\rho(k_p)$	porcentaje de pérdida en función de “ k_p ”
$P_{inf}(k_p)$	esfuerzo de tesado final en función de “ k_p ”
$p_{eq}(k_p)$	carga ficticia equivalente debida a $P_{inf}(k_p)$ en función de “ k_p ”
σ_o	tensión en el borde superior de la sección media al momento de aplicar las cargas
σ_i	tensión en el borde inferior de la sección media al momento de aplicar las cargas
$\sigma_{o\infty}(k_p)$	tensión en el borde superior de la sección media a tiempo ∞ en función de “ k_p ”
$\sigma_{i\infty}(k_p)$	tensión en el borde inferior de la sección media a tiempo ∞ en función de “ k_p ”
$W_n(k_p)$	deflexión total en función de “ k_p ” a tiempo ∞
$\delta L_{total}(k_p)$	acortamiento longitudinal total en función de “ k_p ” a tiempo ∞

3.3. Metodología general para el cálculo del valor analizado aplicando Simulación Matemática Probabilística.

La metodología general con la cual se calcularán los valores de la media (μ_{vaSim}) y del desvío tipo (σ_{vaSim}) del valor analizado se obtiene, (asumiendo un comportamiento probabilístico de las variables aleatorias intervinientes requeridas para su cálculo), como se describe a continuación:

Se agruparán los valores medios de las distintas variables aleatorias a emplear (X_i) en un vector columna que se denominará $[\mu]$.

Lo mismo con sus respectivos coeficientes de variación (δ_i) generando otro vector columna que se denominará $[\delta]$.

El producto de cada uno de los elementos de los dos vectores anteriormente definidos ($X_i \cdot \delta_i$) será el desvío tipo de la variable aleatoria (σ_i) que se agrupará en otro vector columna que lo contendrá y que se denominará $[\sigma]$.

Se adoptará el número de casos a analizar, o tamaño de la muestra (N), y se procederá a plantear la rutina a utilizar para realizar el análisis.

En dicha rutina, se supondrá que cada elemento “i” del conjunto de variables aleatorias a utilizar poseen función de distribución de probabilidad normal con media “ X_i ” y desvío tipo “ σ_i ”, y las mismas se simularán mediante el “Método Monte Carlo”, por lo que en el software a utilizar se encontrará definida por el primer valor de un vector de “m” números aleatorios con distribución normal de media “ X_i ” y desvío tipo “ σ_i ” ($\text{rnorm}(m, X_i, \sigma_i)_1$).

Rutina de análisis.

1. Se simulará las “i” variables aleatorias para los “N” elementos de la muestra mediante el primer valor de un vector de “m” números aleatorios con distribución normal de media “ X_i ” y desvío tipo “ σ_i ” ($\text{rnorm}(m, X_i, \sigma_i)_1$).
2. Se determinará el valor analizado para los “N” elementos de la muestra mediante las respectivas ecuaciones, utilizando las variables aleatorias simuladas anteriormente y las determinísticas correspondientes.
3. Se realizará la sumatoria de los valores obtenidos en el punto anterior (S1).
4. Se calculará la sumatoria de los cuadrados del valor analizado de los “N” elementos de la muestra (S2).
5. Se determinará la media muestral del valor analizado (μ_{va}) mediante el cociente entre “S1” y el número de elementos de la muestra (N), (ver A2.1, pág. 157).
6. Se calculará el desvío tipo del valor analizado (σ_{va}) mediante la raíz cuadrada del resto entre el cociente entre “S2” y el número de elementos de la muestra (N) y el cuadrado de la media del valor analizado (μ_{va}^2), (ver A2.5, pág. 158).
7. Se presentará los valores de “ μ_{va} ” y “ σ_{va} ” mediante un vector columna (V).

Una vez obtenida la media (μ_{vaSim}) y el desvío tipo (σ_{vaSim}) del valor analizado se indicará la probabilidad deseada de que dicha media (μ_{vaSim}) se encuentre dentro de cierto intervalo denominado intervalo de confianza.

Para determinar el intervalo de confianza se calculará la tolerancia (Δ) multiplicando el desvío tipo del valor analizado (σ_{vaSim}) por la variable tipificada correspondiente a la probabilidad deseada en la función de densidad de probabilidad acumulada normalizada ($qnorm(\frac{q+1}{2}, 0, 1)$).

La confianza (q) es igual a uno menos la probabilidad de falla ($1-\alpha$) y su valor rondará, según el caso analizado, entre 0 y 1 (por lo general ronda entre 0.90 a 0.95).

Para los casos analizados en este trabajo se adoptará una confianza de 0.90.

El intervalo de confianza queda definido como la media del valor analizado \pm la tolerancia ($\mu_{vaSim} \pm \Delta$). O sea que la probabilidad de que el valor analizado se encuentre entre $\mu_{vaSim} \pm \Delta$ es del 90%.

Ej.:

$$A+B=C$$

$$A := 1$$

$$B := 2$$

$$C := A + B$$

$$C = 3$$

$$\mu := \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\delta := \begin{pmatrix} 0.1 \\ 0.2 \end{pmatrix}$$

$$\sigma := \overrightarrow{(\mu \cdot \delta)}$$

$$\sigma = \begin{pmatrix} 0.1 \\ 0.4 \end{pmatrix}$$

N:= 5000000 tamaño de la muestra o número de iteraciones adoptado

$$V_C := \left| \begin{array}{l} S_1 \leftarrow 0 \\ S_2 \leftarrow 0 \\ \text{for } i \in 1..N \\ \quad \left| \begin{array}{l} A \leftarrow \text{rnorm}(1, \mu_1, \sigma_1) \\ B \leftarrow \text{rnorm}(1, \mu_2, \sigma_2) \\ C \leftarrow A + B \\ S_1 \leftarrow S_1 + C \\ S_2 \leftarrow S_2 + (C)^2 \end{array} \right. \\ \mu_C \leftarrow \frac{S_1}{N} \\ \sigma_C \leftarrow \sqrt{\frac{S_2}{N} - (\mu_C)^2} \\ V_C \leftarrow \begin{pmatrix} \mu_C \\ \sigma_C \end{pmatrix} \end{array} \right.$$

$$\mu_C := V_{C_1} \qquad \mu_C = 3$$

$$\sigma_C := V_{C_2} \qquad \sigma_C = 0.412$$

Para una confianza del 90 %, o sea, “1- α ”:

$$q := 0.90$$

$$\Delta_C := \sigma_C \cdot q\text{norm}\left(\frac{q+1}{2}, 0, 1\right) \qquad \Delta_C = 0.7$$

$$C_{\text{inf}} := \mu_C - \Delta_C \qquad C_{\text{inf}} = 2.3$$

$$C_{\text{sup}} := \mu_C + \Delta_C \qquad C_{\text{sup}} = 3.7 \qquad 2.3 \leq C \leq 3.7$$

3.3.1. Determinación de la deflexión total a tiempo ∞ y del acortamiento longitudinal total a tiempo ∞ , según corresponda, aplicando Simulación Matemática Probabilística.

3.3.1.1. Deflexión total a tiempo ∞ para la viga tipo T de H^oA^o.

Para la determinación mediante Simulación Matemática Probabilística de la deflexión total a tiempo ∞ ($w_{n(kp) Sim}$) de la viga tipo T de H°A° calculada según los diferentes reglamentos analizados (CIRSOC 201-82, CEB FIP-90, ACI 318-02 y EC-2), se adoptará la metodología general desarrollada en los apartados 3.2.1. y 3.3.

En lo que respecta a las condiciones particulares de acuerdo a cada reglamento, se utilizará las que figuran en el apartado 3.2.1.1.

Se analizará la variación de la tolerancia ($\Delta_{(kp)}$) respecto a la deflexión total a tiempo ∞ ($w_{n(kp) Sim}$) al variar “ k_p ” entre 0 y 1.

Dado que la viga en estudio fue diseñada y ejecutada bajo las prescripciones del CIRSOC 201-82 se adoptará para las dimensiones lineales la tolerancia especificada en el Tomo I pág. 152 de dicha reglamentación y a partir de ella los coeficientes de variación respectivos.

Para el módulo de elasticidad y la resistencia del acero se adoptará los coeficientes de variación especificados por un productor de acero [8], en tanto para el hormigón, el especificado por un productor para la resistencia media del mismo [14].

Para las deformaciones diferidas se adoptarán los coeficientes especificados según las respectivas reglamentaciones, y en caso que no lo fueran se adoptarán lo indicado por el CEB FIP-90.

Se considerará como variable determinística solo la sección de armadura longitudinal (A_s) determinada s/CIRSOC 201-82.

Se utilizarán las siguientes variables aleatorias con sus respectivos coeficientes de variación y se graficará la evolución de la deflexión total a tiempo ∞ ($w_{n(kp) Sim}$) y su tolerancia (Δ) en función de “ k_p ” (coeficiente que contempla el porcentaje de la sobrecarga que actúa cuasi-permanentemente, o sea, aproximadamente mayor o igual al 50% del período de referencia o vida útil estructural),

s/CIRSOC 201-82

Variables aleatorias

$X1 = \beta_{cm}$	resistencia media a compresión del hormigón
$X2 = \Delta\phi_c$	coef. de deformación diferida

$X3 = \varepsilon_{sc}$	contracción de fraguado
$X4 = \beta_s$	resistencia característica de las barras de acero
$X5 = g$	peso propio más cargas permanentes
$X6 = p$	sobrecarga actuante
$X7 = l$	luz entre apoyos
$X8 = b_{m1}$	ancho activo del ala
$X9 = b_0$	espesor del alma
$X10 = d$	altura de la viga
$X11 = d_0$	espesor del ala

Coefficientes de variación

$\delta_1 = 0.10$	resistencia media a compresión del hormigón
$\delta_2 = 0.20$	coef. de deformación diferida
$\delta_3 = 0.35$	contracción de fraguado
$\delta_4 = 0.044$	resistencia característica de las barras de acero
$\delta_5 = 10^{-6}$	peso propio más cargas permanentes
$\delta_6 = 10^{-6}$	sobrecarga actuante
$\delta_7 = 0.00152$	luz entre apoyos
$\delta_8 = 0.00289$	ancho activo del ala
$\delta_9 = 0.018$	espesor del alma
$\delta_{10} = 0.00756$	altura de la viga
$\delta_{11} = 0.026$	espesor del ala

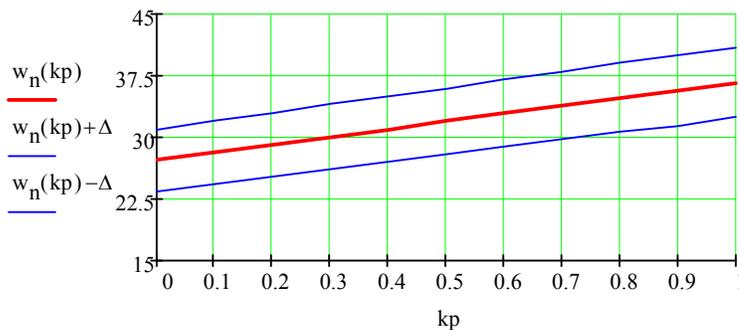


Figura 3.3. Evolución de la deflexión total a tiempo ∞ ($w_{n(kp)} \text{ Sim}$) y su tolerancia (Δ) en función de “ k_p ”.⁴

s/CEB FIP-90

VARIABLES ALEATORIAS

⁴ Anexo 4 - Archivo 5., pág. 5.

X1 = β_{cm}	resistencia media a compresión del hormigón
X2 = $\phi(\infty)$	coef. de deformación diferida
X3 = $\epsilon_{cs\infty}$	contracción de fraguado
X4 = β_s	resistencia característica de las barras de acero
X5 = g	peso propio más cargas permanentes
X6 = p	sobrecarga actuante
X7 = l	luz entre apoyos
X8 = b_{m2}	ancho activo del ala
X9 = b_0	espesor del alma
X10 = d	altura de la viga
X11 = d_0	espesor del ala

Coefficientes de variación

$\delta_1 = 0.10$	resistencia media a compresión del hormigón
$\delta_2 = 0.20$	coef. de deformación diferida
$\delta_3 = 0.35$	contracción de fraguado
$\delta_4 = 0.044$	resistencia característica de las barras de acero
$\delta_5 = 10^{-6}$	peso propio más cargas permanentes
$\delta_6 = 10^{-6}$	sobrecarga actuante
$\delta_7 = 0.00152$	luz entre apoyos
$\delta_8 = 0.00289$	ancho activo del ala
$\delta_9 = 0.018$	espesor del alma
$\delta_{10} = 0.00756$	altura de la viga
$\delta_{11} = 0.026$	espesor del ala

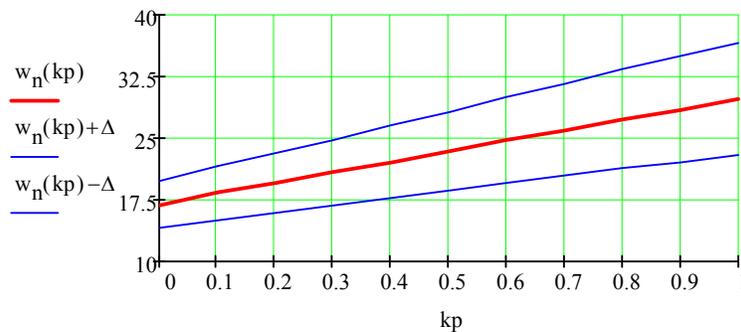


Figura 3.4. Evolución de la deflexión total a tiempo ∞ ($w_n(kp)$ Sim) y su tolerancia (Δ) en función de “kp”.⁵

s/ACI 318-02

⁵ Anexo 4 - Archivo 5., pág. 9.

VARIABLES ALEATORIAS

$X1 = \beta_{cm}$	resistencia media a compresión del hormigón
$X2 = \nu_u$	coef. de deformación diferida
$X3 = \epsilon_{sh,u}$	contracción de fraguado
$X4 = \beta_s$	resistencia característica de las barras de acero
$X5 = g$	peso propio más cargas permanentes
$X6 = p$	sobrecarga actuante
$X7 = l$	luz entre apoyos
$X8 = b_{m3}$	ancho activo del ala
$X9 = b_0$	espesor del alma
$X10 = d$	altura de la viga
$X11 = d_0$	espesor del ala

COEFICIENTES DE VARIACIÓN

$\delta_1 = 0.10$	resistencia media a compresión del hormigón
$\delta_2 = 0.20$	coef. de deformación diferida
$\delta_3 = 0.35$	contracción de fraguado
$\delta_4 = 0.044$	resistencia característica de las barras de acero
$\delta_5 = 10^{-6}$	peso propio más cargas permanentes
$\delta_6 = 10^{-6}$	sobrecarga actuante
$\delta_7 = 0.00152$	luz entre apoyos
$\delta_8 = 0.00289$	ancho activo del ala
$\delta_9 = 0.018$	espesor del alma
$\delta_{10} = 0.00756$	altura de la viga
$\delta_{11} = 0.026$	espesor del ala

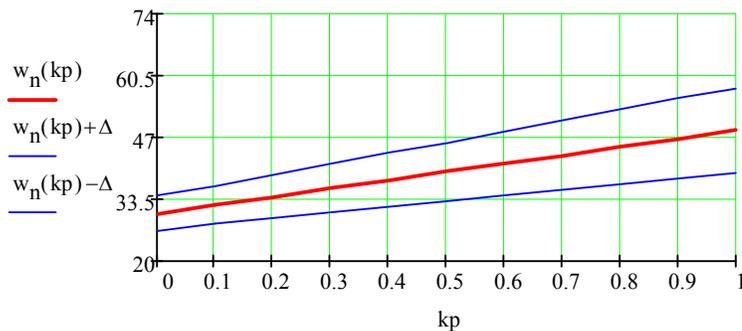


Figura 3.5. Evolución de la deflexión total a tiempo ∞ ($w_{n(kp)}_{Sim}$) y su tolerancia (Δ) en función de “ k_p ”.⁶

⁶ Anexo 4 - Archivo 5., pág. 14.

s/EC-2

Variables aleatorias

$X1 = \beta_{cm}$	resistencia media a compresión del hormigón
$X2 = \phi_{(\infty)}$	coef. de deformación diferida
$X3 = \varepsilon_{cs\infty}$	contracción de fraguado
$X4 = \beta_s$	resistencia característica de las barras de acero
$X5 = g$	peso propio más cargas permanentes
$X6 = p$	sobrecarga actuante
$X7 = l$	luz entre apoyos
$X8 = b_{m4}$	ancho activo del ala
$X9 = b_0$	espesor del alma
$X10 = d$	altura de la viga
$X11 = d_0$	espesor del ala

Coefficientes de variación

$\delta_1 = 0.10$	resistencia media a compresión del hormigón
$\delta_2 = 0.20$	coef. de deformación diferida
$\delta_3 = 0.30$	contracción de fraguado
$\delta_4 = 0.044$	resistencia característica de las barras de acero
$\delta_5 = 10^{-6}$	peso propio más cargas permanentes
$\delta_6 = 10^{-6}$	sobrecarga actuante
$\delta_7 = 0.00152$	luz entre apoyos
$\delta_8 = 0.00289$	ancho activo del ala
$\delta_9 = 0.018$	espesor del alma
$\delta_{10} = 0.00756$	altura de la viga
$\delta_{11} = 0.026$	espesor del ala

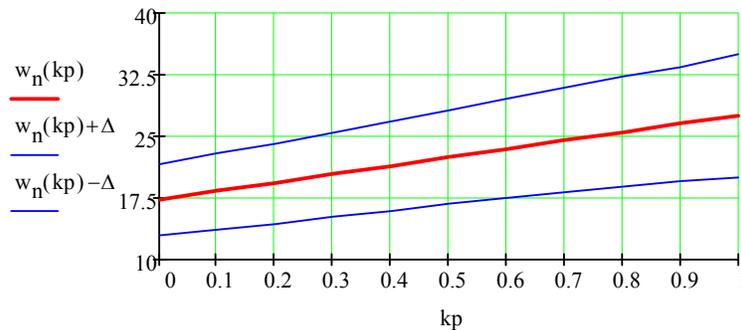


Figura 3.6. Evolución de la deflexión total a tiempo ∞ ($W_n(kp)$ Sim) y su tolerancia (Δ) en función de "kp".⁷

⁷ Anexo 4 - Archivo 5., pág. 18.

3.3.1.2. Deflexión total a tiempo ∞ y acortamiento longitudinal total después del tesado a tiempo ∞ para la viga tipo T de H° Postesado con tensor de tendido parabólico (inyectado con lechada de cemento).

Para la determinación mediante Simulación Matemática Probabilística de la deflexión total a tiempo ∞ ($w_{n(kp)} \text{ Sim}$) y el acortamiento longitudinal total después del tesado a tiempo ∞ ($\delta L_{\text{total}(kp)} \text{ Sim}$) calculados según los diferentes reglamentos analizados (CIRSOC 201-82, CEB FIP-90, ACI 318-02 y EC-2), se adoptará la metodología general desarrollada en los apartados 3.2.2. y 3.3..

Para analizar la influencia de las variables aleatorias adoptadas sobre el valor de la deflexión total a tiempo ∞ ($w_{n(kp)} \text{ Sim}$) y del acortamiento longitudinal total después del tesado a tiempo ∞ ($\delta L_{\text{total}(kp)} \text{ Sim}$) se planteará el análisis de los tres casos que se indican a continuación:

- Caso 1: Simular las variables aleatorias indicadas.
- Caso 2: Simular las variables aleatorias indicadas, donde en vez de adoptar el esfuerzo de tesado “ P_0 ” como variable aleatoria se adoptará la longitud y el alargamiento del tensor equivalente “ $L_{\text{tensor_equiv}}$ y Δl_{tensor} ” y con estos determinamos “ P_0 ”
- Caso 3: Simular solo las variables aleatorias básicas indicadas (se realizará este análisis solamente según CIRSOC 201-82)

Dado que no se prevén variaciones importantes entre los valores obtenidos en los diferentes casos planteados, se analizará solo para el Caso 1 la variación de la tolerancia (Δ) respecto a la deflexión total a tiempo ∞ ($w_{n(kp)} \text{ Sim}$) como también al acortamiento longitudinal total después del tesado a tiempo ∞ ($\delta L_{\text{total}(kp)} \text{ Sim}$) al variar “ k_p ” entre 0 y 1.

Consideraciones generales para los tres casos:

Para las dimensiones lineales, dado que la viga en estudio fue diseñada y ejecutada bajo las prescripciones del CIRSOC 201-82 se adoptará la tolerancia especificada en el Tomo I pág. 152 de dicha reglamentación y a partir de ella los coeficientes de variación respectivos.

Para el módulo de elasticidad y la resistencia del tensor se adoptará los coeficientes de variación especificados por un productor de acero [8].

Para la resistencia media del hormigón, se adoptará el coeficiente especificado por un productor de hormigón [14].

Para las deformaciones diferidas se adoptarán los coeficientes según las respectivas reglamentaciones, y en caso que no fueran especificados lo indicado por el CEB FIP-90.

Se considerará como variable determinística solo la sección de acero del elemento tensor (A_s) excepto para el Caso 3.

Consideraciones Particulares:

Para el Caso 3 se considerarán las siguientes variables determinísticas:

$A_s =$	sección transversal de acero del tensor
$\gamma_h =$	peso específico del hormigón
$p =$	sobrecarga
$e_p =$	excentricidad respecto al eje baricéntrico del esfuerzo de tesado en la sección media
$A =$	sección transversal de la viga en la sección central
$\epsilon_{sC} =$	contracción de fraguado adoptada
$I =$	momento de inercia de la sección homogeneizada

De acuerdo a cada Caso analizado se utilizarán las variables aleatorias con sus respectivos coeficientes de variación conforme se indica a continuación y además, para el Caso 1, se graficarán las evoluciones de la deflexión total a tiempo ∞ ($W_{n(kp)} \text{ Sim}$) y del acortamiento longitudinal total después del tesado a tiempo ∞ ($\delta L_{\text{total}(kp)} \text{ Sim}$) con sus respectivas tolerancias (Δ) en función de “ k_p ” (coef. que contempla el porcentaje de la sobrecarga que actúa cuasi-permanentemente, o sea, aproximadamente mayor o igual al 50% del período de referencia o vida útil estructural),

s/CIRSOC 201-82

Caso: 1

Variables aleatorias

$X1 = \gamma_h$	peso específico del hormigón
$X2 = p$	sobrecarga
$X3 = P_0$	esfuerzo de tesado
$X4 = e_P$	excentricidad respecto al eje baricéntrico del esfuerzo de tesado en la sección media
$X5 = A$	sección transversal de la viga en la sección central
$X6 = E_s$	módulo de elasticidad del acero del tensor
$X7 = \beta_{cm}$	resistencia media a compresión del hormigón
$X8 = \varepsilon_{sC}$	contracción de fraguado adoptada
$X9 = \Delta\phi_C$	coef. de deformación diferida adoptado
$X10 = l$	luz entre apoyos
$X11 = \beta_z$ tensor	resistencia a rotura del acero del tensor
$X12 = I$	momento de inercia de la sección homogeneizada

Coefficientes de variación

$\delta_1 = 0.02$	peso específico del hormigón
$\delta_2 = 10^{-6}$	sobrecarga
$\delta_3 = 0.04$	esfuerzo de tesado
$\delta_4 = 0.00895$	excentricidad respecto al eje baricéntrico del esfuerzo de tesado en la sección media
$\delta_5 = 0.013$	sección transversal de la viga en la sección central
$\delta_6 = 0.044$	módulo de elasticidad del acero del tensor
$\delta_7 = 0.10$	resistencia media a compresión del hormigón
$\delta_8 = 0.35$	contracción de fraguado adoptada
$\delta_9 = 0.20$	coef. de deformación diferida adoptado
$\delta_{10} = 0.00065$	luz entre apoyos
$\delta_{11} = 0.038$	resistencia a rotura del acero del tensor
$\delta_{12} = 0.017$	momento de inercia de la sección homogeneizada

Caso: 2

Variables aleatorias

$X1 = \gamma_h$	peso específico del hormigón
$X2 = p$	sobrecarga
$X3 = L_{\text{tensor_equiv}}$	longitud del tensor equivalente
$X4 = e_p$	excentricidad respecto al eje baricéntrico del esfuerzo de tesado en la sección media
$X5 = A$	sección transversal de la viga en la sección central
$X6 = E_s$	módulo de elasticidad del acero del tensor
$X7 = \beta_{cm}$	resistencia media a compresión del hormigón
$X8 = \varepsilon_{sC}$	contracción de fraguado adoptada
$X9 = \Delta\phi_C$	coef. de deformación diferida adoptado
$X10 = l$	luz entre apoyos
$X11 = \beta_z \text{ tensor}$	resistencia a rotura del acero del tensor
$X12 = \Delta l_{\text{tensor}}$	alargamiento del tensor
$X13 = I$	momento de inercia de la sección homogeneizada

Coefficientes de variación

$\delta 1 = 0.02$	peso específico del hormigón
$\delta 2 = 10^{-6}$	sobrecarga
$\delta 3 = 0.00045$	longitud del tensor equivalente
$\delta 4 = 0.00895$	excentricidad respecto al eje baricéntrico del esfuerzo de tesado en la sección media
$\delta 5 = 0.013$	sección transversal de la viga en la sección central
$\delta 6 = 0.044$	módulo de elasticidad del acero del tensor
$\delta 7 = 0.10$	resistencia media a compresión del hormigón
$\delta 8 = 0.35$	contracción de fraguado adoptada
$\delta 9 = 0.20$	coef. de deformación diferida adoptado
$\delta 10 = 0.00065$	luz entre apoyos
$\delta 11 = 0.038$	resistencia a rotura del acero del tensor
$\delta 12 = 0.0035$	alargamiento del tensor
$\delta 13 = 0.017$	momento de inercia de la sección homogeneizada

Caso: 3

Variables aleatorias

$X1 = E_s$	módulo de elasticidad del acero del tensor
$X2 = \beta_{cm}$	resistencia media a compresión del hormigón
$X3 = \beta_z \text{ tensor}$	resistencia a rotura del acero del tensor
$X4 = \Delta\phi_C$	coef. de deformación diferida adoptado
$X5 = l$	luz entre apoyos
$X6 = P_0$	esfuerzo de tesado

Coefficientes de variación

$\delta_1 = 0.04$	módulo de elasticidad del acero del tensor
$\delta_2 = 0.10$	resistencia media a compresión del hormigón
$\delta_3 = 0.038$	resistencia a rotura del acero del tensor
$\delta_4 = 0.20$	coef. de deformación diferida adoptado
$\delta_5 = 0.00065$	luz entre apoyos
$\delta_6 = 0.04$	esfuerzo de tesado

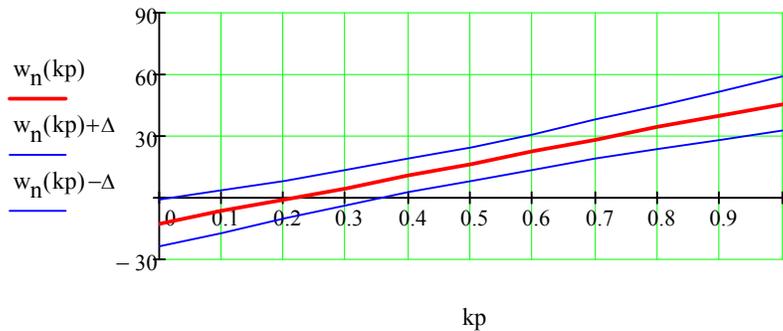


Figura 3.7. Evolución de la deflexión total a tiempo ∞ ($w_{n(kp)}$ Sim) y su tolerancia (Δ) en función de “kp”.⁸

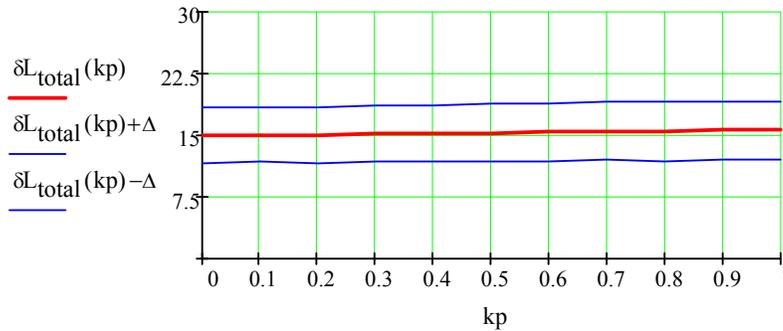


Figura 3.8. Evolución del acortamiento longitudinal total después del tesado a tiempo ∞ ($\delta L_{total}(kp)$ Sim) y su tolerancia (Δ) en función de “kp”.⁹

s/CEB FIP-90

Caso: 1

⁸ Anexo 4 - Archivo 6., pág. 15.

⁹ Anexo 4 - Archivo 6., pág. 16.

Variables aleatorias

$X1 = \gamma_h$	peso específico del hormigón
$X2 = p$	sobrecarga
$X3 = P_0$	esfuerzo de tesado
$X4 = e_p$	excentricidad respecto al eje baricéntrico del esfuerzo de tesado en la sección media
$X5 = A$	sección transversal de la viga en la sección central
$X6 = E_s$	módulo de elasticidad del acero del tensor
$X7 = \beta_{cm}$	resistencia media a compresión del hormigón
$X8 = \epsilon_{cs}$	contracción de fraguado adoptada
$X9 = \Delta\phi_{CEB}$	coef. de deformación diferida adoptado
$X10 = l$	luz entre apoyos
$X11 = \beta_z \text{ tensor}$	resistencia a rotura del acero del tensor
$X12 = I$	momento de inercia de la sección homogeneizada

Coefficientes de variación

$\delta1 = 0.02$	peso específico del hormigón
$\delta2 = 10^{-6}$	sobrecarga
$\delta3 = 0.04$	esfuerzo de tesado
$\delta4 = 0.00895$	excentricidad respecto al eje baricéntrico del esfuerzo de tesado en la sección media
$\delta5 = 0.013$	sección transversal de la viga en la sección central
$\delta6 = 0.044$	módulo de elasticidad del acero del tensor
$\delta7 = 0.10$	resistencia media a compresión del hormigón
$\delta8 = 0.35$	contracción de fraguado adoptada
$\delta9 = 0.20$	coef. de deformación diferida adoptado
$\delta10 = 0.00065$	luz entre apoyos
$\delta11 = 0.038$	resistencia a rotura del acero del tensor
$\delta12 = 0.017$	momento de inercia de la sección homogeneizada

Caso: 2

Variables aleatorias

$X1 = \gamma_h$	peso específico del hormigón
$X2 = p$	sobrecarga
$X3 = L_{\text{tensor_equiv}}$	longitud del tensor equivalente
$X4 = e_p$	excentricidad respecto al eje baricéntrico del esfuerzo de tesado en la sección media
$X5 = A$	sección transversal de la viga en la sección central
$X6 = E_s$	módulo de elasticidad del acero del tensor
$X7 = \beta_{cm}$	resistencia media a compresión del hormigón

$X8 = \varepsilon_{cs}$	contracción de fraguado adoptada
$X9 = \Delta\phi_{CEB}$	coef. de deformación diferida adoptado
$X10 = 1$	luz entre apoyos
$X11 = \beta_z$ tensor	resistencia a rotura del acero del tensor
$X12 = \Delta l_{\text{tensor}}$	alargamiento del tensor
$X13 = I$	momento de inercia de la sección homogeneizada

Coefficientes de variación

$\delta 1 = 0.02$	peso específico del hormigón
$\delta 2 = 10^{-6}$	sobrecarga
$\delta 3 = 0.00045$	longitud del tensor equivalente
$\delta 4 = 0.00895$	excentricidad respecto al eje baricéntrico del esfuerzo de tesado en la sección media
$\delta 5 = 0.013$	sección transversal de la viga en la sección central
$\delta 6 = 0.044$	módulo de elasticidad del acero del tensor
$\delta 7 = 0.10$	resistencia media a compresión del hormigón
$\delta 8 = 0.35$	contracción de fraguado adoptada
$\delta 9 = 0.20$	coef. de deformación diferida adoptado
$\delta 10 = 0.00065$	luz entre apoyos
$\delta 11 = 0.038$	resistencia a rotura del acero del tensor
$\delta 12 = 0.0035$	alargamiento del tensor
$\delta 13 = 0.017$	momento de inercia de la sección homogeneizada

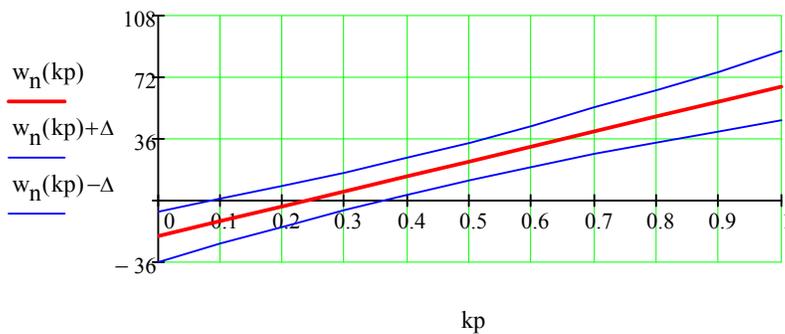


Figura 3.9. Evolución de la deflexión total a tiempo ∞ ($w_n(kp)$ Sim) y su tolerancia (Δ) en función de “ k_p ”.¹⁰

¹⁰ Anexo 4 - Archivo 7., pág. 11.

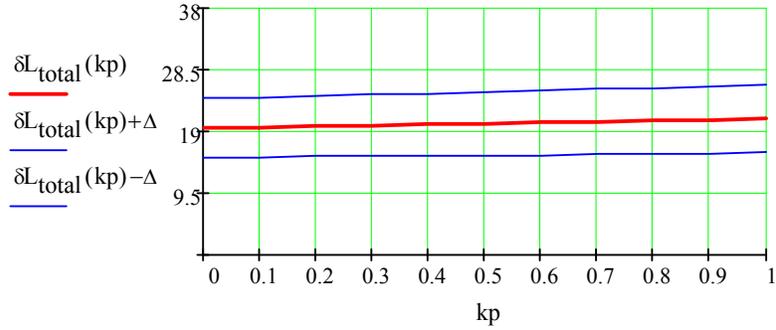


Figura 3.10. Evolución del acortamiento longitudinal total después del tesado a tiempo ∞ ($\delta L_{total}(kp)$ Sim) y su tolerancia (Δ) en función de “kp”.¹¹

s/ACI 318-02

Caso: 1

Variables aleatorias

X1 = γ_h	peso específico del hormigón
X2 = p	sobrecarga
X3 = P_0	esfuerzo de tesado
X4 = e_p	excentricidad respecto al eje baricéntrico del esfuerzo de tesado en la sección media
X5 = A	sección transversal de la viga en la sección central
X6 = E_s	módulo de elasticidad del acero del tensor
X7 = β_{cm}	resistencia media a compresión del hormigón
X8 = ϵ_{sh}	contracción de fraguado adoptada
X9 = $\Delta\phi_{ACI}$	coef. de deformación diferida adoptado
X10 = l	luz entre apoyos
X11 = β_Z tensor	resistencia a rotura del acero del tensor
X12 = I	momento de inercia de la sección homogeneizada

Coefficientes de variación

$\delta_1 = 0.02$	peso específico del hormigón
$\delta_2 = 10^{-6}$	sobrecarga
$\delta_3 = 0.04$	esfuerzo de tesado

¹¹ Anexo 4 - Archivo 7., pág. 11.

$\delta_4 = 0.00895$	excentricidad respecto al eje baricéntrico del esfuerzo de tesado en la sección media
$\delta_5 = 0.013$	sección transversal de la viga en la sección central
$\delta_6 = 0.044$	módulo de elasticidad del acero del tensor
$\delta_7 = 0.10$	resistencia media a compresión del hormigón
$\delta_8 = 0.35$	contracción de fraguado adoptada
$\delta_9 = 0.20$	coef. de deformación diferida adoptado
$\delta_{10} = 0.00065$	luz entre apoyos
$\delta_{11} = 0.038$	resistencia a rotura del acero del tensor
$\delta_{12} = 0.017$	momento de inercia de la sección homogeneizada

Caso: 2

Variables aleatorias

$X_1 = \gamma_h$	peso específico del hormigón
$X_2 = p$	sobrecarga
$X_3 = L_{\text{tensor_equiv}}$	longitud del tensor equivalente
$X_4 = e_p$	excentricidad respecto al eje baricéntrico del esfuerzo de tesado en la sección media
$X_5 = A$	sección transversal de la viga en la sección central
$X_6 = E_s$	módulo de elasticidad del tensor
$X_7 = \beta_{cm}$	resistencia media a compresión del hormigón
$X_8 = \varepsilon_{sh}$	contracción de fraguado adoptada
$X_9 = \Delta\phi_{ACI}$	coef. de deformación diferida adoptado
$X_{10} = l$	luz entre apoyos
$X_{11} = \beta_z \text{ tensor}$	resistencia a rotura del acero del tensor
$X_{12} = \Delta l_{\text{tensor}}$	alargamiento del tensor
$X_{13} = I$	momento de inercia de la sección homogeneizada

Coefficientes de variación

$\delta_1 = 0.02$	peso específico del hormigón
$\delta_2 = 10^{-6}$	sobrecarga
$\delta_3 = 0.00045$	longitud del tensor equivalente
$\delta_4 = 0.00895$	excentricidad respecto al eje baricéntrico del esfuerzo de tesado en la sección media
$\delta_5 = 0.013$	sección transversal de la viga en la sección central
$\delta_6 = 0.044$	módulo de elasticidad del acero del tensor
$\delta_7 = 0.10$	resistencia media a compresión del hormigón
$\delta_8 = 0.35$	contracción de fraguado adoptada
$\delta_9 = 0.20$	coef. de deformación diferida adoptado
$\delta_{10} = 0.00065$	luz entre apoyos

$\delta_{11} = 0.038$
 $\delta_{12} = 0.0035$
 $\delta_{13} = 0.017$

resistencia a rotura del acero del tensor
 alargamiento del tensor
 momento de inercia de la sección homogeneizada

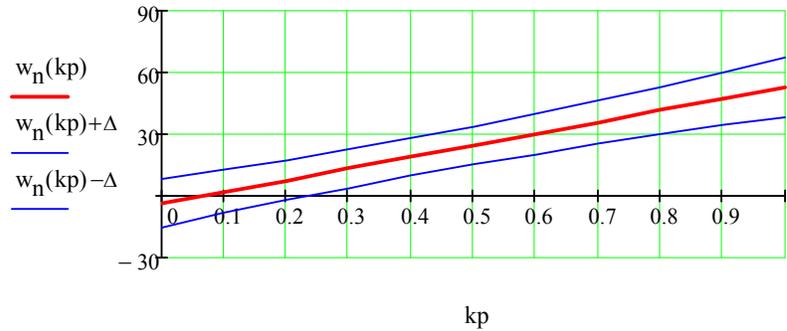


Figura 3.11. Evolución de la deflexión total a tiempo ∞ ($w_{n(kp)}$ Sim) y su tolerancia (Δ) en función de “kp”.¹²

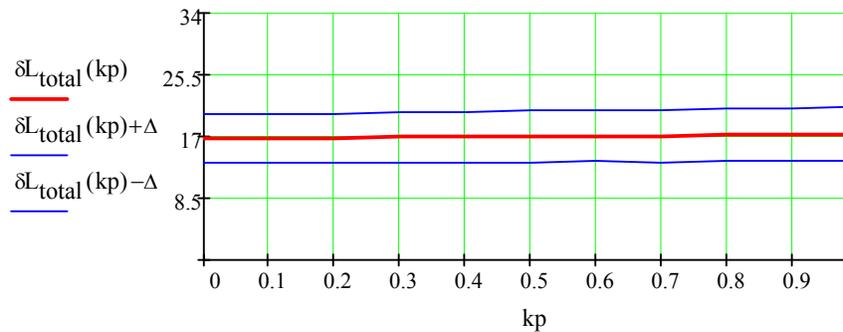


Figura 3.12. Evolución del acortamiento longitudinal total después del tesado a tiempo ∞ ($\delta L_{total(kp)}$ Sim) y su tolerancia (Δ) en función de “kp”.¹³

s/EC-2

Caso: 1

¹² Anexo 4 - Archivo 8., pág. 11.

¹³ Anexo 4 - Archivo 8., pág. 11.

VARIABLES ALEATORIAS

$X1 = \gamma_h$	peso específico del hormigón
$X2 = p$	sobrecarga
$X3 = P_0$	esfuerzo de tesado
$X4 = e_P$	excentricidad respecto al eje baricéntrico del esfuerzo de tesado en la sección media
$X5 = A$	sección transversal de la viga en la sección central
$X6 = E_s$	módulo de elasticidad del tensor
$X7 = \beta_{cm}$	resistencia media a compresión del hormigón
$X8 = \epsilon_{csE}$	contracción de fraguado adoptada
$X9 = \Delta\phi_{EC}$	coef. de deformación diferida adoptado
$X10 = l$	luz entre apoyos
$X11 = \beta_Z \text{ tensor}$	resistencia a rotura del acero del tensor
$X12 = I$	momento de inercia de la sección homogeneizada

COEFICIENTES DE VARIACIÓN

$\delta1 = 0.02$	peso específico del hormigón
$\delta2 = 10^{-6}$	sobrecarga
$\delta3 = 0.04$	esfuerzo de tesado
$\delta4 = 0.00895$	excentricidad respecto al eje baricéntrico del esfuerzo de tesado en la sección media
$\delta5 = 0.013$	sección transversal de la viga en la sección central
$\delta6 = 0.044$	módulo de elasticidad del acero del tensor
$\delta7 = 0.10$	resistencia media a compresión del hormigón
$\delta8 = 0.30$	contracción de fraguado adoptada
$\delta9 = 0.20$	coef. de deformación diferida adoptado
$\delta10 = 0.00065$	luz entre apoyos
$\delta11 = 0.038$	resistencia a rotura del acero del tensor
$\delta12 = 0.017$	momento de inercia de la sección homogeneizada

Caso: 2

VARIABLES ALEATORIAS

$X1 = \gamma_h$	peso específico del hormigón
$X2 = p$	sobrecarga
$X3 = L_{\text{tensor_equiv}}$	longitud del tensor equivalente
$X4 = e_P$	excentricidad respecto al eje baricéntrico del esfuerzo de tesado en la sección media
$X5 = A$	sección transversal de la viga en la sección central

X6 = E_s	módulo de elasticidad del tensor
X7 = β_{cm}	resistencia media a compresión del hormigón
X8 = ϵ_{csE}	contracción de fraguado adoptada
X9 = $\Delta\phi_{EC}$	coef. de deformación diferida adoptado
X10 = 1	luz entre apoyos
X11 = β_Z tensor	resistencia a rotura del acero del tensor
X12 = Δl_{tensor}	alargamiento del tensor
X13 = I	momento de inercia de la sección homogeneizada

Coefficientes de variación

$\delta_1 = 0.02$	peso específico del hormigón
$\delta_2 = 10^{-6}$	sobrecarga
$\delta_3 = 0.00045$	longitud del tensor equivalente
$\delta_4 = 0.00895$	excentricidad respecto al eje baricéntrico del esfuerzo de tesado en la sección media
$\delta_5 = 0.013$	sección transversal de la viga en la sección central
$\delta_6 = 0.044$	módulo de elasticidad del acero del tensor
$\delta_7 = 0.10$	resistencia media a compresión del hormigón
$\delta_8 = 0.30$	contracción de fraguado adoptada
$\delta_9 = 0.20$	coef. de deformación diferida adoptado
$\delta_{10} = 0.00065$	luz entre apoyos
$\delta_{11} = 0.038$	resistencia a rotura del acero del tensor
$\delta_{12} = 0.0035$	alargamiento del tensor
$\delta_{13} = 0.017$	momento de inercia de la sección homogeneizada

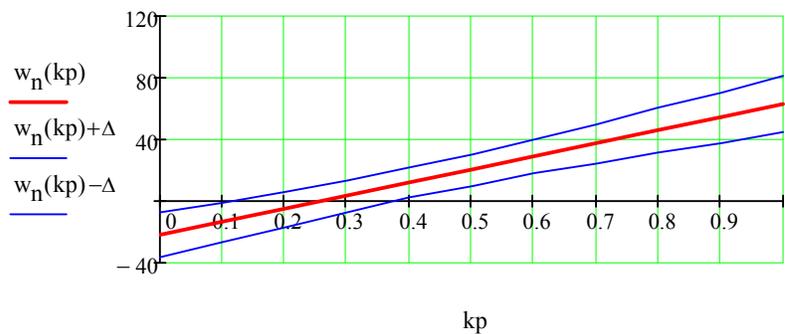


Figura 3.13. Evolución de la deflexión total a tiempo ∞ ($w_{n(kp) \text{ Sim}}$) y su tolerancia (Δ) en función de “ kp ”.¹⁴

¹⁴ Anexo 4 - Archivo 9., pág. 11.

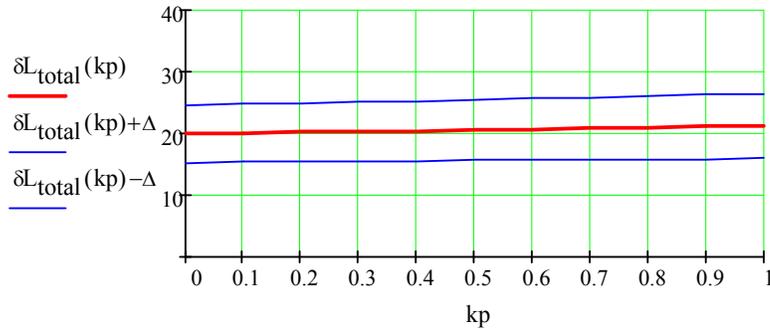


Figura 3.14. Evolución del acortamiento longitudinal total después del tesado a tiempo ∞ ($\delta L_{total}(kp)_{Sim}$) y su tolerancia (Δ) en función de “ k_p ”.¹⁵

3.4. Comparativa entre los valores obtenidos de forma determinística y los obtenidos mediante Simulación Matemática Probabilística.

A continuación, para los dos elementos analizados, se resumirán los valores de la deflexión total a tiempo ∞ y del acortamiento longitudinal total después del tesado a tiempo ∞ determinados según las diferentes normativas analizadas.

Los valores obtenidos para los Casos 2 y 3 del apartado 3.3.1.2 no se transcribirán a la Tabla 3.4. debido a que se considera despreciable su variación (ronda el 1%) respecto a los obtenidos para el Caso 1 de dicho apartado.

Para agilizar el análisis se optará por utilizar la misma nomenclatura para todas las normativas analizadas.

Siendo,

$W_n(kp)$	deflexión total a tiempo ∞ en función de “ k_p ” determinada de forma determinística.
$W_n(kp)_{Sim}$	deflexión total a tiempo ∞ en función de “ k_p ” determinada mediante Simulación Matemática Probabilística.
$\delta L_{total}(kp)$	acortamiento longitudinal total después del tesado a tiempo ∞ en función de “ k_p ” determinado de forma determinística.

¹⁵ Anexo 4 - Archivo 9., pág. 11.

- $\delta L_{total(kp)}$ Sim acortamiento longitudinal total después del tesado a tiempo ∞ en función de “ k_p ” determinado mediante Simulación Matemática Probabilística.
- Δ tolerancia o amplitud de dispersión del valor analizado.
- $\%V$ valor de la tolerancia " Δ " como % del valor analizado en función de “ k_p ”.
- $\%V_{promedio}$ promedio de los valores de la tolerancia " Δ " como % del valor analizado en función de “ k_p ”.

Tabla 3.3. Viga de sección transversal tipo T de H°A°.

	CIRSOC 201-82	CEB FIP-90	ACI 318-02	EC-2
Luz	10 m	10 m	10 m	10 m
b_m	3,8 m	2,25 m	2,5 m	3,2 m
b₀	0,25 m	0,25 m	0,25 m	0,25 m
d	0,9 m	0,9 m	0,9 m	0,9 m
d₀	0,14 m	0,14 m	0,14 m	0,14 m
h	0,84 m	0,84 m	0,84 m	0,84 m
β_{cm}	26 Mpa	26 Mpa	26 Mpa	26 Mpa
A_s	49,1 cm ²	49,1 cm ²	49,1 cm ²	49,1 cm ²
Δφ	2,8	2,63	1,76	2,64
Δφ₃₆₅ (al año)	2,15	2	1,36	2,02
ε_s	-0,000352	-0,00054	-0,000514	-0,00044
ε_{s28} (a 28 días)	-0,000072	-0,00008	-0,000193	-0,000111
E	30594 MPa	29564 MPa	22631 MPa	29303 MPa
W_{n(kp)}	valores de la deflexión "w_{n(kp)}" de acuerdo a la reglamentación respectiva			
W_{n(0)}	27 mm	16,9 mm	30,5 mm	17,1 mm
W_{n(0,1)}	27,9 mm	18,2 mm	32,4 mm	18,1 mm
W_{n(0,2)}	28,8 mm	19,5 mm	34,2 mm	19,1 mm
W_{n(0,3)}	29,8 mm	20,8 mm	36 mm	20,2 mm
W_{n(0,4)}	30,7 mm	22,1 mm	37,8 mm	21,2 mm
W_{n(0,5)}	31,7 mm	23,4 mm	39,6 mm	22,2 mm
W_{n(0,6)}	32,6 mm	24,7 mm	41,4 mm	23,2 mm
W_{n(0,7)}	33,5 mm	25,9 mm	43,2 mm	24,2 mm
W_{n(0,8)}	34,5 mm	27,2 mm	45 mm	25,2 mm
W_{n(0,9)}	35,4 mm	28,5 mm	46,8 mm	26,2 mm
W_{n(1)}	36,4 mm	29,8 mm	48,6 mm	27,2 mm

	CIRSOC 201-82	CEB FIP-90	ACI 318-02	EC-2
$W_{n(kp)} \text{ Sim} \pm \Delta$	valores de la deflexión $\pm \Delta$ "$W_{n(kp)} \text{ Sim} \pm \Delta$" de acuerdo a la reglamentación respectiva			
$W_{n(0)} \text{ Sim} \pm \Delta$	27,1 \pm 3,6 mm	16,9 \pm 2,9 mm	30,4 \pm 3,8 mm	17,2 \pm 4,3 mm
$W_{n(0,1)} \text{ Sim} \pm \Delta$	28,1 \pm 3,7 mm	18,2 \pm 3,2 mm	32,2 \pm 4,2 mm	18,3 \pm 4,6 mm
$W_{n(0,2)} \text{ Sim} \pm \Delta$	28,9 \pm 3,7 mm	19,4 \pm 3,6 mm	34,1 \pm 4,8 mm	19,3 \pm 4,9 mm
$W_{n(0,3)} \text{ Sim} \pm \Delta$	29,9 \pm 3,8 mm	20,7 \pm 4 mm	35,9 \pm 5,3 mm	20,4 \pm 5,1 mm
$W_{n(0,4)} \text{ Sim} \pm \Delta$	30,8 \pm 3,9 mm	22 \pm 4,4 mm	37,7 \pm 5,9 mm	21,4 \pm 5,4 mm
$W_{n(0,5)} \text{ Sim} \pm \Delta$	31,8 \pm 3,9 mm	23,3 \pm 4,8 mm	39,5 \pm 6,4 mm	22,4 \pm 5,7 mm
$W_{n(0,6)} \text{ Sim} \pm \Delta$	32,7 \pm 4 mm	24,5 \pm 5,1 mm	41,3 \pm 7 mm	23,4 \pm 6,1 mm
$W_{n(0,7)} \text{ Sim} \pm \Delta$	33,7 \pm 4,1 mm	25,8 \pm 5,5 mm	43,1 \pm 7,6 mm	24,5 \pm 6,4 mm
$W_{n(0,8)} \text{ Sim} \pm \Delta$	34,6 \pm 4,1 mm	27,1 \pm 6 mm	44,9 \pm 8,1 mm	25,5 \pm 6,7 mm
$W_{n(0,9)} \text{ Sim} \pm \Delta$	35,6 \pm 4,2 mm	28,3 \pm 6,4 mm	46,7 \pm 8,7 mm	26,5 \pm 7 mm
$W_{n(1)} \text{ Sim} \pm \Delta$	36,5 \pm 4,3 mm	29,6 \pm 6,8 mm	48,5 \pm 9,3 mm	27,5 \pm 7,4 mm
% de la sobrecarga permanente "p" (100*k_p)	valores de la tolerancia "Δ" como % de "$W_{n(kp)} \text{ Sim}$" en función del % de sobrecarga permanente "p" (100*$\Delta_{(kp)}/W_{n(kp)} \text{ Sim}$)			
0	13%	17%	12%	25%
10	13%	18%	13%	25%
20	13%	19%	14%	25%
30	13%	19%	15%	25%
40	12%	20%	16%	25%
50	12%	20%	16%	26%
60	12%	21%	17%	26%
70	12%	21%	18%	26%
80	12%	22%	18%	26%
90	12%	22%	19%	27%
100	12%	23%	19%	27%
promedio de los valores de la tolerancia "Δ" como % de "$W_{n(kp)} \text{ Sim}$"				
% V_{promedio}	12%	20%	16%	26%
$\Delta\phi_{365}/\Delta\phi$	77%	76%	77%	77%
$\epsilon_{s28}/\epsilon_s$	20%	15%	38%	25%
$\Delta\phi/E$	92*10 ⁻⁶ /MPa	89*10 ⁻⁶ /MPa	78*10 ⁻⁶ /MPa	86*10 ⁻⁶ /MPa
E/$E_{\text{CIRSOC 201-82}}$	1	0,97	0,74	0,96

Tabla 3.4. Viga de sección transversal tipo T de H° Postesado.

	CIRSOC 201-82	CEB FIP-90	ACI 318-02	EC-2
Luz	28 m	28 m	28 m	28 m
b_m	1 m	1 m	1 m	1 m
b₀	0,14 m	0,14 m	0,14 m	0,14 m
d	1,4 m	1,4 m	1,4 m	1,4 m
d₀	0,20 m	0,20 m	0,20 m	0,20 m
β_{cm}	26 Mpa	26 Mpa	26 Mpa	26 Mpa
A_s	23,8 cm ²	23,8 cm ²	23,8 cm ²	23,8 cm ²
Δφ	1,75	2,63	1,27	2,63
Δφ₃₆₅ (al año)	1,36	1,99	0,98	1,99
ε_s	-0,000173	-0,000489	-0,00038	-0,000395
ε_{s20} (a 20 días)	-0,0000312	-0,000054	-0,000103	-0,000059
E	30594 MPa	29564 MPa	22631 MPa	29303 MPa
W_{n(kp)}	valores de la deflexión "w_{n(kp)}" de acuerdo a la reglamentación respectiva			
W_{n(0)}	-12,9 mm	-21,3 mm	-3,7 mm	-22,4 mm
W_{n(0,1)}	-7,1 mm	-12,5 mm	1,9 mm	-13,9 mm
W_{n(0,2)}	-1,3 mm	-3,7 mm	7,5 mm	-5,4 mm
W_{n(0,3)}	4,5 mm	5,1 mm	13,2 mm	3,1 mm
W_{n(0,4)}	10,3 mm	13,9 mm	18,8 mm	11,7 mm
W_{n(0,5)}	16,2 mm	22,7 mm	24,4 mm	20,2 mm
W_{n(0,6)}	22 mm	31,5 mm	30 mm	28,7 mm
W_{n(0,7)}	27,8 mm	40,3 mm	35,6 mm	37,2 mm
W_{n(0,8)}	33,6 mm	49,2 mm	41,2 mm	45,7 mm
W_{n(0,9)}	39,4 mm	58 mm	46,8 mm	54,2 mm
W_{n(1)}	45,2 mm	66,8 mm	52,4 mm	62,7 mm
W_{n(kp) Sim ± Δ}	valores de la deflexión ± Δ "w_{n(kp) Sim ± Δ" de acuerdo a la reglamentación respectiva}			
W_{n(0) Sim ± Δ}	-12,9±11,6 mm	-21,1±15,1 mm	-3,5±11,8 mm	-22,2±14,6 mm
W_{n(0,1) Sim ± Δ}	-7±10,3 mm	-12,3±13,3 mm	2,1±10,7 mm	-13,7±12,8 mm
W_{n(0,2) Sim ± Δ}	-1,2±9,3 mm	-3,5±11,9 mm	7,7±9,9 mm	-5,2±11,4 mm
W_{n(0,3) Sim ± Δ}	4,6±8,5 mm	5,3±11 mm	13,3±9,4 mm	3,4±10,4 mm
W_{n(0,4) Sim ± Δ}	10,5±8,1 mm	14,1±10,7 mm	18,9±9,2 mm	11,9±10 mm
W_{n(0,5) Sim ± Δ}	16,3±8,2 mm	22,9±11,1 mm	24,5±9,3 mm	20,4±10,3 mm
W_{n(0,6) Sim ± Δ}	22,1±8,6 mm	31,8±12,1 mm	30,2±9,9 mm	28,9±11,2 mm
W_{n(0,7) Sim ± Δ}	28±9,5 mm	40,5±13,6 mm	35,8±10,6 mm	37,4±12,6 mm
W_{n(0,8) Sim ± Δ}	33,8±10,6 mm	49,4±15,4 mm	41,4±11,7 mm	45,9±14,4 mm
W_{n(0,9) Sim ± Δ}	39,6±11,9 mm	58,2±17,5 mm	47±12,9 mm	54,4±16,4 mm
W_{n(1) Sim ± Δ}	45,5±13,4 mm	67±19,8 mm	52,6±14,3 mm	62,9±18,6 mm

	CIRSOC 201-82	CEB FIP-90	ACI 318-02	EC-2
% de la sobrecarga permanente "p" (100*kp)	valores de la tolerancia "Δ" como % de "w_{n(kp) Sim}" en función del % de sobrecarga permanente "p" (100*Δ_{(kp) / w_{n(kp) Sim})}			
0	90,1%	73%	333%	67%
10	146,7%	111%	523%	96%
20	785,3%	360%	129%	229%
30	183,5%	203%	70%	301%
40	77,4%	76%	48%	84%
50	50,2%	48%	38%	51%
60	39%	38%	33%	39%
70	33,9%	34%	30%	34%
80	31,4%	32%	28%	32%
90	30%	30%	27%	30%
100	29,4%	30%	27%	30%
promedio de los valores de la tolerancia "Δ" como % de "w_{n(kp) Sim}"				
% V promedio	136%	94%	116%	90%
δL_{total(kp)}	valores del acortamiento longitudinal total "δL_{total(kp)}" de acuerdo a la reglamentación respectiva			
δL_{total(0)}	15 mm	19,6 mm	16,6 mm	19,9 mm
δL_{total(0,1)}	15,1 mm	19,7 mm	16,7 mm	20 mm
δL_{total(0,2)}	15,1 mm	19,8 mm	16,7 mm	20,2 mm
δL_{total(0,3)}	15,2 mm	19,9 mm	16,8 mm	20,3 mm
δL_{total(0,4)}	15,2 mm	20,1 mm	16,9 mm	20,4 mm
δL_{total(0,5)}	15,3 mm	20,2 mm	16,9 mm	20,5 mm
δL_{total(0,6)}	15,4 mm	20,3 mm	17 mm	20,7 mm
δL_{total(0,7)}	15,4 mm	20,4 mm	17,1 mm	20,8 mm
δL_{total(0,8)}	15,5 mm	20,6 mm	17,1 mm	20,9 mm
δL_{total(0,9)}	15,5 mm	20,7 mm	17,2 mm	21 mm
δL_{total(1)}	15,6 mm	20,8 mm	17,3 mm	21,1 mm
δL_{total(kp) Sim ± Δ}	valores del acortamiento longitudinal total ± Δ "δL_{total(kp) Sim ± Δ" de acuerdo a la reglamentación respectiva}			
δL_{total(0) Sim ± Δ}	15±3,3 mm	19,6±4,5 mm	16,7±3,3 mm	19,9±4,6 mm
δL_{total(0,1) Sim ± Δ}	15,1±3,3 mm	19,7±4,6 mm	16,7±3,4 mm	20,1±4,6 mm
δL_{total(0,2) Sim ± Δ}	15,2±3,4 mm	19,8±4,6 mm	16,8±3,4 mm	20,2±4,7 mm
δL_{total(0,3) Sim ± Δ}	15,2±3,4 mm	20±4,7 mm	16,9±3,4 mm	20,3±4,8 mm
δL_{total(0,4) Sim ± Δ}	15,3±3,4 mm	20,1±4,8 mm	16,9±3,5 mm	20,4±4,8 mm
δL_{total(0,5) Sim ± Δ}	15,4±3,5 mm	20,2±4,9 mm	17±3,5 mm	20,6±4,9 mm
δL_{total(0,6) Sim ± Δ}	15,4±3,5 mm	20,3±4,9 mm	17,1±3,5 mm	20,7±5 mm
δL_{total(0,7) Sim ± Δ}	15,5±3,5 mm	20,5±5 mm	17,1±3,6 mm	20,8±5 mm
δL_{total(0,8) Sim ± Δ}	15,5±3,6 mm	20,6±5 mm	17,2±3,6 mm	20,9±5,1 mm
δL_{total(0,9) Sim ± Δ}	15,6±3,6 mm	20,7±5,1 mm	17,3±3,6 mm	21,1±5,2 mm
δL_{total(1) Sim ± Δ}	15,7±3,6 mm	20,9±5,2 mm	17,3±3,7 mm	21,2±5,2 mm

	CIRSOC 201-82	CEB FIP-90	ACI 318-02	EC-2
% de la sobrecarga permanente "p" (100*kp)	valores de la tolerancia "Δ" como % de "δL_{total(kp) Sim}" en función del % de sobrecarga permanente "p" (100*Δ_(kp)/ δL_{total (kp) Sim})			
0	22%	23%	20%	23%
10	22%	23%	20%	23%
20	22%	24%	20%	23%
30	22%	24%	20%	24%
40	22%	24%	20%	24%
50	23%	24%	20%	24%
60	23%	24%	21%	24%
70	23%	25%	21%	24%
80	23%	25%	21%	25%
90	23%	25%	21%	25%
100	23%	25%	21%	25%
promedio de los valores de la tolerancia "Δ" como % de "δL_{total(kp) Sim}"				
% V_{promedio}	23%	24%	21%	24%
Δφ₃₆₅/Δφ	78%	76%	77%	76%
ε_{s20}/ε_s	18%	11%	27%	15%
Δφ/E	57*10 ⁻⁶ /MPa	89*10 ⁻⁶ /MPa	56*10 ⁻⁶ /MPa	85*10 ⁻⁶ /MPa
E/E_{CIRSOC 201-82}	1	0,97	0,74	0,96

Capítulo 4

ACOTACIONES, CONCLUSIONES Y PERSPECTIVA.

4.1. Acotaciones y conclusiones.

Las presentes conclusiones se parametrizarán en cada caso respecto a las metodologías expuestas en el Capítulo 3 y al respectivo elemento analizado.

Se recuerda que se interpreta como tolerancia (Δ), según corresponda de la deflexión o del acortamiento longitudinal, al rango en mas o en menos respecto del valor medio analizado, que permite asegurar que el mismo tiene un determinado porcentaje de confianza (en este caso se ha adoptado 90%) de caer dentro de esta banda (por ej.: valor medio de la deflexión - Δ y valor medio de la deflexión + Δ).

4.1.1. Viga de sección transversal tipo T de H°A°.

4.1.1.1. Algunas diferencias de resultados entre los distintos Códigos empleados.

Conforme se indicara en el capítulo 1, no es el espíritu de este trabajo realizar una calificación comparativa entre los diversos Códigos utilizados, si bien en algún pasaje del mismo se lo termina haciendo, sino mostrar los resultados obtenidos por su utilización desde un enfoque probabilístico:

- Tolerancia (Δ) de la deflexión de acuerdo a los diferentes Códigos analizados.

Para la sección Tipo T de H° A°, Tabla 3.3, se visualiza que la tolerancia promedio evaluada como un porcentaje de la deflexión total a tiempo ∞

($\%V_{\text{promedio}}$) es del orden del 12% para el reglamento CIRSOC 201-82, del 20% para el CEB FIP-90, del 16% para el ACI 318-02, en tanto para el EC-2 ronda el 26%. Siendo estos valores de la tolerancia (Δ) del orden de los que se estiman usualmente (Ferguson [11], cap. 8.5, pág. 256 y Leonhardt [17], Tomo IV, pág. 70 y 75).

No obstante, se aprecia en el caso analizado de la viga de Hormigón Postesado, que dicha conclusión no se cumple y se estima que tampoco se cumpla en caso de que la deflexión cambie de signo en el transcurso del historial de carga del elemento analizado.

- Impacto sobre el valor de la tolerancia (Δ) del porcentaje de permanencia de la sobrecarga en el tiempo.

Como se observa en la Tabla 3.3. el porcentaje de sobrecarga permanente ($100 \cdot k_p$) afecta en diferente grado, de acuerdo al código utilizado, al cociente entre la tolerancia y el valor medio ($\%V$). Por ejemplo, este cociente (expresado porcentualmente) varía en mayor medida en los modelos utilizados por el ACI 318-02 y por el CEB FIP-90 originando valores que oscilan entre 12% a 19% (7%) para el primero y entre 17% a 23% (6%) para el segundo.

En tanto, para el resto de los modelos analizados dicho cociente porcentual oscila entre 13% a 12% (1%) para el CIRSOC 201-82 y entre 25% a 27% (2%) para el EC-2.

Además, se observa que las tolerancias son mayores cuando la sobrecarga actúa permanentemente, ($k_p = 1$), que las obtenidas solo para peso propio ($k_p = 0$).

Incluso en estos casos, debe estar perfectamente identificado el rango de porcentaje referido a la deflexión para cada código, pues sus valores medios discrepan hasta en un 50%. En todos los casos es más recomendable determinar la tolerancia (Δ) mediante el producto entre el desvío tipo del valor analizado (σ) y la variable tipificada correspondiente (Z).

4.1.1.2. Algunos comentarios sobre la influencia que tiene la permanencia de la sobrecarga según los distintos Códigos empleados.

El elemento en estudio se encuentra solicitado por el siguiente estado de carga,

$$q=g+p$$

siendo,

$g = 26 \text{ kN/m}$	carga permanente
$p = 50 \text{ kN/m}$	sobrecarga
$p/g = 192 \%$	relación sobrecarga/carga permanente
$p/q = 66 \%$	relación sobrecarga/ carga total

Dado que se está analizando la variación de la deflexión producida por las cargas en el tiempo (deformaciones diferidas), además de la carga total “q” que produce deformación instantánea, lo importante es la fracción de dicha carga que produce deformación diferida, o sea, la carga sostenida en un periodo de tiempo igual o superior al 50% del periodo de referencia o vida útil estructural (carga cuasi-permanente) ($g+kp*p$).

Para valuar el porcentaje de la sobrecarga sostenida en el tiempo se define el coeficiente “kp”.

Dicho porcentaje de sobrecarga permanente en el tiempo variará según el destino estructural del elemento en estudio (por ejemplo: el caso de una viga para vivienda o caso contrario para depósito de materiales).

Como se expusiera en el punto anterior (Tabla 3.3.), la mayor variación de la tolerancia como porcentaje de " $W_{n(kp)}$ Sim" al variar “kp” entre 0 y 1 la experimentan los modelos utilizados en el ACI 318-02 - Método alternativo y en el CEB FIP-90 (7% y 6%). En tanto, para el resto de los modelos analizados dicha variación es menor ($\approx 2\%$).

No obstante, como era de esperar (Tabla 3.3.), al variar “kp” entre 0 y 1 también se observa un incremento en el valor de la deflexión. Si no se pudiera definir en forma concreta “kp” se tendrá otra fuente de incertidumbre para el cálculo de la deflexión en el tiempo, “dilema del soporte para el canario”.

A su vez, para el caso analizado, después de 25 años de carga la deflexión para “kp” = 0.50 es del orden de 25 mm..

4.1.1.3. Otras conclusiones adicionales.

En el transcurso del presente trabajo surgieron ciertas conclusiones adicionales que se comentaran a continuación:

- En principio, Tabla 3.3., se cumple la premisa supuesta de que la tolerancia (Δ) es un porcentaje del valor medio de la deflexión ($W_{n(kp) Sim}$) que ronda entre 20% al 30%.
- Al año de cargar el elemento analizado, Tabla 3.3., la evolución del coeficiente de deformación diferida a tiempo ∞ ($\Delta\phi$) es similar para todos los modelos y su valor ronda el 77 % del valor a tiempo ∞ ¹⁶.
- También es interesante destacar que para un mismo elemento analizado, Tabla 3.3., la relación “ $\Delta\phi/E$ ” es similar en todos los modelos¹⁷ y se encuentra en el orden de $78*10^{-6} MPa^{-1}$ a $92*10^{-6} MPa^{-1}$, por lo que se concluye que “ $\Delta\phi$ ”, está íntimamente relacionado con “E” (según el Código analizado).
- Para los Códigos ACI 318-02 y EC-2 la adopción de una tolerancia del orden del 20% para los valores del módulo de elasticidad del hormigón (E) y del 30% para los valores del módulo de rotura (f_r) no repercuten de manera significativa sobre la deflexión ($W_{n(kp) Sim}$), ni sobre su respectiva tolerancia (Δ).¹⁸
- En la Tabla 3.3 se observa que la evolución a 28 días de la deformación por contracción de fraguado (ϵ_{s28}) es del orden del 22% de la experimentada a tiempo ∞ excepto para el modelo del CEB FIP-90 que es del orden del 15% y para el modelo del ACI 318-02 que es del orden del 38%, por lo que se duda de la representatividad cierta de estos valores para los cementos nacionales.

¹⁶ Anexo 4 - Archivo 3.

¹⁷ Anexo 4 - Archivo 3., pág. 16.

¹⁸ Anexo 4 - Archivo 10.

- Recordando que el modelo del ACI 318-02 utiliza un coeficiente corrector menor a la unidad “ k_r ” que contempla la existencia de armadura comprimida y la variación en altura del eje neutro con el tiempo, que reduce “ $\Delta\phi$ ”, se concluye que los mayores valores de la deflexión ($w_{n(kp)}$) en dicho modelo muy probablemente se deban a que utiliza los menores valores del momento de inercia (I_e) y del módulo de elasticidad (E).
- El método de análisis que aquí se plantea para estimar la deflexión total a tiempo ∞ ($w_{n(kp) \text{ Sim}}$) ocasionada por problemas viscoelásticos en estructuras de hormigón armado permitirá visualizar su rango de variación en función de un determinado porcentaje de confianza adoptado (en este caso se ha adoptado 90%).
- Variables aleatorias que influyen de manera significativa.

Para los casos analizados, la superposición de los efectos de la dispersión de las distintas variables estando estas distribuidas normalmente, y siendo suficiente una combinación lineal, pueden ser tenida en cuenta al determinar el desvío tipo total (σ) como un vector cuyo módulo es igual a la raíz cuadrada positiva de la sumatoria de los cuadrados de los desvíos tipo de las variables intervinientes (σ_i^2) y la misma puede ser representada gráficamente según el Teorema de Pitágoras.

O sea, si se ordenan los distintos valores de “ σ_i^2 ” según su magnitud, de mayor a menor, será claro que el valor de la sumatoria de los mismos apenas estará influenciado por los valores de “ σ_i^2 ” pequeños.

De lo expuesto anteriormente se visualiza que al determinar el desvío tipo total (σ) este último no es influenciado de manera importante por los desvíos tipo (σ_i) menores tendiendo el valor del desvío tipo (σ_i) mayor al desvío tipo total (σ)¹⁹.

De esto último se deduce que los esfuerzos a realizar para determinar las variables aleatorias que influyen de manera significativa se deberán concentrar en las influencias más esenciales, o sea, las que posean mayor valor de desvío tipo (σ_i).

Del análisis de la deflexión total a tiempo ∞ mediante Simulación Matemática Probabilística ($w_{n(kp) \text{ Sim}}$) se visualiza que la influencia de la dispersión del

¹⁹ Anexo 4 - Archivo 6.

coeficiente de contracción de fraguado (ε_s) no repercute de manera importante sobre el desvío tipo de la deflexión total a tiempo ∞ ($W_{n(kp) Sim}$) dado que su desvío tipo (σ_{ε_s}) es por demás muy pequeño respecto a la unidad, en el orden de $9 \cdot 10^{-5}$, lo que indica que su influencia sobre el desvío tipo de la deflexión total a tiempo ∞ ($W_{n(kp) Sim}$) será muy pequeña.

De lo anterior expuesto se deduce, para las 2 vigas analizadas, que las variables aleatorias básicas, o prioritarias, que afectan en mayor medida a la dispersión de la deflexión calculada mediante los modelos utilizados por las diferentes reglamentaciones analizadas son²⁰:

Módulo de elasticidad del acero.

Resistencia media a compresión del hormigón.

Resistencia del acero del refuerzo y/o elemento tensor.

Coefficiente de deformación diferida.

Longitud entre apoyos, o luz de la viga.

Esfuerzo de tesado.

4.1.2. Viga de sección transversal tipo T de H° Postesado.

4.1.2.1. Algunas diferencias de resultados entre los distintos Códigos empleados.

Conforme se indicara en el capítulo 1, no es el espíritu de este trabajo realizar una calificación comparativa entre los diversos Códigos utilizados, si bien en algún pasaje del mismo se lo termina haciendo, sino mostrar los resultados obtenidos por su utilización desde un enfoque probabilístico:

- Tolerancia (Δ) de la deflexión de acuerdo a los diferentes Códigos empleados.

²⁰ Anexo 4 - Archivo 6., pág. 12.

Para la sección Tipo T de H° Postesado, Tabla 3.4, se observa que la tolerancia promedio evaluada como un porcentaje de la deflexión total a tiempo ∞ ($\%V_{\text{promedio}}$) es del orden del 140% para el reglamento CIRSOC 201-82, del 90% para los reglamentos CEB FIP-90 y EC-02, en tanto para el ACI 318-02 ronda el 120%. Siendo estos valores de la tolerancia (Δ) muy elevados respecto de los que se estiman usualmente (Ferguson [11], cap. 8.5, pág. 256 y Leonhardt [17], Tomo IV, pág. 70 y 75).

- Tolerancia (Δ) del acortamiento longitudinal de acuerdo a los diferentes Códigos empleados.

Para la sección Tipo T de H° P°, Tabla 3.4, se observa que la tolerancia promedio evaluada como un porcentaje del acortamiento longitudinal total después del tesado a tiempo ∞ ($\%V_{\text{promedio}}$) es del orden del 23% para el reglamento CIRSOC 201-82, del 24% para los reglamentos CEB FIP-90 y EC-02, en tanto para el ACI 318-02 ronda el 21%. Sufriendo todos estos valores una variación al variar “kp” entre 0 y 1 de aproximadamente $\pm 1\%$.

4.1.2.2. Algunos comentarios sobre la influencia que tiene la permanencia de la sobrecarga.

Dado que se está analizando la variación de la deflexión producida por las cargas en el tiempo (deformaciones diferidas), además de la carga total ($q-p_{\text{eq}(kp)}$) que produce deformación instantánea, lo importante es la fracción de dicha carga que produce deformación diferida, o sea, la carga sostenida en un periodo de tiempo igual o superior al 50% del periodo de referencia o vida útil estructural (carga cuasi-permanente) ($-p_{\text{eq}(kp)}+g+kp*p$).

Para valuar el porcentaje de la sobrecarga sostenida en el tiempo se utiliza el coeficiente “kp”.

Dicho porcentaje de sobrecarga permanente en el tiempo variará según el destino estructural del elemento en estudio (por ejemplo: el caso de una viga para vivienda o caso contrario para depósito de materiales).

- Impacto del porcentaje de permanencia de la sobrecarga en el tiempo.

Debido a que la pérdida de tensión en el tesado ($\sigma_{z\phi r}$) es influenciada por el estado de carga existente, y persistente en el tiempo, al variar el coeficiente “ k_p ” varía también “ P_{inf} ”, y con él, la carga ficticia equivalente (p_{eq}) originando una variación del estado de carga que no es función lineal de “ k_p ”²¹.

Como se puede apreciar en la Tabla 3.4. si se hubiese determinado la deflexión considerando que la sobrecarga (p) actúa en su totalidad a lo largo de la vida del elemento en estudio ($k_p=1$) y en realidad la misma actúa de manera momentánea ($k_p=0$) esto último originaría la incertidumbre de haber estimado una deflexión positiva cuando en realidad la misma será negativa.

Cabe destacar para este caso que el estado de carga que ocasiona que el valor de la deflexión total a tiempo ∞ ($w_{n(kp)}$) pase de valor negativo a positivo es aproximadamente el estado de carga para el cual el valor de “ k_p ” está comprendido entre 0.10 a 0.30²².

No obstante, como era de esperar, al variar “ k_p ” entre 0 y 1 también se observa un incremento en el valor de la deflexión, y si no se pudiera definir en forma concreta “ k_p ” se tendrá otra fuente de variación del valor de la deflexión en el tiempo, “dilema del soporte para el canario”.

A su vez, para este elemento estructural, no se puede asegurar que la mayor deflexión se produce para “ k_p ” = 1 dado que hay un cambio de sentido en la misma para “ k_p ” = 0.

4.1.2.3. Otras conclusiones y comentarios particulares

- Precisión en el valor del esfuerzo de tesado.

²¹ Anexo 4 - Archivo 4., pág. 8 a 9.

²² Anexo 4 - Archivos 6 a 9.

Se observa que no repercute de manera significativa sobre los valores de la deflexión total a tiempo ∞ “ $w_{n(kp)} Sim$ ”, del alargamiento total a tiempo ∞ “ $\delta L_{total(kp)} Sim$ ” ni de sus tolerancias (Δ)²³ el hecho de reemplazar el esfuerzo de tesado (P_0) por su valor en función del alargamiento “ Δl_{tensor} ” que experimenta el tensor de longitud “ L_{tensor_equiv} ” al tesarlo, y con lectura mínima de dicho alargamiento de ± 1 mm., (o sea, 0.0036% del largo del elemento tensor²⁴) por lo que se concluye que dicha precisión en la medición del alargamiento del tensor al tesarlo es por demás suficiente.

- En principio no se cumple la premisa supuesta de que la tolerancia (Δ) es un porcentaje del valor medio de la deflexión ($w_{n(kp)} Sim$) que ronda entre 20% al 30%.
- Al año de cargar el elemento analizado, Tabla 3.4., el porcentaje de evolución del coeficiente de deformación diferida a tiempo ∞ ($\Delta\phi$) es similar para todos los modelos y su valor ronda el 77 % del valor a tiempo ∞ ²⁵.
- También, exceptuando a los modelos del CIRSOC 201-82 y ACI 318-02, es interesante destacar que para un mismo elemento analizado (Tabla 3.4.) la relación “ $\Delta\phi/E$ ” es similar en los demás modelos y se encuentra en el orden de $85 \cdot 10^{-6} MPa^{-1}$ y $89 \cdot 10^{-6} MPa^{-1}$ ²⁶, por lo que se concluye que “ $\Delta\phi$ ” está íntimamente relacionado con “ E ” (según el Código analizado). Es interesante destacar que del análisis de la base de datos consultada por Landsberger ([16], cap. 6, pág. 327), sobre probetas de laboratorio, dicha relación es del orden de un 50% mayor.

²³ Anexo 4 - Archivo 6., pág. 10 a 11.

²⁴ Anexo 4 - Archivo 4., pág. 16.

²⁵ Anexo 4 - Archivo 3.

²⁶ Anexo 4 - Archivo 4., pág. 15.

- Se estima que la disparidad presente en la relación “ $\Delta\phi/E$ ” de los modelos utilizados por el CIRSOC 201-82 y el ACI 318-02, cuyos valores son del orden de $57 \cdot 10^{-6} \text{ MPa}^{-1}$ y $56 \cdot 10^{-6} \text{ MPa}^{-1}$ respectivamente, se deba a que los mismos contemplan la influencia de la consistencia del hormigón.
- En la Tabla 3.4 se observa que la evolución a 20 días de la deformación por contracción de fraguado (ϵ_{s20}) es del orden del 15% de la experimentada a tiempo ∞ , excepto para los modelos del CEB FIP-90 y ACI 318-02 cuyos valores son del orden de 11% y 27%, por lo que se duda de la representatividad cierta de estos valores para los cementos nacionales.
- Cabe señalar que para una misma resistencia de hormigón el módulo de elasticidad secante difiere entre las diferentes normativas evaluadas entre un 3% a un 26% en menos²⁷ respecto del adoptado por el CIRSOC 201-82 lo que a priori implicaría que los elementos analizados bajo dichas normativas se comporten de manera más flexible, mayores valores de “ $w_{n(kp)}$ ”, pero por lo que se puede observar en la Tabla 3.4 dicha suposición no es tan real, o por lo menos en los porcentajes de variación del módulo de elasticidad secante.
- Dependiendo de la reglamentación evaluada, la variación del módulo de elasticidad secante respecto al valor medido en laboratorio ronda entre un 12% a un 35% en menos, y el beneficio del uso de aditivos superfluidificantes de gran espectro como agentes reductores de agua eleva el módulo de elasticidad entre un 25% a un 40%, Velenik Velleni, *et al.*, [29], por lo que se concluye que su empleo resultará beneficioso para reducir la deformación diferida y la deflexión entre un 20 % a un 30%.
- De acuerdo al tipo de sección analizada se observa una disparidad del momento de fisuración, entre el valor reglamentario y el determinado por

²⁷ Tabla 3.4.

semejanza experimental, por ej.: para el EC-2 el valor reglamentario es aproximadamente un 33 % menor, mientras que para el ACI 318-02 es aproximadamente un 7% mayor, Velenik Velleni [30].

4.2. Conclusiones generales

- Es importante definir en forma concreta “kp”, dado que sino se tendrá otra fuente de variación del valor analizado en el tiempo.
- De todo lo anterior expuesto se observa que el método de análisis aquí planteado para estimar la deflexión total a tiempo ∞ ($w_{n(kp)} \text{ Sim}$) y el acortamiento longitudinal total a tiempo ∞ ($\delta L_{\text{total}(kp)} \text{ Sim}$) ocasionados por problemas viscoelásticos en estructuras de hormigón armado, si bien no proporciona una mayor perfección en la estimación de los mismos, permite visualizar su rango de dispersión y, para ciertos estados de carga, visualizar que la tolerancia usualmente estimada a priori para la deflexión, $\pm 20\%$ al 30% respecto al valor medio, no es tal²⁸.
- Del análisis efectuado se visualiza que es más racional especificar la tolerancia (Δ) respecto al desvío tipo (σ) del valor analizado y a un determinado porcentaje de confianza (q) adoptado en vez de la comúnmente empleada como porcentaje del valor medio (μ).

4.3. Líneas de investigación futuras.

1. Estudio del porcentaje de sobrecarga que actúa de forma cuasi-permanente según los diferentes destinos estructurales.

²⁸ Tabla 3.4.

2. Se considera de importancia evaluar la propuesta aquí planteada sobre especímenes a escala natural ejecutados con hormigones de alta resistencia, superiores a 70 MPa., y diferentes cuantías de acero, así como en especímenes con aceros de dureza mecánica evaluando la variabilidad de la deflexión respecto al uso del acero de dureza natural.
3. Evaluación de los beneficios del empleo de aditivos superfluidificantes de gran espectro como reductores de agua en hormigones efectuados con cemento Portland nacional sobre las deformaciones diferidas de elementos estructurales.
4. Evaluación de los beneficios del empleo de aditivos reductores de la contracción de fraguado y de saponas en hormigones efectuados con cemento Portland nacional en el control de la contracción de fraguado de elementos estructurales.
5. Estudio de los beneficios de suspender durante un lapso de tiempo determinado el fraguado del cemento en hormigones efectuados con cemento Portland nacional sobre el control de la contracción de fraguado y deformación diferida de elementos estructurales.

Anexo 1

INTRODUCCIÓN A LA SIMULACIÓN EN COMPUTADORAS.

A1.1. Definición de simulación en computadoras.

Ninguna parte substancial del universo es tan simple como para que se la interprete y controle sin abstracción.

La misma consiste en reemplazar la parte del universo bajo consideración, por un modelo de estructura similar, pero más simple.

Los modelos constituyen una necesidad central del procedimiento científico.

Se define al modelo científico como una abstracción de algún sistema real, que tiene la posibilidad de emplearse para propósitos de predicción y control.

Numerosas disciplinas científicas optan por usar la palabra simulación para describir el arte de la construcción de modelos.

Si bien la palabra simulación se la aplica a las diversas formas de construcción de modelos, tiene ahora un significado específico en las ciencias físicas y en las del comportamiento.

Según Shubik [28] la simulación es, esencialmente, una técnica que enseña a construir el modelo de una situación real aunada a la realización de experimentos con el modelo.

En la década del 50 con el advenimiento de la computadora de gran velocidad la simulación tomó otro significado más, ya que con ayuda de la misma surgió la posibilidad de experimentar modelos matemáticos que describen el problema analizado.

Al crearse la simulación en computadoras surgieron incontables aplicaciones, y con ello, un número mayor de problemas teóricos y prácticos.

Un experimento de simulación en computadora consiste en una serie de corridas en la computadora en las cuales se prueba, empíricamente (con el empleo de datos de simulación), los efectos de niveles alternativos de los factores sobre los valores de las variables endógenas existentes.

El uso moderno de la palabra “Simulación” se remonta a fines de 1940, cuando Fermi, von Neumann y Ulam acuñaron el término "análisis Monte Carlo" para aplicarlo a una técnica matemática que usaban entonces para resolver ciertos problemas de protección nuclear que eran, o demasiado costosos para resolverse experimentalmente o demasiado complicados para ser tratados analíticamente (Coss Bú [7], pág. 11).

Lo denominaron así por su clara analogía con los juegos de ruleta de los casinos, el más célebre de los cuales es el de Monte Carlo, casino cuya construcción fue propuesta en 1856 por el príncipe Carlos III de Mónaco, siendo inaugurado en 1861.

En este caso, el análisis Monte Carlo involucraba la solución de un problema matemático no probabilístico, mediante la simulación de un proceso estocástico cuyas distribuciones de probabilidad satisfacen las relaciones matemáticas del problema no probabilístico.

Por otro lado, Hammersley, *et al.*, [12] expresa que el análisis Monte Carlo es una técnica de simulación para problemas que tienen una base estocástica o probabilística.

A1.2. Definición de Simulación Matemática Probabilística mediante el Método Monte Carlo.

Por todo lo anterior expuesto, se define a la Simulación Matemática Probabilística como una técnica numérica empleada para realizar modelos computacionales basándose en ciertos tipos de hipótesis lógicas y formulaciones matemáticas, que se debe preferir, sólo si su eficiencia relativa al proporcionar soluciones numéricas resulta ser superior a la de otras técnicas.

Todos los métodos de Simulación Probabilística se fundamentan en la hipótesis de que las variables que emplean dichos modelos al ser comparadas como pares, o como conjunto, muestran covarianzas muy bajas, es decir, que no presentan correlación entre ellas y que por lo tanto son independientes entre sí.

El método Monte Carlo no es la excepción y por ello se debe manejarlo con sumo cuidado, para evitar evaluaciones de fiabilidad que pudiesen sobrestimar en

perjuicio del análisis, lo cual ocurre a menudo cuando no se contempla la ejecución del análisis previo de posible correlación entre las variables empleadas.

Para este tipo de análisis se emplea la matriz de correlación.

La imperiosa necesidad de entender cabalmente la respuesta de los modelos probabilísticos derivados de los procesos de Simulación Monte Carlo, obliga a evaluar personalmente las respuestas de pronóstico y las distribuciones asumidas para los parámetros que constituyen los datos de alimentación del modelo.

Si la respuesta del modelo, por más sofisticación probabilística que se le asigne, no es parecida a la respuesta que dan los instrumentos de medición instalados en la estructura analizada, algo anda mal y el modelo original se lo debe revisar.

A1.3. Método Monte Carlo.

El método Monte Carlo es una herramienta de investigación y planeamiento, básicamente es una técnica de muestreo artificial, que se empleará para operar numéricamente sistemas complejos que tengan componentes aleatorios.

La importancia actual del método Monte Carlo se basa en la existencia de problemas que tienen difícil solución por métodos exclusivamente analíticos o numéricos, pero que dependen de factores aleatorios o que se puede asociar a un modelo probabilístico artificial (resolución de integrales de muchas variables, minimización de funciones, etc.).

Gracias a la constante evolución de las computadoras en lo referente a su capacidad de procesamiento de información cálculos por el método Monte Carlo, que hace tan solo unos años hubieran sido inconcebibles, hoy en día se presentan como accesibles para la resolución de ciertos problemas.

En este método el error $\cong \frac{1}{\sqrt{N}}$, donde “N” es el número de eventos o pruebas y, por lo tanto, ganar una cifra decimal en la precisión implica aumentar “N” en 100 veces.

La base de este método es la generación de números aleatorios, los cuales servirán para calcular probabilidades.

A la hora de utilizar este método la primera dificultad que se presentará es conseguir un buen generador de estos números, así como un conjunto estadístico adecuado sobre el cual trabajar.

El uso del método Monte Carlo consiste en:

1. Identificar el experimento o sistema a simular.
2. Identificar el espacio muestral y definir la variable aleatoria.
3. Definir la función de probabilidad.
4. Construir la función acumulada de probabilidad.
5. Calcular o construir la tabla de la transformación inversa de la función acumulada de probabilidad. La transformación inversa utiliza la función acumulada de probabilidad de la variable aleatoria que se va a simular. Puesto que la función acumulada está definida en el intervalo $(0,1)$, se puede generar un número aleatorio uniforme en $(0,1)$ con la función “rnd(x)”, y tratar de determinar el valor de la variable aleatoria para la cual su distribución acumulada es igual al valor de “rnd(x)”.
6. Generar un número aleatorio y ubicarlo en la tabla de transformada inversa para simular un valor específico de la variable aleatoria.

En general, un modelo de simulación requiere de:

1. La definición del sistema con sus variables, parámetros, funciones de probabilidad, relaciones funcionales y medidas de efectividad.
2. La definición del estado del sistema, es decir, el establecimiento de las condiciones iniciales de operación.
3. La identificación de los posibles estados del sistema y sus componentes que pueden ocurrir.
4. La previsión de los posibles eventos que pueden cambiar el estado del sistema y de sus componentes.
5. Procedimientos para la generación aleatoria de los diversos eventos.
6. Las relaciones lógicas que enlazaran transiciones de estado que son generadas por los diversos eventos que ocurren.

Para ello se realizarán diversas simulaciones donde, en cada una de ellas, se generarán valores aleatorios para el conjunto de variables de entrada y parámetros del modelo que están sujetos a incertidumbre.

Tales valores aleatorios generados siguen distribuciones de probabilidades específicas que se deben identificar o estimar previamente.

El conjunto de resultados producidos a lo largo de todas las simulaciones se podrá analizar estadísticamente y proveer resultados en términos de probabilidad, Puppo [23].

Esas informaciones serán útiles en la evaluación de la dispersión total de las apreciaciones del modelo, causado por el efecto combinado de las incertidumbres de los datos de entrada y en la evaluación sobre los diversos niveles de probabilidad esperados, Puppo [25].

En lo que se refiere al uso de la computadora, se puede asegurar que el procedimiento a desarrollar requerirá de técnicas simples para obtener una visión clara de la variabilidad y de la utilidad de los proyectos bajo análisis.

El método Monte Carlo es una técnica numérica para calcular probabilidades y otras cantidades relacionadas utilizando secuencias de números aleatorios.

Formalmente un cálculo Monte Carlo no es otra cosa que una integración.

En general, para integrales unidimensionales se puede usar otros métodos numéricos más optimizados, sin embargo, es muy útil para integraciones multidimensionales.

A1.4. Números aleatorios o números a generar.

El problema reside en que los números que generan las computadoras no son completamente aleatorios, debido a que responden a la aplicación de un algoritmo determinístico, el cual, podría generar ciclos repetitivos en algún momento y en el caso que tales ciclos se generen, resultaría fácil observar el proceso para saber cuál número resultará seleccionado en un momento dado, lo cual invalidaría el proceso.

Los números generados por las computadoras reciben el nombre de “pseudoaleatorios”, pues forman corrientes que pueden tener un ciclo de

repetición tan largo que resulta improbable de ser descubierto y que, además, sirven para los cálculos de tipo probabilístico, pues producen respuestas muy similares a las que se obtienen con arduo trabajo empleando ruletas o dados, Puppo [23].

En términos matemáticos se puede decir que el carácter determinístico del algoritmo que genera los números pseudoaleatorios, resulta útil en muchos casos debido a que la longitud de las secuencias que podrían producir resulta difícil que lleguen a igualar al tamaño del número de ensayos requerido.

Es decir, que si se requiere 100.000 ensayos en una simulación resultará difícil que ocurran secuencias cuya longitud resulte menor de 100.000.

A1.4.1. Forma de generar números pseudoaleatorios.

Se pueden agrupar en dos grupos bien conocidos la forma de generar números pseudoaleatorios.

El primero de ellos poco eficiente, en tanto el segundo, tan eficiente como se precise.

El primer grupo sólo se presentará con la finalidad de explicar lo que se refiere al riesgo de obtener secuencias cortas, de manera que se comprenda la necesidad de observar reglas muy precisas para evitarlo.

Antes de proceder a explicar los métodos de generación es indispensable dejar claro el significado de “número semilla” (Seed, en el software Mathcad), pues de no poder contar con uno invariable en todos los intentos de simulación que se apliquen a un mismo problema analizado se podría obtener corrientes diferentes y resultaría imposible hacer comparaciones.

Si se utilizara una fórmula generadora sin número semilla, se obtendrán corrientes diferentes y resultará muy difícil, si no imposible, validar el modelo que se esté analizando.

La primera manera de generar estos números es la que se denomina “Técnica de los dígitos medios de un cuadrado” y se la denomina así por utilizar el juego de dígitos que se ubica en la mitad del número que resulta de elevar al cuadrado el número semilla.

Por ejemplo:

Si el número semilla que se adopta es el “7143” y se utilizan 8 dígitos para representar el cuadrado del número, los resultados obtenidos se los observa en la Tabla A1.1..

Tabla A1.1. Técnica de los dígitos medios de un cuadrado.

7143 ²	51022459	0224
0224 ²	00050176	0501
0501 ²	00251001	2510
2510 ²	06300100	3001
3001 ²	09006001	0060
0060 ²	00003600	0036
0036 ²	00001296	0012
0012 ²	00000144	0001
0001 ²	00000001	0000
		Se repite el 0000

Como se podrá observar en la misma, se trata de una secuencia muy corta que parte del número semilla “7143” y converge hacia cero a las nueve repeticiones.

Por lo tanto, no es útil.

En tanto, si se calculara una secuencia partiendo del número semilla “7144” se encontrará que se logrará producir una corriente de cincuenta números pseudoaleatorios sin que se produzca convergencia o repetición de secuencia, pero no se sabrá que pueda suceder al seguir adelante pues primero se tendrá que realizar los cálculos.

A1.4.2. Condiciones que deben cumplir los números pseudoaleatorios.

Para que puedan servir en los procesos de simulación, los números pseudoaleatorios deben cumplir con tres condiciones muy importantes, a saber:

1. Todos ellos deben estar distribuidos uniformemente entre “0 y 1”.
2. Los números que se generen no deben presentar correlación serial.

3. Deben presentar un ciclo muy largo, que resulte muy superior al tamaño de la muestra que requiera la simulación, o sea, superior al número de repeticiones de la simulación a efectuar.

Los números generados con la “Técnica de los dígitos medios de un cuadrado” no cumplen con las tres condiciones antes señaladas y por ello no son buenos como números aleatorios.

En consecuencia, es preciso emplear otro método de generación.

Cabe señalar que en el caso de los números generados por la “Técnica de los dígitos medios de un cuadrado”, una simple diferencia de una unidad en un número semilla (entre 7143 y 7144) genera dos corrientes diferentes que no cumplen con los tres requisitos exigidos y por lo tanto es un sistema que debe ser descartado para realizar simulaciones con distribución uniforme.

Ahora se planteará otro sistema, el “Sistema de los números aleatorios congruentes”, que sí permite cumplir con los tres requisitos para el cálculo de simulaciones.

En la siguiente demostración se empleará el término “número aleatorio” con el mismo significado de “número pseudoaleatorio”, pero en rigor, el número generado es pseudoaleatorio y no aleatorio por ser determinado con un algoritmo determinístico.

Se empleará la función del software Mathcad, “ $\text{mod}(x,m)$ ”, la cual genera una expresión como la siguiente:

$$\text{mod}(11,3)$$

cuyo significado es,

Si “ m ” es un número entero positivo, llamado módulo, entonces la expresión $\text{mod}(x,m)$ arroja el valor del resto del cociente entre “ x ” y “ m ”.

Ej. 1:

En concordancia con la definición “ $\text{mod}(11,3)$ ” es 2 puesto que 11 dividido 3 es 3 y el resto es 2.

Ej. 2:

En concordancia con la definición “ $\text{mod}(16,4)$ ” es 0 puesto que 16 dividido 4 es 4 y no hay resto.

Ej. 3:

En concordancia con la definición “ $\text{mod}(9,12)$ ” es 9 puesto que 9 dividido 12 no genera un entero, y además 9 es menor que 12, por lo tanto el residuo es 9.

Los algoritmos generadores de números aleatorios congruentes tienen la siguiente forma:

$$Z_{i+1} = \text{mod}(F(Z_i), m) \tag{A1.1}$$

en la que $F(Z_i) = az_i$, o, $F(Z_i) = az_i + c$

Se preferirá una función lineal con término independiente para la expresión de $F(Z_i)$, la cual debe cumplir con algunos requisitos a fin de garantizar que los números que se obtengan cumplan con las tres condiciones enumeradas anteriormente.

Se ha podido comprobar que es posible disponer de un generador de ciclo completo para cualquier módulo “ m ” y semilla “ s ”, sí y sólo sí, el término independiente “ c ” termina en uno de los siguientes dígitos: 1,3,7 ó 9 y el término multiplicador de “ z_i ,” es decir “ a ”, termina en 01, 21, 41, 61 u, 81.

Para el módulo “ m ” resulta mejor emplear un número primo grande.

Se notará que, si bien una computadora moderna de 32 bits puede manejar 31 cifras significativas, al traducirlas a código binario, este número resulta menor que el mayor número primo que se conocía para 1876, el cual tenía 39 cifras y correspondía a $(2^{127}-1)$, por ello los verdaderos avances en la generación de números pseudoaleatorios se han logrado al definir los dígitos terminales de “ a ” y “ c ”, Jouette [15].

El procedimiento para generar un conjunto de números pseudoaleatorios es el siguiente:

1. Se adopta un “número semilla” cualquiera, preferentemente menor a 1000.
2. Se adopta un módulo representado por un número primo grande.
3. Se adopta un coeficiente “ a ” que termine en 1, 3, 5, 7 ó 9.
4. Se adopta un término independiente “ c ” que termine en 01, 21, 41, 61 u, 81.

5. Para determinar el primer número pseudoaleatorio correspondiente a “z₀”, se adopta “z_i” = número semilla y $F(Z_i) = az_i + c$.
6. Se calcula el valor de $\text{mod}(F(Z_i), m)$, o sea, al valor determinado en el paso 5 se lo divide por el módulo “m” y el resto de dicho cociente será igual al primer número pseudoaleatorio cuyo valor estará comprendido entre “0 y 1”.
7. Se utiliza como valor “z₁” el valor obtenido en el paso 6, se lo multiplica por “m” y se procede a calcular el segundo número repitiendo los pasos 5 a 7.
8. Se repite el procedimiento tantas veces como números aleatorios se deseen obtener.

Ej.:

Sea el número semilla = 999; “a” = 241 y “c” = 107.

Se escoge el módulo 32767, número primo grande proveniente de $2^{15}-1$.

Nótese que el valor R_{i+1} de la tabla que se presenta a continuación es el resto del cociente entre $F(Z_i)$ y “m”, resultando siempre comprendido entre “0 y 1”, porque “R_{i+1}” es necesariamente menor que el módulo “m”.

En la tabla siguiente se notará que para encontrar “Z_i” sólo se tendrá que multiplicar “R_{i+1}” por “m”, o lo que es lo mismo, $\text{mod}(F(Z_i), m)m$.

Tabla A1.2. Procedimiento para generar un conjunto de números pseudoaleatorios.

i	z _i	$F(Z_i) = az_i + c$	$m \cdot \text{mod}(F(Z_i), m) = mR_{i+1}$	R _{i+1}
0	999	240866	11497	0.35087130
1	11497	2770884	18456	0.56324961
2	18456	4448003	24458	0.74642170
3	24458	5894485	29192	0.89089632
4	29192	7035379	23241	0.70928067
5	23241	5601188	30798	0.93990905
6	30798	7422425	17083	0.52134769
7	17083	4117110	21235	0.64806054

La tarea realizada manualmente para confeccionar la Tabla A1.2. toma varios minutos, mientras que la misma la realiza la computadora en una fracción de segundo.

La Tabla A1.2. ha permitido calcular los primeros 8 números pseudoaleatorios distribuidos uniformemente que comienzan con el número semilla 999.

Se puede seguir determinando números hasta la cantidad que se desee.

La prueba Chi Cuadrado permite corroborar que los números obtenidos responde a una distribución uniforme, Cabrera [5].

El conjunto de números pseudoaleatorios uniformemente distribuidos los genera la computadora, lo cual se comprueba, por ejemplo con un programa “software” del paquete Office, en la hoja de cálculo Excel cuando se invoca el comando ALEATORIO(), pero es necesario tener en consideración el hecho de que esta función no tiene número semilla y por lo tanto cambia el conjunto de números cada vez que se invoca, por tal motivo no conviene utilizarla en procesos de simulación que requieren de una validación posterior.

Por lo anterior expuesto, se utilizará en el transcurso de este trabajo el programa Mathcad dado que se puede utilizar el número semilla y por lo tanto es más adecuado para realizar estudios por Simulación Monte Carlo.

Por ello, cada vez que se ejecute una nueva simulación del mismo caso, con datos diferentes, la computadora lo realiza con el número semilla estipulado en la vez anterior y ello puede ser constatado cuando se corre el programa.

Los números pseudoaleatorios uniformemente distribuidos son muy útiles para realizar simulaciones por el método Monte Carlo cuando se sabe que la variable se comporta de acuerdo a una distribución uniforme.

Un ejemplo de esto último es la “caminata aleatoria”, en la cual la probabilidad de escoger los caminos a seguir es siempre la misma, Malkawi, *et al.*, [18].

También se los utilizará en el caso del “salto aleatorio”, Hantao [13].

A1.4.3. Números pseudoaleatorios con distribución NORMAL.

Si sólo se dispusiera de números aleatorios uniformemente distribuidos no sería posible emplear el proceso de Simulación Monte Carlo, porque se estaría obligado

a utilizar una distribución de probabilidades que en la mayoría de los casos no se ajustaría a la realidad, dado que seguro muchas variables empleadas en los modelos de simulación probabilística responden a distribuciones que difieren notablemente de la uniforme.

La distribución NORMAL es una de las que más se ajusta a los casos que se estudian, seguida por las distribuciones LOGNORMAL, BETA y GAMMA.

La distribución del VALOR EXTREMO es de suma utilidad cuando se trabaja en Ingeniería Sísmoresistente y en Hidrología.

De igual manera las distribuciones Bernoulli, Poisson y Binomial, aplicables a las variables discretas, Cabrera [5], son muy útiles en las simulaciones que tienen que ver con Ingeniería Vial y con el estudio de terremotos.

El empleo de las distribuciones antes mencionadas producen conjuntos de números pseudoaleatorios que son muy útiles en los modelos de Simulación Monte Carlo y que amplían notablemente las posibilidades de este método de simulación confiriéndole un poder matemático extraordinario.

Quizás, para quienes se inician en el uso de la Simulación Monte Carlo, resulte complejo entender como se puede generar un conjunto de números pseudoaleatorios que responda a una distribución diferente a la uniforme si la primera condición de dicho conjunto es que debe estar uniformemente distribuido entre “0 y 1”, es decir, que cualquier número sorteado debe tener la misma probabilidad de ocurrir.

Con la finalidad de aclarar la duda planteada en el párrafo anterior, se invita a imaginar el caso de tener que ir a un local donde venden conjuntos de números aleatorios y solicitar a la vendedora nos venda uno que represente a una distribución de probabilidades que se ajuste a nuestra necesidad.

Seguramente lo primero que preguntará la vendedora es, ¿Cuál es su necesidad?, y se tendrá que responderle en forma precisa pues de ello depende lo que nos ofrezca.

El primer dato que se tendrá que proporcionarle es el “parámetro de forma de la distribución” y luego los “parámetros de localización y de escala”, pues las distribuciones de probabilidades son como los trajes de vestir, los cuales se definen por su talla, estilo, tipo de tela y color.

Cada distribución de probabilidad (Parzen [22], cap. 6, pág. 265), está perfectamente definida por sus parámetros de escala, forma y localización, con

ellos no se puede confundir una distribución con otra distribución, por lo tanto, el proceso de adquisición depende de que tan claro se defina estos parámetros.

Algunas distribuciones se las definen con sólo dos parámetros y otras necesariamente requieren de tres parámetros.

Por tal motivo se tendrá que consultar al catálogo de productos para saber cuáles parámetros son indispensables para definir correctamente la distribución que se pretende adquirir.

Una vez que se lo sepa, nuestra compra se realizará con éxito.

La distribución Normal no tiene parámetro de forma por ser simétrica, Cabrera [5], por lo que está perfectamente definida por dos parámetros, el de localización y el de escala.

El primero corresponde al “valor medio” y el segundo al “desvío standard”.

Para ser perfectamente claro en el significado de estos parámetros se dirá que el “parámetro de localización” ubica un punto notable de la distribución de forma tal que se puede saber de dónde se parte.

En tanto, el “parámetro de escala”, indicará cuanto se extiende la distribución a partir de su punto de localización y si lo hace hacia un lado o hacia ambos de dicho punto.

En el caso de la distribución Normal la media de la población ubica exactamente la localización de un punto notable de partida, y el desvío standard dice cuanto se desplaza hacia ambos lados de la media la curva simétrica que constituye la función de densidad.

Una vez definidos los parámetros antes indicados, la vendedora del local de distribuciones a quien de ahora en adelante se llamará “la computadora”, procederá velozmente a producir el conjunto de números solicitados, procediendo internamente a realizar las siguientes operaciones:

Primero recuerda que no es posible resolver el problema de generar números aleatorios empleando directamente la función de densidad de la distribución, por cuanto la integral no existe en forma explícita, en consecuencia, deberá utilizar un método indirecto para lograrlo.

Luego procederá a encontrar la función de probabilidad acumulada que corresponde a la distribución Normal, lo cual logra al determinar los valores “z” de las variables tipificadas.

Estas variables vienen en función del desvío estándar y a cada una de ellas le corresponde una frecuencia acumulada.

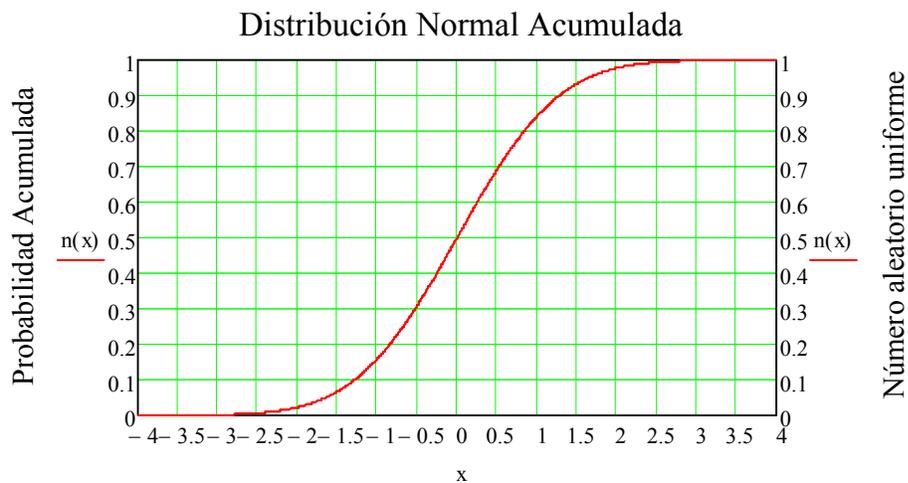
Ahora la computadora plantea la igualdad entre cada número aleatorio obtenido con la distribución uniforme con su igual valor en la ordenada de la curva de distribución Normal de Probabilidad acumulada, para ir obteniendo los valores correspondientes de la variable tipificada en la abscisa.

En resumen, usa como espejo la “Función de Probabilidad Acumulada”, del tipo de función de distribución elegida, para relacionar el valor de cada número aleatorio obtenido con la distribución uniforme con la abscisa de la misma y así ir obteniendo los valores correspondientes de la variable tipificada (Figura A1.1.).

Por ej., se elige un número aleatorio uniforme y luego se entra en la tabla de Distribución Normal Acumulada, con este valor como probabilidad acumulada, se busca la variable tipificada que le corresponde a dicho valor de probabilidad.

Si en el ejemplo anterior el número aleatorio uniforme elegido es 0,50, la variable tipificada Normal correspondiente “Z” es 0,0 y si el número aleatorio uniforme es 0,0968 la variable tipificada Normal correspondiente “Z” es -1,30.

$$n(x) := \text{pnorm}(x, 0, 1)$$



Valores de Z - Número pseudoaleatorio normal
 Figura A1.1. Función de Probabilidad Acumulada.

Con la finalidad de satisfacer al comprador de la distribución, la computadora calcula la media y el desvío standard del conjunto de números aleatorios normales

obtenidos (media y desvío standard de las variables tipificadas) y procede de inmediato a producir el número de conjuntos que le exija el comprador con el tamaño de muestra que se le ha exigido.

Una vez producidos los conjuntos exigidos por el comprador, la computadora promedia los valores muestrales de la media y del desvío standard y le demuestra al comprador que estos promedios difieren en muy poco de “0 y 1” respectivamente, lo cual es un claro indicativo de que se trata de una Distribución Normal.

Como paso final, la computadora adapta los valores comprendidos entre “0 y 1” a los valores de los parámetros exigidos por el comprador, es decir, el valor medio y el desvío standard que suministra el comprador cuando la vendedora se los pide para fabricarle el conjunto respectivo.

Esto quiere decir que transforma las variables tipificadas a variables convencionales con dimensiones.

Estas operaciones son realizadas por la computadora en escasos segundos y por ello se puede decir que es una fábrica de conjuntos de números aleatorios muy eficiente y económica.

El gran interrogante que surge, a esta altura del análisis planteado, es..... ¿Qué tamaño de muestra se elige?.

Todo dependerá de la precisión que se requiera para la respuesta.

Esto se podrá discernir aplicando la “Ley de los Grandes Números”, o sea, la probabilidad como límite de una frecuencia, Puppo [23].

La computadora también puede proceder con un enfoque directo para calcular el conjunto de números aleatorios Normales, empleando para ello un par de ecuaciones que van a dar el mismo resultado que la integral que no es posible calcular por no existir en forma explícita.

Estas ecuaciones son las siguientes:

$$X_1 = \sqrt{-2 \ln r_1} \cos(2\pi r_2) \quad (A1.2)$$

$$X_2 = \sqrt{-2 \ln r_1} \sin(2\pi r_2) \quad (A1.3)$$

Siendo “ r_1 ” y “ r_2 ” dos números aleatorios uniformemente distribuidos y, “ X_1 ” y “ X_2 ”, los desvíos standard de una distribución normal aleatoriamente distribuida.

Este método es conocido como el método polar de Marsaglia.

Si se supone que “ r_1 ” = 0.40; “ r_2 ” = 0.70 y se aplica Marsaglia se obtiene:

$$X_1 = 1.3378$$

$$X_2 = 0.1038$$

Los números “ X_1 ” y “ X_2 ” son los desvíos standard normal que corresponden a “ r_1 ” y “ r_2 ”, los cuales son números aleatorios uniformemente distribuidos.

Al utilizar otro par de números aleatorios uniformemente distribuidos, se obtendrá otro par de desvíos standard normal correspondientes a tales números aleatorios uniformes.

Cualquiera de los dos métodos producirá el mismo efecto y servirá para obtener el conjunto de números aleatorios (pseudoaleatorios) normalmente distribuidos deseado.

El empleo de una distribución incorrecta produce un resultado elegante pero incorrecto, Evans, *et al.*, [10].

Cabe destacar que cada distribución de probabilidades genera un conjunto específico de números pseudoaleatorios y que éstos, y solo éstos, deben ser empleados para realizar las simulaciones, es bien sabido que quien simula debe saber a priori y por experiencia, cual es la distribución que mejor se adapta a los datos que maneja.

A este conocimiento a priori se le denomina conocimiento heurístico, Centeno [6].

Anexo 2

CONCEPTOS DE ESTADISTICA.

A2.1. Concepto de variable aleatoria.

Una variable aleatoria es aquella cuyos valores surgen asignando números a los resultados de un experimento aleatorio.

Dicho experimento es un proceso repetible cuyo resultado no se conoce de antemano.

Las variables aleatorias permiten definir la probabilidad como una función numérica.

Las variables aleatorias, como las estadísticas, pueden ser discretas o continuas, conformen tomen algunos o todos los valores comprendidos en un intervalo.

Las variables discretas surgen de un conteo y son aquellas que pueden tomar solo un número limitado de valores separados y no continuos.

Solo toman un determinado número de valores, porque entre dos valores consecutivos no pueden tomar ningún otro.

En tanto las variables continuas surgen de mediciones efectuadas sobre cada unidad experimental, y pueden tomar infinitos valores intermedios dentro de dos valores consecutivos.

A2.2. Valor medio, o media aritmética.

Es el promedio de los valores analizados.

Se expresa por,

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n} \quad (\text{A2.1})$$

siendo,

X_i valor de cada variable aleatoria discreta.
 n número de variables aleatorias discreta, o tamaño de la población muestral.

A2.3. Varianza muestral.

Esta medida permite identificar la diferencia promedio que hay entre cada uno de los valores respecto al valor medio.

Se expresa por,

$$s^2 = \sum_{i=1}^n \frac{(X_i - \bar{X})^2 f_i}{n-1} \quad (\text{A2.2})$$

$$s^2 [X] = \text{Var} [X] = E \left[(X - E(X))^2 \right] = E [X^2] - E^2 [X] = \frac{\sum_{i=1}^n X_i^2}{n} - \left(\frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n} \right)^2 \quad (\text{A2.3})$$

siendo,

X_i valor de cada variable aleatoria discreta.
 \bar{X} valor medio, o media de las “n” variables aleatorias discretas.
 f_i frecuencia absoluta, o número de veces que se repite la variable.
 n número de variables aleatorias discreta, o tamaño de la población muestral.

En la varianza estimada (σ^2), o sea, para varianza poblacional desconocida y muestras grandes “ $n \geq 30$ ”, “ $n-1$ ” se reemplaza por “ n ”, dado que en variable aleatoria discreta no se está tomando muestras de un conjunto de datos inmenso.

A2.4. Desvío estándar muestral, o desvío tipo.

Es la raíz cuadrada positiva de la varianza, y es la medida que permite evaluar la dispersión. Cuanto más grande es la desviación standard, más dispersos se encuentran los valores de las variables frente a la media, cuanto menor es la desviación standard los valores de la variable están más cerca del valor medio.

Su expresión es la siguiente,

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 f_i}{n-1}} \quad (\text{A2.4})$$

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n X_i^2}{n} - \left(\frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n} \right)^2} \quad (\text{A2.5})$$

A2.5. Medida de dispersión relativa o coeficiente de variación.

Cuando se quiere comparar el grado de dispersión de dos distribuciones que no vienen dadas en las mismas unidades o que las medias no son iguales se utiliza el coeficiente de variación (δ).

El mismo es el cociente entre el desvío standard, o desvío tipo, y el valor absoluto de la media aritmética,

$$\delta = \frac{s}{\bar{X}} \quad (\text{A2.6})$$

El coeficiente de variación (δ) representa el número de veces que el desvío típico contiene a la media aritmética, por lo tanto, cuanto mayor es “ δ ” mayor es la dispersión y menor la representatividad de la media.

A2.6. Función Distribución de Densidad.

Es una función, usualmente denominada “ $f(x)$ ”, que describe la densidad de la probabilidad en cada punto del dominio de tal manera que la probabilidad de que la variable aleatoria tome un valor dentro de un entorno del dominio queda expresado por la integral de la función de densidad sobre dicho entorno.

A2.7. Distribución Normal Standard.

Una variable aleatoria continua (X), que tiene la distribución en forma de campana de Gauss, se denomina Variable Aleatoria Normal.

Para el cálculo de probabilidades se debe realizar una transformación previa de las observaciones de cualquier variable aleatoria normal (X), a un nuevo conjunto de observaciones de una variable aleatoria normal (Z) con media cero y varianza 1.

La distribución de una variable aleatoria normal con media “0” y varianza “1” se denomina distribución Normal standard.

En el software a utilizar, se denomina “ $\text{cnorm}(x)$ ”.

Cálculo de áreas de una distribución normal

Z es el número de desviaciones estándar que x difiere de la media μ :

Si $Z > 0$ entonces x es mayor a la media μ .

Si $Z < 0$ entonces x es menor a la media μ .

Si $Z = 0$ entonces x es igual a la media μ .

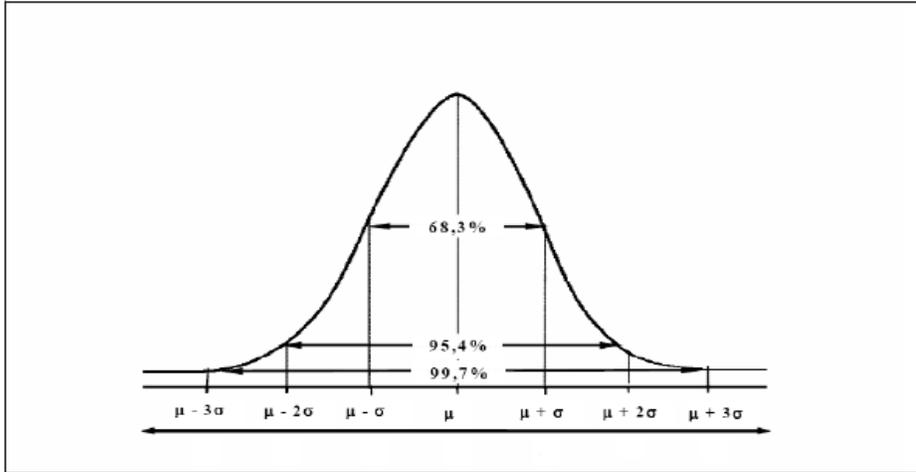


Figura A2.1. Areas de una distribución normal, Cabrera [4].

A2.8. Inferencia Estadística.

La inferencia estadística consiste en aquellos métodos mediante los cuales, partiendo de una muestra de la población, se realizará generalizaciones acerca de la población.

A2.8.1. Estimadores.

Un estimador es una medida estadística que especifica cómo se utilizarán los datos de la muestra para estimar un parámetro desconocido de la población.

Por ej.,

Mediante el promedio muestral (\bar{X}) se estimará la media poblacional (μ), o bien, mediante la varianza muestral (s^2) la varianza poblacional (σ^2).

A2.9. Intervalos de Confianza.

Cuando se obtiene una estimación puntual de un parámetro, es conveniente acompañar dicha estimación por una “medida” de la precisión de la estimación.

Un modo de hacerlo es informando el estimador y su error standard.

Otro modo es reemplazando la estimación puntual por un intervalo de valores posibles para el parámetro.

A2.9.1. Métodos de estimación.

Entre los métodos de estimación se pueden citar el “puntual” y el “de intervalo”.

El primero de ellos consiste en estimar el parámetro de interés mediante la utilización de datos de la muestra para calcular un solo número.

En tanto, el segundo, ofrece un intervalo de valores razonables dentro del cual se pretenderá que esté el parámetro de interés con un cierto grado de confianza, en este caso la media poblacional.

La manera más frecuente utilizada para encontrar el verdadero valor del parámetro, con alta probabilidad de ocurrencia, es construyendo un intervalo de confianza.

Es imposible construir un intervalo de confianza del cual se espere que haya una probabilidad del 100% de contener al verdadero y desconocido valor del parámetro, ya que a partir de una muestra no se puede llegar a conclusiones sobre la población 100% verdaderas.

A2.9.2. Construcción de los Intervalos de Confianza.

Para construir un intervalo de confianza primero se debe escoger de antemano un valor para la probabilidad de éxito “P” cercano a 1 (por ej.: 99% o 95%), que se denomina (1 - α).

Tal valor de probabilidad preasignado es el Coeficiente, grado o nivel, de confianza esperado y representa la probabilidad de que el intervalo construido contenga al valor del parámetro.

En tanto, en nuestro caso, “ α ” es el riesgo y representa la probabilidad de que el intervalo no contenga al valor del parámetro, o sea, la probabilidad de falla.

Luego se halla, para una muestra de un determinado tamaño “n”, una estimación puntual del parámetro de interés con el que después se calcula los límites de confianza inferior y superior respectivamente.

$$\bar{X} - k_{\alpha} s \tag{A2.7}$$

$$\bar{X} + k_{\alpha} s \tag{A2.8}$$

siendo,

s el error típico de la media, mide la variabilidad entre medias muestrales, o sea, es una medida de la dispersión de la media.

La tolerancia en la estimación del valor del parámetro de interés viene dado por el semiancho del intervalo de confianza que se ha obtenido.

Un caso típico de esto es la especificación del asentamiento del hormigón, donde por ej., se especifica 15 ± 2.5 cm.

Existen tablas para obtener “ k_{α} ” para un “n” grande.

Para $10 < n < 30$ se puede adoptar un valor fijo, “ k_{α} ” = 2.15 para P=95% y “ k_{α} ” = 3 para P=99%.

En el software a utilizar “ k_{α} ”, se lo denomina “ $qnorm((p+1)/2,0,1)$ ”, o lo que es lo mismo “ $-qnorm(\alpha/2,0,1)$ ”.

A2.9.3. Precisión de un intervalo de confianza.

La misma está representada (Figura A2.2.) por la longitud o amplitud del intervalo, aumentando al disminuir la amplitud del mismo (Cabrera [5], Conceptos de estadística).

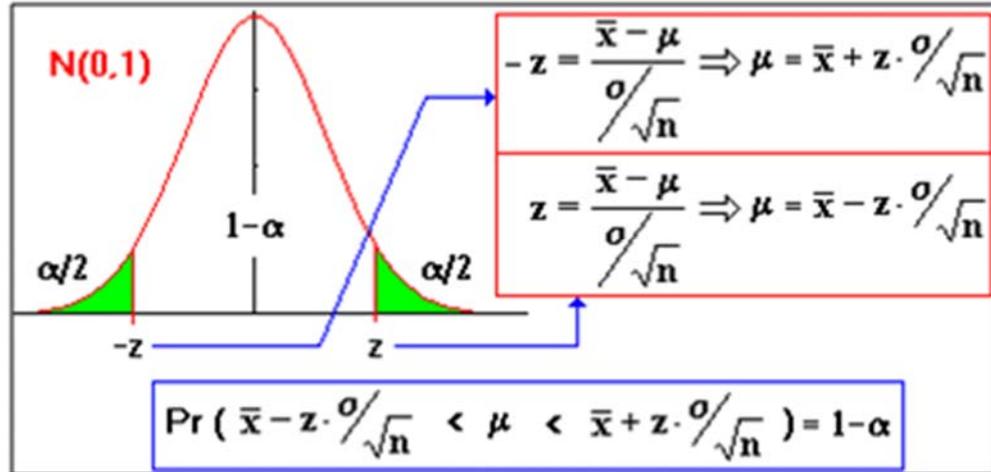


Figura A2.2. Intervalo de confianza (gentileza [5]).

Resumiendo, el intervalo de confianza para la media poblacional (μ) con un nivel de confianza de $(1 - \alpha)$ queda definido según el tipo de varianza, o sea, para varianza poblacional conocida es,

$$\bar{X} - z \left(1 + \frac{1}{\sqrt{n-1}}\right) s \tag{A2.9}$$

$$\bar{X} + z \left(1 + \frac{1}{\sqrt{n-1}}\right) s \tag{A2.10}$$

en tanto, para varianza poblacional desconocida y muestras grandes ($n \geq 30$) estará dada por,

$$\bar{X} - z \left(1 + \frac{1}{\sqrt{n}}\right) \sigma \tag{A2.11}$$

$$\bar{X} + z \left(1 + \frac{1}{\sqrt{n}}\right) \sigma \tag{A2.12}$$

donde “z”, llamado valor crítico o variable tipificada, es el valor que en la distribución $N(0,1)$ deja a su derecha un área de tamaño “ $\alpha/2$ ”, “s” es el desvío tipo muestral o desvío standard muestral, y “n” el tamaño de la muestra.

A2.9.4. Determinación de los valores admisibles de la Probabilidad de Falla.

Probabilidad de falla, Páez, *et al.*, [21], ¿coef. de seguridad o criterio de diseño?.

El valor admisible de la Probabilidad de Falla es uno de los puntos más álgidos de determinar.

Este es un punto por demás importante dado que como se podrá observar la probabilidad de falla a adoptar, o en su defecto el coeficiente de seguridad, debiera variar con respecto a las reglas del arte constructivas ya sea a nivel regional o nacional, dado que, tanto costos, recursos disponibles, metodologías de trabajo para la evaluación de cada variable interviniente pueden llegar a ser distintos según su localización.

Resumiendo, con el fin de construir construcciones que posean viabilidad económica, en economías donde la incidencia del costo de los materiales son más importantes que el de la mano de obra se tendría que emplear criterios de coeficientes más bajos, o sea, se optaría por racionalizar el material.

En tanto, en economías donde el costo de la mano de obra es significativo se tendrá estructuras concebidas con un criterio que optimiza el costo de la mano de obra.

Varios han propuesto formularla matemáticamente sobre el siguiente fundamento:

La suma de todos los costos ligados al emplazamiento de una construcción y demás gastos adicionales ha de ser mínimo, esto es, la suma de los costos de construcción más los costos del mantenimiento más el costo de la prima de seguro, para cubrir todas las consecuencias posibles de una falla, debe ser mínima. Aparte de que parece poco ético especular sobre el costo del seguro que deba cubrir el valor de las vidas humanas que podrían perderse, este criterio es poco satisfactorio.

Por este camino sólo se obtendrá una predicción matemática de mínimo costo que no es técnicamente satisfactoria.

Como se puede observar en la Figura A2.3. junto al mínimo poco marcado matemáticamente existe otra zona con una probabilidad de falla considerablemente menor, en la cual los costos totales apenas crecen.

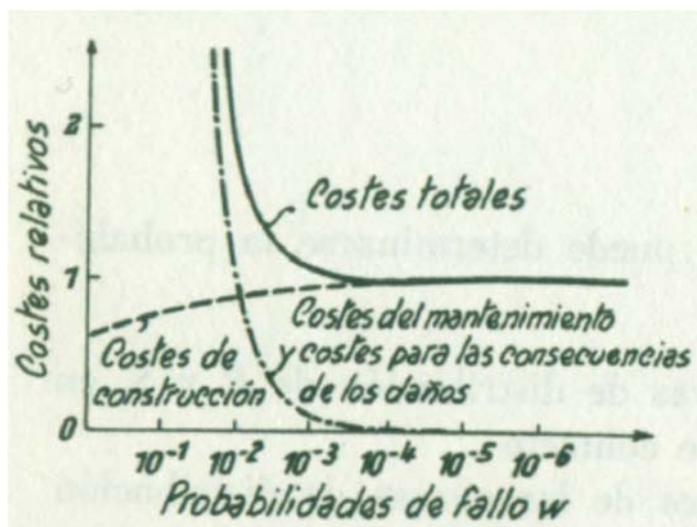


Figura A2.3. Valor admisible de la Probabilidad de Falla, $w = p$, Rüsck [27, Tomo I]

El mínimo matemático se halla situado, por lo expuesto, incluso por debajo de las hipótesis extremas tomadas como base de esta figura, ya que con una probabilidad de falla de 10^{-4} aproximadamente los costos de las consecuencias son 100 veces mayores.

Esta cifra no es tranquilizadora, y menos, cuando con hipótesis que se aproximen a la realidad la probabilidad admisible de falla llegaría a aumentar hasta 10^{-3} lo cual quiere decir que de cada 1000 construcciones una podría fallar.

Por lo tanto, actualmente sólo se puede partir de una valoración racional de casos conocidos para la determinación de la probabilidad de falla.

No es necesario que esto sea imprescindible una desventaja, aun cuando muchos ingenieros son escépticos debido al hecho de que una decisión tan fundamental no se la pueda establecer matemáticamente.

En todo caso, se elegirá una probabilidad de falla menor que la correspondiente al mínimo teórico de los costos totales, con lo que se obtiene un valor orientativo

que ha sido tolerado por las ordenanzas de construcción existentes hasta ahora (Normas, Reglamentos, Códigos, etc.).

Con ello, se llegará aproximadamente a los siguientes valores:

Para la pérdida de estabilidad sin advertencia previa (por ej., rotura brusca de la madera y el acero solicitados a la tracción, o del hormigón solicitado a la compresión, rotura por pandeo) que impliquen consecuencias graves:

$$p = 10^{-6} \text{ hasta } 10^{-8}$$

lo que implica un Índice de Confiabilidad de Cornell de $4.75 < \beta < 5.61$

Para la rotura por alcanzarse la carga límite con advertencia, mediante grandes deformaciones plásticas, por ejemplo, vigas de acero y de hormigón armado con armadura normal solicitadas a flexión, grandes asentamientos o inclinaciones en la cimentación:

$$p = 10^{-5} \text{ hasta } 10^{-6}$$

lo que implica un Índice de Confiabilidad de Cornell de $4.25 < \beta < 4.75$

Para un comportamiento no satisfactorio con cargas de uso, que se pueda remediar con un gasto adicional, por ejemplo, fisuras demasiado anchas en el hormigón armado, una flecha excesiva o bien oscilaciones:

$$p = 10^{-3} \text{ hasta } 10^{-4}$$

lo que implica un Índice de Confiabilidad de Cornell de $3.10 < \beta < 3.71$

Anexo 3

ILUSTRACIONES.



A3.1. Vista de un espécimen en análisis con carga sostenida en el tiempo, Martín Serrá [19].



A3.2. Vista de 4 especímenes en análisis, ensayados con carga sostenida en el tiempo, Martín Serrá [19].

Anexo 4

CALCULOS.

A4.1. Archivos.

Anexo 4	1. Determinación del Coef de Variación
Determinación del coef. de variación "δ"	
ORIGIN := 1	
Coef. de variación para la longitud, s/CIRSOC 201-82, Tomo I pág 152	
tolerancia para toda dimensión lineal	
$\Delta_L := 2.5 \sqrt[3]{\frac{L}{10}} \quad L \text{ en mm, y } \Delta_{L\text{máx}} = 30 \text{ mm}$	
Para una confianza del 90 % :	
q := 0.90	
$\sigma_L := \frac{\Delta_L}{\text{qnorm}\left(\frac{q+1}{2}, 0, 1\right)}$	
qnorm(0.95, 0, 1) = 1.645	
por lo tanto, el desvío tipo para un valor con 5% de probabilidad de ser menor a la media estará dado por la tolerancia dividida 1.65	
L := ■	valor analizado, en mm
$\mu_L := L$	media del valor analizado, en mm
$\sigma_L := \frac{2.5}{1.645} \sqrt[3]{\frac{L}{10}}$	desvío tipo del valor analizado, en mm
$\delta_L := \frac{\sigma_L}{\mu_L}$	coef. de variación del valor analizado
Coef. de variación para una sección rectangular.	

$$\begin{aligned} \mu_{L1} &:= L_1^2 && \text{dimensiones de la sección, en mm} \\ \mu_{L2} &:= L_2^2 && \\ \mu_S &:= \mu_{L1} \cdot \mu_{L2} && \text{media del valor analizado} \\ \sigma_{L1} &:= \frac{2.5}{1.645} \sqrt[3]{\frac{\mu_{L1}}{10}} && \text{desvíos tipo de las dimensiones de la sección} \\ \sigma_{L2} &:= \frac{2.5}{1.645} \sqrt[3]{\frac{\mu_{L2}}{10}} && \end{aligned}$$

Simulación matemática probabilística

$N := 5000000$ tamaño de la muestra

$$V_S := \begin{array}{l} S_1 \leftarrow 0 \\ S_2 \leftarrow 0 \\ \text{for } i \in 1..N \\ \quad \left| \begin{array}{l} L_1 \leftarrow \text{mom}(1, \mu_{L1}, \sigma_{L1}) \\ L_2 \leftarrow \text{mom}(1, \mu_{L2}, \sigma_{L2}) \\ S_1 \leftarrow S_1 + L_1 \cdot L_2 \\ S_2 \leftarrow S_2 + (L_1 \cdot L_2)^2 \end{array} \right. \\ \mu_S \leftarrow \frac{S_1}{N} \\ \sigma_S \leftarrow \sqrt{\frac{S_2}{N} - (\mu_S)^2} \\ V_S \leftarrow \begin{pmatrix} \mu_S \\ \sigma_S \end{pmatrix} \end{array}$$

$\sigma_S := V_{S_2}$ desvío tipo de la sección rectangular

$\delta_S := \frac{V_{S_2}}{V_{S_1}}$ coef. de variación de la sección rectangular

Coef. de variación para el momento de inercia y el área de una sección tipo T.

momento de inercia

Unidades básicas : MN , m

A_s	armadura longitudinal
n	relación entre módulos de elasticidad
$X_1 := b$	ancho del ala
$X_2 := d_0$	espesor del ala
$X_3 := d$	altura de la viga
$X_4 := b_0$	espesor del alma
$X_5 := b_i$	ancho del talón
$X_6 := d_{0i}$	espesor del talón
$X_7 := A_s$	armadura longitudinal
$X_8 := e_p$	excentricidad del tensor

$$\mu := \begin{pmatrix} b \\ d_0 \\ d \\ b_0 \\ b_i \\ d_{0i} \\ e_p \end{pmatrix}$$

valor medio

$$\sigma := \frac{2.5}{1645} \cdot \begin{pmatrix} \sqrt[3]{100 \cdot b} \\ \sqrt[3]{100 d_0} \\ \sqrt[3]{100 d} \\ \sqrt[3]{100 b_0} \\ \sqrt[3]{100 \cdot b_i} \\ \sqrt[3]{100 \cdot d_{0i}} \\ \sqrt[3]{100 \cdot e_p} \end{pmatrix}$$

desvío tipo

Simulación matemática probabilística

 $N := 500000$

tamaño de la muestra

```

VI := S1 ← 0
      S2 ← 0
      for i ∈ 1..N
        b ← morm(1, μ1, σ1)1
        d0 ← morm(1, μ2, σ2)1
        d ← morm(1, μ3, σ3)1
        b0 ← morm(1, μ4, σ4)1
        bi ← morm(1, μ5, σ5)1
        d0i ← morm(1, μ6, σ6)1
        ep ← morm(1, μ7, σ7)1
        Ach ← b0·d + (b - b0)·d0 + n·As + (bi - b0)·d0i
        v' ←  $\frac{b_0 \cdot d^2}{2} + (b - b_0) \cdot \frac{d_0^2}{2} + n \cdot A_s \cdot \left(d - \frac{d_{0i}}{2}\right) + (b_i - b_0) \cdot d_{0i} \cdot \left(d - \frac{d_{0i}}{2}\right)}{A_{ch}}$ 
        Ich ←  $\left[ \frac{b_0 \cdot d^3}{3} + \frac{(b - b_0) \cdot d_0^3}{3} + \left[ \frac{(b_i - b_0) \cdot d_{0i}^3}{12} + (b_i - b_0) \cdot d_{0i} \cdot \left(d - \frac{d_{0i}}{2}\right)^2 \right] \dots \right]$ 
        S1 ← S1 + Ich
        S2 ← S2 + (Ich)2
      μI ←  $\frac{S_1}{N}$ 
      σI ←  $\sqrt{\frac{S_2}{N} - (\mu_I)^2}$ 
      VI ←  $\left( \frac{\mu_I}{\sigma_I} \right)$ 

```

$\mu_I := VI_1$ ■ valor medio del momento de inercia

$\delta_I := \frac{VI_2}{VI_1}$ ■ coef. de variación

Coef. de variación para el área

```

VI := | S1 ← 0
      | S2 ← 0
      | for i ∈ 1..N
      |   b ← morm(1, μ1, σ1)1
      |   d0 ← morm(1, μ2, σ2)1
      |   d ← morm(1, μ3, σ3)1
      |   b0 ← morm(1, μ4, σ4)1
      |   bi ← morm(1, μ5, σ5)1
      |   d0i ← morm(1, μ6, σ6)1
      |   As ← morm(1, μ7, σ7)1
      |   ep ← morm(1, μ8, σ8)1
      |   Ach ← b0·d + (b - b0)·d0 + n·As + (bi - b0)·d0i
      |   S1 ← S1 + Ach
      |   S2 ← S2 + (Ach)2
      |   μI ←  $\frac{S_1}{N}$ 
      |   σI ←  $\sqrt{\frac{S_2}{N} - (\mu_I)^2}$ 
      |   VI ←  $\begin{pmatrix} \mu_I \\ \sigma_I \end{pmatrix}$ 

```

$\mu_I := VI_1$ ■ valor medio del área

$\delta_I := \frac{VI_2}{VI_1}$ ■ coef. de variación del área

Coef. de variación del momento de inercia de la viga postesada.

$b := 1$	ancho del ala	ORIGIN := 1
$d_0 := 0.2$	espesor del ala	
$d := 1.4$	altura de la viga	
$b_0 := 0.14$	espesor del alma	
$b_i := 0.45$	ancho del ala inferior	
$d_{0i} := 0.25$	altura del ala inferior	
$A_s := 7.054 \times 10^{-93}$	sección transversal de armadura no tesa	
$e_p := 0.70$	excentricidad del esfuerzo de tesado inicial	
$n := 10$	relación entre módulos de elasticidad	

$$A_{ch} := b_0 \cdot d + (b - b_0) \cdot d_0 + n \cdot A_s + (b_i - b_0) \cdot d_{0i} \quad \text{area de la seccion homogeneizada}$$

$$v' := \frac{\frac{b_0 \cdot d^2}{2} + (b - b_0) \cdot \frac{d_0^2}{2} + n \cdot A_s \cdot \left(d - \frac{d_{0i}}{2}\right) + (b_i - b_0) \cdot d_{0i} \cdot \left(d - \frac{d_{0i}}{2}\right)}{A_{ch}} \quad \text{distancia desde el borde superior hasta el eje baricentrico en estado I}$$

$$I_{ch} := \frac{b_0 \cdot d^3}{3} + \frac{(b - b_0) \cdot d_0^3}{3} + \left[\frac{(b_i - b_0) \cdot d_{0i}^3}{12} + (b_i - b_0) \cdot d_{0i} \cdot \left(d - \frac{d_{0i}}{2}\right)^2 \right] + n \cdot A_s \cdot (e_p + v')^2 - A_{ch} \cdot v'^2$$

$$I_{ch} = 0.11282 \quad \text{momento de inercia de la sección homogeneizada}$$

$$\mu := \begin{pmatrix} 1 \\ 0.2 \\ 1.4 \\ 0.14 \\ 0.45 \\ 0.25 \\ 7.054 \times 10^{-93} \\ 0.70 \end{pmatrix} \quad \delta := \begin{pmatrix} \frac{2.5}{1645} \sqrt[3]{\left(\frac{10}{\mu_1}\right)^2} \\ \frac{2.5}{1645} \sqrt[3]{\left(\frac{10}{\mu_2}\right)^2} \\ \frac{2.5}{1645} \sqrt[3]{\left(\frac{10}{\mu_3}\right)^2} \\ \frac{2.5}{1645} \sqrt[3]{\left(\frac{10}{\mu_4}\right)^2} \\ \frac{2.5}{1645} \sqrt[3]{\left(\frac{10}{\mu_5}\right)^2} \\ \frac{2.5}{1645} \sqrt[3]{\left(\frac{10}{\mu_6}\right)^2} \\ 0.044 \\ \frac{2.5}{1645} \sqrt[3]{\left(\frac{10}{\mu_8}\right)^2} \end{pmatrix} \quad \sigma := \overline{(|\mu| \cdot \delta)} \quad \sigma = \begin{pmatrix} 7.054 \times 10^{-3} \\ 4.125 \times 10^{-3} \\ 7.891 \times 10^{-3} \\ 3.663 \times 10^{-3} \\ 5.406 \times 10^{-3} \\ 4.444 \times 10^{-3} \\ 0 \\ 6.263 \times 10^{-3} \end{pmatrix}$$

Simulación matemática probabilística

N := 5000000 tamaño de la muestra

```

VI :=
  S1 ← 0
  S2 ← 0
  for i ∈ 1..N
    b ← morm(1, μ1, σ1)1
    d0 ← morm(1, μ2, σ2)1
    d ← morm(1, μ3, σ3)1
    b0 ← morm(1, μ4, σ4)1
    bi ← morm(1, μ5, σ5)1
    d0i ← morm(1, μ6, σ6)1
    As ← morm(1, μ7, σ7)1
    ep ← morm(1, μ8, σ8)1
    Ach ← b0·d + (b - b0)·d0 + n·As + (bi - b0)·d0i
    v' ← 
$$\frac{\frac{b_0 \cdot d^2}{2} + (b - b_0) \cdot \frac{d_0^2}{2} + n \cdot A_s \cdot \left(d - \frac{d_{0i}}{2}\right) + (b_i - b_0) \cdot d_{0i} \cdot \left(d - \frac{d_{0i}}{2}\right)}{A_{ch}}$$

    Ich ← 
$$\left[ \frac{b_0 \cdot d^3}{3} + \frac{(b - b_0) \cdot d_0^3}{3} + \frac{(b_i - b_0) \cdot d_{0i}^3}{12} + (b_i - b_0) \cdot d_{0i} \cdot \left(d - \frac{d_{0i}}{2}\right)^2 \dots \right]$$

    S1 ← S1 + Ich
    S2 ← S2 + (Ich)2
  μI ←  $\frac{S_1}{N}$ 
  σI ←  $\sqrt{\frac{S_2}{N} - (\mu_I)^2}$ 
  VI ←  $\begin{pmatrix} \mu_I \\ \sigma_I \end{pmatrix}$ 

```

$\mu_I := VI_1$	$\mu_I = 0.1128$	valor medio del momento de inercia
$\sigma_I := VI_2$	$\sigma_I = 1.9 \times 10^{-3}$	desvio tipo de I
$\delta_I := \frac{\sigma_I}{\mu_I}$	$\delta_I = 0.017$	coef. de variación

Coef. de variación del área de la sección anterior.

```

VI :=
  S1 ← 0
  S2 ← 0
  for i ∈ 1..N
    b ← morm(1, μ1, σ1)1
    d0 ← morm(1, μ2, σ2)1
    d ← morm(1, μ3, σ3)1
    b0 ← morm(1, μ4, σ4)1
    bi ← morm(1, μ5, σ5)1
    d0i ← morm(1, μ6, σ6)1
    As ← morm(1, μ7, σ7)1
    ep ← morm(1, μ8, σ8)1
    Ach ← b0·d + (b - b0)·d0 + n·As + (bi - b0)·d0i
    S1 ← S1 + Ach
    S2 ← S2 + (Ach)2
  μI ←  $\frac{S_1}{N}$ 
  σI ←  $\sqrt{\frac{S_2}{N} - (\mu_I)^2}$ 
  VI ←  $\left(\frac{\mu_I}{\sigma_I}\right)$ 

```

$\mu_I := VI_1$	$\mu_I = 0.4455$	valor medio del área
$\sigma_I := VI_2$	$\sigma_I = 5.6 \times 10^{-3}$	desvio tipo del área
$\delta_I := \frac{\sigma_I}{\mu_I}$	$\delta_I = 0.013$	coef. de variación

Deflexión Viga T de H° A°

s/CIRSOC 201-82

$l := 10 \cdot \text{m}$		largo de la viga
$d := 90 \cdot \text{cm}$		altura de la viga
$b_0 := 25 \cdot \text{cm}$		espesor del alma
$b_{m1} := 380 \cdot \text{cm}$		ancho colaborante del ala
$d_0 := 14 \cdot \text{cm}$		espesor del ala
$d_1 := 6 \cdot \text{cm}$		distancia desde el borde inferior al baricentro de la armadura
$\beta_s := 420 \cdot \text{MPa}$		resistencia característica de las barras de acero
$\beta_{cN} := 21 \cdot \text{MPa}$		resistencia característica del hormigón hecho con agregado grueso de piedra granítica
A_3		consistencia del hormigón (10 a 15 cm)
$\gamma := 1.75$		coef. de seguridad global s/CIRSOC 201-82
$g := 26 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$		carga actuante
$p := 50 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$		sobrecarga actuante
$E_b := 6000 \cdot \sqrt{\frac{\beta_{cN}}{\text{MPa}}} + 5 \cdot \text{MPa}$		módulo de elasticidad del hormigón
$E_s := 205000 \cdot \text{MPa}$		módulo de elasticidad del acero
$\phi_{inf} - \phi_0 = \Delta\phi$		
$\Delta\phi := 1.25 \cdot 2 \cdot (1.51 - 0.55) + 0.4$	$\Delta\phi = 2.8$	coef. de deformación diferida
$\Delta\phi_{365} := 1.25 \cdot 2 \cdot (1.25 - 0.55) + 0.4$	$\Delta\phi_{365} = 2.15$	coef. de deformación diferida al año de entrar en carga (aprox. 77% del final)
$\epsilon_s := -1.25 \cdot 32 \cdot 10^{-5} \cdot (0.90 - 0.02)$	$\epsilon_s = -35.2 \cdot 10^{-5}$	coef. de contracción de fraguado
$\epsilon_{s28} := -1.25 \cdot 32 \cdot 10^{-5} \cdot (0.20 - 0.02)$	$\epsilon_{s28} = -7.2 \cdot 10^{-5}$	coef. de contracción de fraguado a 28 días, aproximadamente el 20 %
$c_s := \frac{E_b \cdot \epsilon_s}{\Delta\phi}$		tensión generada por la contracción de fraguado
$n := \frac{E_s}{E_b}$		relación entre módulos de elasticidad
$M_g := \frac{g \cdot l^2}{8}$	$M_g = 325 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$	momento flector debido a la carga permanente
$M_p := \frac{p \cdot l^2}{8}$	$M_p = 625 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$	momento flector debido a la sobrecarga

$$\frac{M_g + M_p}{b_{m1} \cdot (d - d_1)^2 \cdot 0.85 \beta_{cN}} = 0.02 \quad \text{momento relativo}$$

$$A_{sneq} := 0.036 \cdot \frac{b_{m1} \cdot (d - d_1) \cdot 0.85 \beta_{cN}}{\beta_s} \quad A_{sneq} = 48.8 \text{ cm}^2 \quad \text{sección de acero requerida}$$

$$\frac{A_{sneq}}{\frac{\pi (25 \text{ mm})^2}{4}} = 9.9 \quad 10 \phi 25$$

$$A_s := \frac{10 \cdot \pi (25 \text{ mm})^2}{4} \quad A_s = 49.1 \text{ cm}^2 \quad \text{sección de acero dispuesta}$$

$$k_x := 0.118 \quad k_z := 0.96$$

$$x := k_x \cdot (d - d_1) \quad x = 0.099 \text{ m} \quad \text{altura del eje neutro}$$

$$z := k_z \cdot (d - d_1) \quad z = 0.806 \text{ m} \quad \text{brazo elástico interno}$$

$$x := \frac{\sqrt{\frac{b_0}{n \cdot A_s} \left[2 \cdot (d - d_1) + d_0 \cdot \frac{d_0 \cdot (b_{m1} - b_0)}{n \cdot A_s} \right] + \left[1 + \frac{d_0 \cdot (b_{m1} - b_0)}{n \cdot A_s} \right]^2} - \left[1 + \frac{d_0 \cdot (b_{m1} - b_0)}{n \cdot A_s} \right]}{b_0} \cdot n \cdot A_s$$

$$x = 0.115 \text{ m}$$

$$I_{II} := \frac{b_{m1} \cdot x^3}{3} + n \cdot A_s \cdot (d - d_1 - x)^2 \quad I_{II} = 0.019 \text{ m}^4 \quad \text{momento de inercia de la sección homogeneizada en el estado II}$$

$$k_p := 0, 0.1 \dots 1 \quad \text{coef. que contempla el \% de la sobrecarga interviniente a tiempo } \infty$$

$$w_{n\infty}(k_p) := \frac{5 \cdot 1^4}{384 \cdot E_b} \left[\frac{(g + p)}{I_{II}} + \frac{(g + k_p p)}{\left[\frac{b_{m1} \cdot x^3 \cdot \Delta \phi}{3} + n \cdot A_s \cdot (d - d_1 - x)^2 \right]} \right]$$

$$w_{nes\infty} := \frac{-1^2 \cdot c_s \cdot \Delta \phi}{8 \cdot (d - d_1) \cdot E_b} \quad w_{nes\infty} = 5.2 \text{ mm} \quad \text{deflexión asociada a la contracción de fraguado del hormigón}$$

$$w_n(k_p) := w_{n\infty}(k_p) + w_{nes\infty}$$

$w_n(k_p) =$
27
27.9
28.8
29.8
30.7
31.7
32.6
33.5
34.5
35.4
36.4

deflexión total a tiempo ∞

s/CEB FIP-90

$l := 10 \cdot \text{m}$	largo de la viga
$h := 90 \cdot \text{cm}$	altura de la viga
$b_w := 25 \cdot \text{cm}$	espesor del alma
$h_f := 14 \cdot \text{cm}$	espesor del ala
$b_f := 225 \cdot \text{cm}$	ancho colaborante del ala
$d := 84 \cdot \text{cm}$	distancia desde el borde superior al baricentro de la armadura

$$A_s := \frac{10 \cdot \pi (25 \cdot \text{mm})^2}{4} \quad A_s = 49.1 \cdot \text{cm}^2 \quad \text{sección de acero dispuesta}$$

$$f_{yk} := 420 \cdot \text{MPa} \quad \text{resistencia característica de las barras de acero}$$

$$f_{cm} := 26 \cdot \text{MPa} \quad \text{resistencia característica del hormigón}$$

$$E_c := 21500 \cdot \left(\frac{f_{cm}}{10 \text{MPa}} \right)^{\frac{1}{3}} \text{MPa} \quad \text{módulo de elasticidad del hormigón}$$

$$E_c = 29564 \cdot \text{MPa}$$

$$E_s := 205000 \cdot \text{MPa} \quad \text{módulo de elasticidad del acero}$$

$$n := \frac{E_s}{E_c} \quad \text{relación entre módulos de elasticidad}$$

Analizamos el efecto de la deformación diferida y contracción de fraguado

Contracción de fraguado

$$\epsilon_{cs}(t - t_s) := \epsilon_{cs0} \beta_s (t - t_s)$$

datos

$$t_0 := 28 \quad \text{edad de puesta en carga en días}$$

$$t_s := 3 \quad \text{curado de 3 días}$$

$$t := \blacksquare \quad \text{edad de análisis}$$

cemento tipo N

$$f_{cm} := f_{ck} + 8 \text{MPa} \quad \text{resistencia media del hormigón}$$

$$\beta_{sc} := 5 \quad \text{para cemento normal}$$

$$t_1 := 1$$

$$\text{RH} := 65 \quad \text{\% de humedad relativa}$$

$$t := \infty \quad \text{edad de análisis}$$

$$h_0 := \frac{2[b_w \cdot h + (b_f - b_w) \cdot h_f]}{2 \cdot b_f + 2 \cdot (h - h_f)}$$

$$h_0 := \frac{2A_c}{u}$$

$$\beta_s(t) := \sqrt{\frac{t - t_s}{\left(\frac{t - t_s}{t_1} + 350 \cdot \left(\frac{h_0}{100\text{mm}}\right)^2\right)}} \cdot t_1$$

$$\beta_{RH} := -1.55 \cdot \left[1 - \left(\frac{RH}{100}\right)^3\right]$$

$$\epsilon_s(f_{cm}) := \left[160 + 10 \cdot \beta_{sc} \left(9 - \frac{f_{cm}}{10\text{MPa}}\right)\right] \cdot 10^{-6}$$

$$\epsilon_s(f_{cm}) = 48 \cdot 10^{-5}$$

$$\epsilon_{cs0} := \epsilon_s(f_{cm}) \cdot \beta_{RH}$$

$$\epsilon_{cs}(t) := \epsilon_{cs0} \cdot \beta_s(t)$$

$$\epsilon_{cs}(\infty) = -54 \cdot 10^{-5}$$

contracción de fraguado a tiempo ∞

a 28 días $t_a := 28$ $t := t_a - t_s$

$$\epsilon_{cs}(t) := \epsilon_{cs0} \cdot \beta_s(t)$$

$$\epsilon_{cs}(t) = -8 \cdot 10^{-5}$$

aproximadamente el 17 %

Deformación diferida

$$\varphi(t - t_0) := \varphi_0 \cdot \beta_c(t - t_0)$$

$$\beta(t_0) := \frac{1}{0.1 + \left(\frac{t_0}{t_1}\right)^{0.2}}$$

$$\varphi_{RH} := 1 + \frac{1 - \frac{RH}{100}}{0.46 \cdot \left(\frac{h_0}{100\text{mm}}\right)^{\frac{1}{3}}}$$

$$\beta_{fm}(f_{cm}) := \frac{5.3}{\sqrt{\frac{f_{cm}}{10\text{MPa}}}}$$

$$\varphi_0 := \varphi_{RH} \cdot \beta_{fm}(f_{cm}) \cdot \beta(t_0)$$

$$\varphi_0 = 2.6$$

$$\beta_H := 150 \left[1 + \left(1.2 \cdot \frac{RH}{100}\right)^{18}\right] \cdot \frac{h_0}{100\text{mm}} + 250$$

$$\beta_H \leq 1500$$

$$\beta_H = 504.535$$

$$\beta_c(t) := \left[\frac{t - t_0}{t_1 \cdot \left(\beta_H + \frac{t - t_0}{t_1}\right)}\right]^{0.3}$$

$$t := \infty$$

$$\varphi(t) := \varphi_0 \cdot \beta_c(t) \quad \varphi(t) = 2.63$$

coef. de deformación diferida a tiempo ∞

a 365 días $t := 365$

$$\varphi(t) := \varphi_0 \cdot \beta_c(t)$$

$$\varphi(t) = 2$$

aproximadamente el 76 %

Determinación de las deflexiones

$$n := \frac{E_s}{E_c} \quad n = 6.9$$

Analizamos el efecto de la deformación diferida y contracción de fraguado

Análisis de la sección homogeneizada

$$A_{ch} := b_w \cdot h + (b_f - b_w) \cdot h_f + n \cdot A_s$$

area de la sección homogeneizada

$$A_c := b_w \cdot h + (b_f - b_w) \cdot h_f$$

area de la sección de hormigón

$$v' := \frac{\frac{b_w \cdot h^2}{2} + (b_f - b_w) \cdot \frac{h_f^2}{2} + n \cdot (A_s \cdot d)}{A_{ch}} \quad v' = 0.277 \text{ m}$$

distancia desde el borde superior hasta el eje baricentrico en estado I

$$I_{ch} := \frac{b_w \cdot h^3}{3} + \frac{(b_f - b_w) \cdot h_f^3}{3} + n \cdot A_s \cdot (d)^2 - A_{ch} \cdot v'^2$$

momento de inercia de la sección homogeneizada

$$I_{ch} = 0.045 \text{ m}^4$$

$$S_I := A_s \cdot (d - v')$$

momento estático de la armadura en el estado I

$$q(k_p) := g + p + (g + k_p \cdot p) \cdot \varphi(\infty)$$

$$w_{n\infty}(k_p) := \frac{5}{384} \frac{q(k_p) \cdot l^4}{E_c \cdot I_{ch}}$$

$$w_{n\infty}(k_p) =$$

flecha estado I a tiempo ∞ debido a $\varphi(\infty)$

14.1
15.4
16.7
17.9
19.2
20.5
21.8
23.1
24.4
25.6
26.9

$$w_{n\infty\epsilon_{cs}} := \frac{-l^2 \cdot \epsilon_{cs}(\infty) \cdot n \cdot S_I}{8 \cdot I_{ch}}$$

$$w_{n\infty\epsilon_{cs}} = 2.9 \cdot \text{mm} \quad \text{flecha a tiempo } \infty \text{ debido a } \epsilon_{cs}(\infty)$$

$$w_n(k_p) := w_{n\infty}(k_p) + w_{n\infty c s \infty}$$

$$w_n(k_p) =$$

16.9
18.2
19.5
20.8
22.1
23.4
24.7
25.9
27.2
28.5
29.8

· mm

s/ACI 318-02

$l := 10 \cdot \text{m}$		largo de la viga
$h := 90 \cdot \text{cm}$		altura de la viga
$b_w := 25 \cdot \text{cm}$		espesor del alma
$h_f := 14 \cdot \text{cm}$		espesor del ala
$b := 250 \cdot \text{cm}$		ancho colaborante del ala
$d := 84 \cdot \text{cm}$		distancia desde el borde superior al baricentro de la armadura
$f_y := 420 \cdot \text{MPa}$		resistencia característica de las barras de acero
$f'_c := 22.7 \cdot \text{MPa}$		resistencia característica a compresión del hormigón
$E_c := 4750 \cdot \sqrt{\frac{f'_c}{\text{MPa}}} \cdot \text{MPa}$		módulo de elasticidad del hormigón
$E_c = 22631 \cdot \text{MPa}$		
$E_s := 205000 \cdot \text{MPa}$		módulo de elasticidad del acero
$K := 1$		coef. para determinar la flecha s/ACI 318-02
$n := \frac{E_s}{E_c}$	$n = 9.1$	relación entre módulos de elasticidad
$M_g := \frac{g \cdot l^2}{8}$	$M_g = 325 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$	momento flector debido a la carga muerta
$M_p := \frac{p \cdot l^2}{8}$	$M_p = 625 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$	momento flector debido a la carga viva
$A_s := \frac{10 \cdot \pi (25 \cdot \text{mm})^2}{4}$	$A_s = 49.1 \cdot \text{cm}^2$	sección de acero dispuesta
$f_T := 0.2 \cdot \sqrt{\frac{10 \cdot f'_c}{\text{MPa}}} \cdot \text{MPa}$	$f_T = 3 \cdot \text{MPa}$	módulo de rotura

Estimación según método ACI 209R-92

Contracción de fraguado

$$\epsilon_{sh}(t) := \frac{t}{35 + t} \cdot \epsilon_{sh,u} \quad \epsilon_{sh,u} := 780 \cdot \frac{\gamma_{sh} \cdot 10^{-6} \text{ m}}{\text{m}}$$

determinación del factor corrector γ_{sh}

$$\gamma_{sh} := \gamma_{cp} \cdot \gamma_{\lambda} \cdot \gamma_{h} \cdot \gamma_{s} \cdot \gamma_{\psi} \cdot \gamma_{c} \cdot \gamma_{a}$$

datos

$\gamma_{cp} := 1.1$	curado de 3 días
$\gamma := 65$	% de humedad relativa
$s := 150$	asentamiento del hormigón en mm.
$\psi := 48$	porcentaje de arido fino
$c := 300$	cantidad de cemento en kg/m ³ de hormigón
$a := 5$	% de aire ocluido

$$\gamma_{\lambda} := 1.4 - 0.0102\gamma$$

$$\gamma_{\lambda} = 0.737$$

$$\gamma_h := 1.17 - 0.00114 \cdot \frac{4 \cdot 10 \cdot [b_w \cdot h + (b - b_w) \cdot h_f]}{[2 \cdot b + 2 \cdot (h - h_f)] \cdot \text{cm}}$$

$$\gamma_h = 0.792$$

$$\gamma_s := 0.89 + 0.00161 \cdot s$$

$$\gamma_s = 1.131$$

$$\gamma_{\psi} := 0.30 + 0.014 \cdot \psi$$

$$\gamma_{\psi} = 0.972$$

$$\gamma_c := 0.75 + 0.00061 \cdot c$$

$$\gamma_c = 0.933$$

$$\gamma_a := 0.95 + 0.008 \cdot a$$

$$\gamma_a = 0.99$$

$$\gamma_a \geq 1 \quad \gamma_a := 1$$

$$\gamma_{sh} := \gamma_{cp} \cdot \gamma_{\lambda} \cdot \gamma_h \cdot \gamma_s \cdot \gamma_c \cdot \gamma_{\psi} \cdot \gamma_a$$

$$\gamma_{sh} = 0.659$$

$$\epsilon_{sh,u} := -780 \cdot \frac{\gamma_{sh} \cdot 10^{-6} \text{ m}}{\text{m}}$$

$$\epsilon_{sh,u} = -51.4 \cdot 10^{-5}$$

contracción de fraguado a tiempo ∞ , método del espesor medio

a 28 días

$$t := 21$$

$$\epsilon_{sh}(t) := \frac{t}{35 + t} \cdot \epsilon_{sh,u}$$

$$\epsilon_{sh}(t) = -19.3 \cdot 10^{-5} \quad \text{aproximadamente el 38 \%}$$

Deformación diferida

$$\nu_t := \frac{t^{0.6}}{10 + t^{0.6}} \cdot \nu_u \quad \nu_u := 2.35 \cdot \gamma_c$$

$$\gamma_c := \gamma_{la} \cdot \gamma_{\lambda} \cdot \gamma_{hl} \cdot \gamma_s \cdot \gamma_{\psi} \cdot \gamma_a$$

datos

$t_{la} := 28$	edad de puesta en carga, en días
$\gamma := 65$	% de humedad relativa
$s := 150$	asentamiento del hormigón en mm.
$\psi := 48$	porcentaje de arido fino
$a := 5$	% de aire ocluido

$$\gamma_{la} := 1.25 \cdot t_{la}^{-0.118}$$

$$\gamma_{la} = 0.844$$

$$\gamma_{\lambda} := 1.27 - 0.0067\gamma$$

$$\gamma_{\lambda} = 0.835$$

$$\gamma_{hl} := 1.10 - 0.00067 \cdot \frac{4 \cdot 10^3 \cdot [b_w \cdot h + (b - b_w) \cdot h_f]}{[2 \cdot b + 2 \cdot (h - h_f)] \cdot \text{cm}}$$

$$\gamma_{hl} = 0.878$$

$$\gamma_s := 0.82 + 0.00264 \cdot s$$

$$\gamma_s = 1.216$$

$$\gamma_{\psi} := 0.88 + 0.0024 \cdot \psi$$

$$\gamma_{\psi} = 0.995$$

$$\gamma_a := 0.46 + 0.09 \cdot a$$

$$\gamma_a = 0.91$$

$$\gamma_a \geq 1 \quad \gamma_a := 1$$

$$\gamma_c := \gamma_{la} \cdot \gamma_{\lambda} \cdot \gamma_{hl} \cdot \gamma_s \cdot \gamma_{\psi} \cdot \gamma_a$$

$$\gamma_c = 0.75$$

$$\nu_u := 2.35 \cdot \gamma_c$$

$$\nu_u = 1.76$$

coef. de deformación diferida a tiempo ∞ , método del espesor medio

a 365 días

$$t := 365$$

$$\nu_t := \frac{t^{0.6}}{10 + t^{0.6}} \cdot \nu_u$$

$$\nu_t = 1.36$$

aproximadamente el 77 %

Método alternativo

debidas a la deformación diferida

$\rho' := 0$ cuantía de armadura comprimida

$$k_R := \frac{0.85}{1 + 50 \cdot \rho'}$$

$$\lambda_{cp} := \nu_u \cdot k_R \quad \lambda_{cp} = 1.49$$

propiedades de la sección

$$y_t := h - \left[\frac{(b - b_w) \cdot h_f^2 + b_w \cdot h^2}{2 \cdot [(b - b_w) \cdot h_f + b_w \cdot h]} \right] \quad \text{distancia desde el borde inferior hasta el eje baricentrico en estado I}$$

$$I_g := \frac{(b - b_w) \cdot h_f^3}{12} + \frac{b_w \cdot h^3}{12} + (b - b_w) \cdot h_f \cdot \left(h - y_t - \frac{h_f}{2} \right)^2 + b_w \cdot h \cdot \left(y_t - \frac{h}{2} \right)^2 \quad I_g = 0.035 \text{ m}^4$$

$$M_{cr} := \frac{f_t \cdot I_g}{y_t} \quad M_{cr} = 155.5 \cdot \text{kN} \cdot \text{m} \quad \text{momento de fisuración}$$

$$q_1 := g + p$$

$$q_2(k_p) := (g + k_p \cdot p) \cdot \lambda_{cp}$$

$$M_{a1} := \frac{q_1 \cdot l^2}{8} \quad \text{momento flector máximo producido por el Estado de carga 1}$$

$$M_a(k_p) := \frac{q_2(k_p) \cdot l^2}{8} \quad \text{momento flector máximo producido por el Estado de carga 2}$$

$$k_d := x \quad \text{altura del eje neutro}$$

$$k_d := \frac{\sqrt{\frac{b_w}{n \cdot A_s} \cdot \left[2 \cdot d + h_f \cdot \frac{h_f \cdot (b - b_w)}{n \cdot A_s} \right] + \left[1 + \frac{h_f \cdot (b - b_w)}{n \cdot A_s} \right]^2} - \left[1 + \frac{h_f \cdot (b - b_w)}{n \cdot A_s} \right]}{b_w} \cdot n \cdot A_s \quad k_d = 0.157 \text{ m}$$

$$I_{cr} := \frac{b \cdot k_d^3}{3} - (b - b_w) \cdot \frac{(k_d - h_f)^3}{3} + n \cdot A_s \cdot (d - k_d)^2 \quad \text{momento de inercia de la sección fisurada}$$

$$I_{e1} := \left(\frac{M_{cr}}{M_{a1}} \right)^3 \cdot I_g + \left[1 - \left(\frac{M_{cr}}{M_{a1}} \right)^3 \right] \cdot I_{cr} \quad I_{e1} \leq I_g \quad \text{momento de inercia efectivo para el estado de carga 1}$$

$$I_e(k_p) := \left(\frac{M_{cr}}{M_a(k_p)} \right)^3 \cdot I_g + \left[1 - \left(\frac{M_{cr}}{M_a(k_p)} \right)^3 \right] \cdot I_{cr} \quad I_e(k_p) \leq I_g \quad \text{momento de inercia efectivo para el estado de carga 2}$$

$$I_{e1} = 0.024 \text{ m}^4 \quad I_g = 0.0347 \text{ m}^4 \quad \text{adopto } I_e$$

$I_e(k_p) =$ $I_g = 0.0347 \text{ m}^4$ adopto I_e

0.0243
0.0242
0.0241
0.0241
0.024
0.024
0.024
0.024
0.024
0.024
0.024

m^4

Determinación de las deflexiones

$$w_{\infty}(k_p) := K \cdot \frac{5}{48} \frac{l^2}{E_c} \left(\frac{M_{a1}}{I_{e1}} + \frac{M_a(k_p)}{I_e(k_p)} \right)$$

$w_{\infty}(k_p) =$

27.4
29.2
31.1
32.9
34.7
36.5
38.3
40.1
41.9
43.7
45.5

$\cdot \text{mm}$

debidas a la contracción de fraguado

$\rho := \frac{A_s \cdot 100}{b \cdot h}$ $\rho = 0.218$ cuantía de armadura longitudinal en %

$$A_{sh} := 0.7 \cdot (\rho - \rho')^{\frac{1}{3}} \cdot \left(\frac{\rho - \rho'}{\rho} \right)^{\frac{1}{2}}$$

$\phi_{sh} := \frac{-A_{sh} \cdot \epsilon_{sh,u}}{h}$ curvatura debida a la retracción de fraguado

$K_{sh} := 0.13$ coef. de Tabla 10-5

$\Delta_{sh} := K_{sh} \cdot \phi_{sh} \cdot l^2$ $\Delta_{sh} = 3.1 \cdot \text{mm}$ deflexión a tiempo infinito debido a la contracción de fraguado

$$w_n(k_p) := w_{n\infty}(k_p) + \Delta_{sh}$$

$$w_n(k_p) =$$

30.5
32.4
34.2
36
37.8
39.6
41.4
43.2
45
46.8
48.6

·mm

s/EC-02

$l := 10 \cdot m$	largo de la viga
$h := 90 \cdot cm$	altura de la viga
$b_w := 25 \cdot cm$	espesor del alma
$h_f := 14 \cdot cm$	espesor del ala
$b_{eff} := 320 \cdot cm$	ancho colaborante del ala
$d := 84 \cdot cm$	distancia desde el borde superior al baricentro de la armadura

$$A_s := \frac{10 \cdot \pi \cdot (25 \cdot mm)^2}{4} \quad A_s = 49.1 \cdot cm^2 \quad \text{sección de acero dispuesta}$$

$$f_{yk} := 420 \cdot MPa \quad \text{resistencia característica de las barras de acero}$$

$$f_{cm} := 26 \cdot MPa \quad \text{resistencia característica del hormigón}$$

$$f_{ctm} := 0.3 \cdot \left(\frac{f_{cm}}{MPa} - 8 \right)^{\frac{2}{3}} \cdot MPa \quad f_{ctm} = 2.06 \cdot MPa \quad \text{resistencia a flexotracción del hormigón}$$

$$E_{cm} := 22000 \cdot \left(\frac{f_{cm}}{10 \cdot MPa} \right)^{0.3} \cdot MPa \quad \text{módulo de elasticidad del hormigón}$$

$$E_{cm} = 29303 \cdot MPa$$

$$E_s := 205000 \cdot MPa \quad \text{módulo de elasticidad del acero}$$

$$\alpha_e := \frac{E_s \cdot (1 + \varphi(\infty))}{1.05 \cdot E_{cm}} \quad \text{relación entre módulos de elasticidad}$$

Analizamos el efecto de la deformación diferida y contracción de fraguado

Contracción de fraguado

$$\epsilon_{cs} := \epsilon_{cd} + \epsilon_{ca}$$

datos

$$t_0 := 28$$

edad de puesta en carga en días

$$t_s := 3$$

tiempo de curado en días

$$t := \blacksquare$$

edad de análisis en días

cemento tipo N

$$f_{cm} := f_{ck} + 8\text{MPa}$$

resistencia media del hormigón

$$\alpha_{ds1} := 4$$

coef. que depende del tipo de cemento

$$\alpha_{ds2} := 0.12$$

coef. que depende del tipo de cemento

$$\text{RH} := 65$$

% de humedad relativa

$$s := 0.35$$

coef. que tiene en cuenta el tipo de cemento

$$k_h := 0.91$$

coef que depende de la geometria de la pieza

$$h_0 := \frac{2[b_w \cdot h + (b_{\text{eff}} - b_w) \cdot h_f]}{[2 \cdot b_{\text{eff}} + 2 \cdot (h - h_f)]} \quad h_0 := \frac{2A_c}{u} \quad \text{espesor efectivo de la sección en mm.}$$

$$\beta_{cc}(t) := e^{s \cdot \left(1 - \sqrt{\frac{28}{t}}\right)}$$

$$\beta_{RH} := -1.55 \cdot \left[1 - \left(\frac{\text{RH}}{100}\right)^3\right]$$

$$\epsilon_{cd0} := 0.85 \cdot \left[220 + 110 \cdot \alpha_{ds1}\right] \cdot e^{-\left(\alpha_{ds2} \cdot \frac{f_{cm}}{10\text{MPa}}\right)} \cdot 10^{-6} \cdot \beta_{RH} \quad \epsilon_{cd0} = -46.2 \cdot 10^{-5}$$

$$\beta_{ds}(t) := \frac{t - t_s}{(t - t_s) + 0.04 \cdot \sqrt{\left(\frac{h_0}{\text{mm}}\right)^3}}$$

$$\beta_{as}(t) := 1 - e^{-0.2 \cdot \sqrt{t}}$$

$$\epsilon_{cd\infty} := k_h \cdot \epsilon_{cd0} \quad \epsilon_{cd\infty} = -42 \cdot 10^{-5}$$

$$\epsilon_{ca\infty} := -2.5 \cdot \left(\frac{f_{cm}}{\text{MPa}} - 8 - 10\right) \cdot 10^{-6} \quad \epsilon_{ca\infty} = -2 \times 10^{-5}$$

$$\epsilon_{cs\infty} := \epsilon_{cd\infty} + \epsilon_{ca\infty} \quad \epsilon_{cs\infty} = -44 \cdot 10^{-5} \quad \text{contracción de fraguado a tiempo } \infty$$

a 28 días

$$t := 28$$

$$\varepsilon_{cd}(t) := \beta_{ds}(t) k_{H1} \cdot \varepsilon_{cd0}$$

$$\varepsilon_{cd}(t) = -9.8 \cdot 10^{-5}$$

$$\varepsilon_{ca}(t) := \varepsilon_{ca\infty} \cdot \beta_{as}(t)$$

$$\varepsilon_{ca}(t) = -1.3 \times 10^{-5}$$

$$\varepsilon_{cs}(t) := \varepsilon_{cd}(t) + \varepsilon_{ca}(t)$$

$$\varepsilon_{cs}(t) = -11.1 \cdot 10^{-5} \quad \text{aproximadamente el 25 \%}$$

Deformación diferida

$$\varphi(\infty, t_0) := \varphi_0 \cdot \beta_c(t, t_0) \blacksquare$$

$$\beta(t_0) := \frac{1}{0.1 + t_0^{0.2}}$$

$$\varphi_{RH} := 1 + \frac{1 - \frac{RH}{100}}{0.1 \cdot \left(\frac{h_0}{\text{mm}}\right)^3}$$

$$\beta_{fm}(f_{cm}) := \frac{16.8}{\sqrt{\frac{f_{cm}}{\text{MPa}}}}$$

$$\varphi_0 := \varphi_{RH} \cdot \beta_{fm}(f_{cm}) \cdot \beta(t_0)$$

$$\varphi_0 = 2.64$$

$$\beta_H := 1.5 \left[1 + (0.012 \cdot RH)^{18} \right] \cdot \frac{h_0}{\text{mm}} + 250$$

$$\beta_H \leq 1500 \blacksquare$$

$$\beta_c(t) := \left(\frac{t - t_0}{\beta_H + t - t_0} \right)^{0.3}$$

$$t := \infty$$

$$\varphi(t) := \varphi_0 \cdot \beta_c(t) \quad \varphi(t) = 2.64$$

coef. de deformación diferida a tiempo ∞

a 365 días

$$t := 365$$

$$\varphi(t) := \varphi_0 \cdot \beta_c(t)$$

$$\varphi(t) = 2.02$$

aproximadamente el 77 %

Determinación de las deflexiones

$$q_1 := g + p$$

$$q_2(k_p) := (g + k_p \cdot p) \cdot \varphi(\infty)$$

$$M_{a1} := \frac{q_1 \cdot l^2}{8}$$

momento flector máximo producido por el Estado de carga I

$$M_a(k_p) := \frac{q_2(k_p) \cdot l^2}{8} \quad \text{momento flector máximo producido por el Estado de carga 2}$$

$$\alpha_e := \frac{E_s \cdot (1 + \varphi(\infty))}{1.05 \cdot E_{cm}} \quad \alpha_e = 24.3$$

Análisis de la sección no fisurada

$$A_{ch} := b_w \cdot h + (b_{eff} - b_w) \cdot h_f + \alpha_e \cdot A_s \quad \text{area de la seccion homogeneizada}$$

$$v' := \frac{\frac{b_w \cdot h^2}{2} + (b_{eff} - b_w) \cdot \frac{h_f^2}{2} + \alpha_e \cdot (A_s \cdot d)}{A_{ch}} \quad \text{distancia desde el borde superior hasta el eje baricentrico en estado I}$$

$$I_{ch} := \frac{b_w \cdot h^3}{3} + \frac{(b_{eff} - b_w) \cdot h_f^3}{3} + \alpha_e \cdot A_s \cdot (d)^2 - A_{ch} \cdot v'^2 \quad \text{momento de inercia de la sección sin fisurar}$$

$$I_{ch} = 0.078 \text{ m}^4$$

$$M_{cr} := f_{ctm} \cdot \frac{I_{ch}}{h - v'} \quad M_{cr} = 268.05 \text{ kN} \cdot \text{m} \quad \text{momento de fisuración}$$

$$S_I := A_s \cdot (d - v') \quad \text{momento estático de la armadura en el estado I}$$

Análisis de la sección fisurada

$$x := 1 \text{ m}$$

Given

$$\frac{b_w \cdot x^2}{2} + [(b_{eff} - b_w) \cdot h_f + \alpha_e \cdot (A_s)] \cdot x - \left[(b_{eff} - b_w) \cdot \frac{h_f^2}{2} + \alpha_e \cdot (A_s \cdot d) \right] = 0$$

$$x_1 := \text{Find}(x) \quad x_1 = 0.23 \text{ m} \quad \text{distancia desde el borde superior hasta el eje baricentrico en estado II}$$

$$I_{cf} := \frac{b_{eff} \cdot x_1^3}{3} - (b_{eff} - b_w) \cdot \frac{(x_1 - h_f)^3}{3} + \alpha_e \cdot A_s \cdot (d - x_1)^2 \quad I_{cf} = 0.057 \text{ m}^4 \quad \text{momento de inercia de la sección fisurada}$$

$$S_{II} := A_s \cdot (d - x_1) \quad \text{momento estático de la armadura en el estado II}$$

debidas a las cargas

$$w_{n\infty I} := \frac{5}{48} \frac{M_{a1} \cdot l^2}{1.05 E_{cm} \cdot I_{ch}} \quad \text{flecha estado I a tiempo } \infty$$

$$w_{n\infty II} := \frac{5}{48} \frac{M_{a1} \cdot l^2}{1.05 E_{cm} \cdot I_{cf}} \quad \text{flecha estado II a tiempo } \infty$$

$$w_{n\infty I}(k_p) := \frac{5}{48} \frac{M_a(k_p) \cdot l^2}{1.05 E_{cm} \cdot I_{ch}} \quad \text{flecha estado I a tiempo } \infty$$

$$w_{n\infty II}(k_p) := \frac{5}{48} \frac{M_a(k_p) \cdot l^2}{1.05 E_{cm} \cdot I_{cf}} \quad \text{flecha estado II a tiempo } \infty$$

debidas a la contracción de fraguado

$$w_{n\epsilon cs\infty I} := \frac{-\epsilon_{cs\infty} \cdot l^2 \cdot \alpha_e \cdot S_I}{8 \cdot I_{ch}} \quad w_{n\epsilon cs\infty I} = 4.5 \cdot \text{mm} \quad \text{flecha estado I a tiempo } \infty$$

$$w_{n\epsilon cs\infty II} := \frac{-\epsilon_{cs\infty} \cdot l^2 \cdot \alpha_e \cdot S_{II}}{8 \cdot I_{cf}} \quad w_{n\epsilon cs\infty II} = 7.1 \cdot \text{mm} \quad \text{flecha estado II a tiempo } \infty$$

Analizamos el efecto de la deformación diferida y contracción de fraguado

$$\zeta := \begin{cases} \left(1 - \beta \left(\frac{M_{cr}}{M_{sos}} \right) \right) & \text{if Estado}_{II} \\ 0 & \text{if Estado}_{I} \end{cases} \quad \text{coeficiente de distribución}$$

$$\beta := \begin{cases} 1 & \text{if carga de corta duración} \\ 0.5 & \text{if carga de larga duración} \end{cases}$$

$$\alpha := \zeta \cdot \alpha_{II} + (1 - \zeta) \cdot \alpha_I \quad \text{parámetro de deformación a adoptar}$$

$$\zeta_1 := 1 - 0.5 \cdot \frac{M_{cr}}{M_{a1}} \quad \zeta(k_p) := 1 - 0.5 \cdot \frac{M_{cr}}{M_a(k_p)}$$

$$w_n(k_p) := \left[\zeta_1 \cdot w_{n\infty III} + (1 - \zeta_1) \cdot w_{n\infty II} + \zeta(k_p) \cdot (w_{n\infty II}(k_p) + w_{n\infty cs\infty II}) \dots \right] \\ + (1 - \zeta(k_p)) \cdot (w_{n\infty I}(k_p) + w_{n\infty cs\infty I})$$

$w_n(k_p) =$

17.1
18.1
19.1
20.2
21.2
22.2
23.2
24.2
25.2
26.2
27.2

·mm

Análisis varios

CIRSOC 201-82

$$\epsilon_{sC} := -35.2 \cdot 10^{-5}$$

$$\epsilon_{s28} := -7.2 \cdot 10^{-5}$$

$$\Delta\phi_C := 2.80$$

$$\Delta\phi_{C365} := 2.15$$

$$E_b = 30594 \cdot \text{MPa}$$

CEB FIP-90

$$\epsilon_{cs} := -54 \cdot 10^{-5}$$

$$\epsilon_{cs28} := -8 \cdot 10^{-5}$$

$$\Delta\phi_{CEB} := 2.63$$

$$\Delta\phi_{CEB365} := 2.0$$

$$E_{CEB} := 29564 \text{MPa}$$

ACI 318-02

$$\epsilon_{sh} := -51.4 \cdot 10^{-5}$$

$$\epsilon_{sh28} := -19.3 \cdot 10^{-5}$$

$$\Delta\phi_{ACI} := 1.76$$

$$\Delta\phi_{ACI365} := 1.36$$

$$E_c = 22631 \cdot \text{MPa}$$

EC-02

$$\epsilon_{csE} := -44 \cdot 10^{-5}$$

$$\epsilon_{csE28} := -11.1 \cdot 10^{-5}$$

$$\Delta\phi_{EC} := 2.64$$

$$\Delta\phi_{EC365} := 2.02$$

$$E_{cm} = 29303 \cdot \text{MPa}$$

$$\frac{\Delta\phi_C}{E_b} = 92 \cdot \frac{10^{-6}}{\text{MPa}}$$

$$\frac{\Delta\phi_{CEB}}{E_{CEB}} = 89 \cdot \frac{10^{-6}}{\text{MPa}}$$

$$\frac{\Delta\phi_{ACI}}{E_c} = 78 \cdot \frac{10^{-6}}{\text{MPa}}$$

$$\frac{\Delta\phi_{EC}}{1.05 \cdot E_{cm}} = 86 \cdot \frac{10^{-6}}{\text{MPa}}$$

$$\frac{\epsilon_{s28}}{\epsilon_{sC}} = 20. \%$$

$$\frac{\epsilon_{cs28}}{\epsilon_{cs}} = 15. \%$$

$$\frac{\epsilon_{sh28}}{\epsilon_{sh}} = 38. \%$$

$$\frac{\epsilon_{csE28}}{\epsilon_{csE}} = 25. \%$$

$$\frac{\Delta\phi_{C365}}{\Delta\phi_C} = 77. \%$$

$$\frac{\Delta\phi_{CEB365}}{\Delta\phi_{CEB}} = 76. \%$$

$$\frac{\Delta\phi_{ACI365}}{\Delta\phi_{ACI}} = 77. \%$$

$$\frac{\Delta\phi_{EC365}}{\Delta\phi_{EC}} = 77. \%$$

Deflexión Viga postesada simplemente apoyada

$l := 28\text{m}$	distancia entre apoyos
$d := 1.40\text{m}$	altura de la viga
$b := 1\text{m}$	ancho del ala
$A := 0.4455\text{m}^2$	sección transversal de la viga
$A_s := 23.8\text{cm}^2$	sección transversal del tensor
$d_{ef} := 0.27\text{m}$	espesor ficticio del elemento
$I := 0.1128\text{m}^4$	momento de inercia de la sección media de la viga
$y_o := 0.567\text{m}$	distancia desde el borde superior al eje neutro
$\gamma_h := 24 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3}$	peso específico del hormigón
$p := 16 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$	sobrecarga actuante fluctuante
$k_p := 0, 0.1 \dots 1$	coef. que contempla el % de la sobrecarga interviniente a tiempo ∞
$P_0 := 2817\text{kN}$	esfuerzo de tesado inicial
$e_p := 0.70\text{m}$	excentricidad del esfuerzo de tesado inicial
$\beta_s := 420 \cdot \text{MPa}$	resistencia característica de las barras de acero
$\beta_{cN} := 21 \cdot \text{MPa}$	resistencia característica a compresión del hormigón
$f_{cm} := 26\text{MPa}$	resistencia media a compresión del hormigón
$f'_c := 22.7 \cdot \text{MPa}$	resistencia característica a compresión del hormigón s/ACI 318-02
A_1	asentamiento del hormigón (1 a 4.5 cm)
$E_b := 6000 \cdot \sqrt{\frac{f_{cm}}{\text{MPa}}} \text{MPa}$	módulo de elasticidad del hormigón s/CIRSOC 201-82
$E_{CEB} := 21500 \cdot \left(\frac{f_{cm}}{10\text{MPa}}\right)^{\frac{1}{3}} \text{MPa}$	módulo de elasticidad del hormigón s/CEB FIP-90
$E_c := 4750 \cdot \sqrt{\frac{f'_c}{\text{MPa}}} \text{MPa}$	módulo de elasticidad del hormigón ACI 318-02
$f_r := 0.2 \cdot \sqrt{\frac{10 \cdot f'_c}{\text{MPa}}} \cdot \text{MPa} \quad f_r = 3 \cdot \text{MPa}$	módulo de rotura s/ACI 318-02
$E_{cm} := 22000 \cdot \left(\frac{f_{cm}}{10\text{MPa}}\right)^{0.3} \text{MPa}$	módulo de elasticidad del hormigón s/EC-02
$f_{ctm} := 0.3 \cdot \left(\frac{f_{cm}}{\text{MPa}} - 8\right)^{\frac{2}{3}} \text{MPa} \quad f_{ctm} = 2.06 \cdot \text{MPa}$	resistencia a flexotracción del hormigón s/EC-02

$E_s := 195000\text{MPa}$ módulo de elasticidad del elemento tensor

$g := \gamma_h \cdot A$ $g = 10.7 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$ peso propio

tiempo de tesado = 20 días

Determinación de los Coef. de deformación diferida

s/CIRSOC 201-82

$$\phi_{inf} - \phi_0 = \Delta\phi$$

$d_{ef} := 26\text{cm}$ espesor ficticio equivalente

$\Delta\phi := 0.75 \cdot 2 \cdot (1.51 - 0.61) + 0.4$ $\Delta\phi = 1.75$ coef. de deformación diferida

$\Delta\phi_{365} := 0.75 \cdot 2 \cdot (1.25 - 0.61) + 0.4$ $\Delta\phi_{365} = 1.36$ coef. de deformación diferida al año de entrar en carga (aprox. 78% del final)

$\epsilon_{s\infty} := -0.75 \cdot 32 \cdot 10^{-5} \cdot (0.87 - 0.15)$ $\epsilon_{s\infty} = -17.28 \cdot 10^{-5}$ contracción de fraguado a tiempo ∞

$\epsilon_{s20} := -0.75 \cdot 32 \cdot 10^{-5} \cdot (0.18 - 0.05)$ $\epsilon_{s20} = -3.12 \cdot 10^{-5}$ contracción de fraguado a 20 días (18%)

$\epsilon_{sC} := \epsilon_{s\infty} - \epsilon_{s20}$ $\epsilon_{sC} = -14.2 \cdot 10^{-5}$ contracción de fraguado a considerar

s/CEB FIP-90

datos

$t_0 := 20$ edad de puesta en carga

$t_s := 3$ curado de 3 días

$t := \blacksquare$ edad de análisis

cemento tipo N

$f_{cm} := f_{ck} + 8\text{MPa}$ resistencia media del hormigón para cemento normal

$\beta_{sc} := 5$

$t_1 := 1$ edad de 1 día

$RH := 70$ humedad relativa

$t := \infty$ edad final

$f_{cm} := 26\text{MPa}$

$h_0 := 0.18\text{m}$ $h_0 := \frac{2A_c}{u}$ espesor ficticio del elemento

$$\beta_s(t) := \sqrt{\frac{t - t_s}{\left[\frac{(t - t_s)}{t_1} + 350 \cdot \left(\frac{h_0}{100\text{mm}} \right)^2 \right]}} \cdot t_1$$

$$\beta_{RH} := -1.55 \cdot \left[1 - \left(\frac{RH}{100} \right)^3 \right]$$

$$\epsilon_s(f_{cm}) := \left[160 + 10 \cdot \beta_{sc} \left(9 - \frac{f_{cm}}{10\text{MPa}} \right) \right] \cdot 10^{-6} \quad \epsilon_s(f_{cm}) = 48 \cdot 10^{-5}$$

$$\epsilon_{cs0} := \epsilon_s(f_{cm}) \cdot \beta_{RH}$$

$$\epsilon_{cs}(t) := \epsilon_{cs0} \cdot \beta_s(t)$$

$$\epsilon_{cs}(\infty) = -48.9 \cdot 10^{-5} \quad \text{contracción de fraguado a tiempo } \infty$$

a 20 días $t_a := 20$ $t := t_a - t_s$

$$\epsilon_{cs}(t) := \epsilon_{cs0} \cdot \beta_s(t) \quad \epsilon_{cs}(t) = -5.4 \cdot 10^{-5} \quad \text{aproximadamente el 11 \%}$$

$$\epsilon_{csCEB} := \epsilon_{cs}(\infty) - \epsilon_{cs}(t) \quad \epsilon_{csCEB} = -43.5 \cdot 10^{-5} \quad \text{contracción de fraguado a considerar}$$

Deformación diferida

$$h := d$$

$$\varphi(t - t_0) := \varphi_0 \cdot \beta_c(t - t_0)^{\blacksquare}$$

$$\beta(t_0) := \frac{1}{0.1 + \left(\frac{t_0}{t_1} \right)^{0.2}} \quad \varphi_{RH} := 1 + \frac{1 - \frac{RH}{100}}{0.46 \cdot \left(\frac{h_0}{100\text{mm}} \right)^{\frac{1}{3}}} \quad \beta_{fm}(f_{cm}) := \frac{5.3}{\sqrt{\frac{f_{cm}}{10\text{MPa}}}}$$

$$\varphi_0 := \varphi_{RH} \cdot \beta_{fm}(f_{cm}) \cdot \beta(t_0) \quad \varphi_0 = 2.6$$

$$\beta_H := 150 \left[1 + \left(1.2 \cdot \frac{RH}{100} \right)^{18} \right] \cdot \frac{h_0}{100\text{mm}} + 250 \quad \beta_H \leq 1500^{\blacksquare} \quad \beta_H = 531.706$$

$$\beta_c(t) := \left[\frac{t - t_0}{t_1 \cdot \left(\beta_H + \frac{t - t_0}{t_1} \right)} \right]^{-0.3}$$

$t := \infty$

$$\varphi(t) := \varphi_0 \cdot \beta_c(t) \quad \varphi(t) = 2.63$$

coef. de deformación diferida a tiempo ∞

a 365 días

$t := 365$

$$\varphi(t) := \varphi_0 \cdot \beta_c(t) \quad \varphi(t) = 1.99$$

aproximadamente el 76 %

s/ACI 318-02

Estimación según método ACI 209R-92

Contracción de fraguado

$$\varepsilon_{sh}(t) := \frac{t}{35 + t} \cdot \varepsilon_{sh,u} \quad \varepsilon_{sh,u} := 780 \cdot \frac{\gamma_{sh} \cdot 10^{-6} \text{ m}}{\text{m}}$$

determinación del factor corrector γ_{sh}

$$\gamma_{sh} := \gamma_{cp} \cdot \gamma_{\lambda} \cdot \gamma_h \cdot \gamma_s \cdot \gamma_{\psi} \cdot \gamma_c \cdot \gamma_a$$

datos

$h := 180$	espesor medio del elemento en mm
$t_{la} := 20$	edad de puesta en carga
$\gamma_{cp} := 1.1$	curado de 3 días
$\gamma := 70$	% de humedad relativa
$s := 30$	asentamiento del hormigón en mm.
$\psi := 48$	porcentaje de árido fino
$c := 300$	cantidad de cemento en kg/m^3 de hormigón
$a := 3$	% de aire ocluido
$e := 2.718$	base logaritmos neperianos

$$\begin{aligned} \gamma_{\lambda} &:= 1.4 - 0.0102\gamma & \gamma_{\lambda} &= 0.686 \\ \gamma_{h1} &:= 1.17 - 0.00114 \cdot h & \gamma_{h1} &= 0.76 \\ \gamma_s &:= 0.89 + 0.00161 \cdot s & \gamma_s &= 0.938 \\ \gamma_{\psi} &:= 0.30 + 0.014 \cdot \psi & \gamma_{\psi} &= 0.972 \\ \gamma_c &:= 0.75 + 0.00061 \cdot c & \gamma_c &= 0.933 \\ \gamma_a &:= 0.95 + 0.008 \cdot a & \gamma_a &= 0.974 & \gamma_a \geq 1 & \gamma_a := 1 \\ \gamma_{sh} &:= \gamma_{cp} \cdot \gamma_{\lambda} \cdot \gamma_{h1} \cdot \gamma_s \cdot \gamma_c \cdot \gamma_{\psi} \cdot \gamma_a & \gamma_{sh} &= 0.488 \end{aligned}$$

$$\epsilon_{sh,u} := -780 \cdot \frac{\gamma_{sh} \cdot 10^{-6} \text{ m}}{\text{m}}$$

$$\epsilon_{sh,u} = -38 \cdot 10^{-5} \quad \text{contracción de fraguado a tiempo } \infty$$

a 20 días $t := 13$

$$\epsilon_{sh}(t) := \frac{t}{35 + t} \cdot \epsilon_{sh,u}$$

$$\epsilon_{sh}(t) = -10.3 \cdot 10^{-5} \quad \text{aproximadamente el 27 \%}$$

$$\epsilon_{sh} := \epsilon_{sh,u} - \epsilon_{sh}(t) \quad \epsilon_{sh} = -27.7 \cdot 10^{-5} \quad \text{contracción de fraguado a considerar}$$

Deformación diferida

$$\nu_t := \frac{t^{0.6}}{10 + t^{0.6}} \cdot \nu_u$$

$$\nu_u := 2.35 \cdot \gamma_c$$

$$\gamma_c := \gamma_{la} \cdot \gamma_{\lambda} \cdot \gamma_{h1} \cdot \gamma_s \cdot \gamma_{\psi} \cdot \gamma_a$$

$$\gamma_{la} := 1.25 \cdot t_{la}^{-0.118} \quad \gamma_{la} = 0.878$$

$$\gamma_{\lambda} := 1.27 - 0.0067\gamma \quad \gamma_{\lambda} = 0.801$$

$$\gamma_{h1} := 1.10 - 0.00067 \cdot h \quad \gamma_{h1} = 0.859$$

$$\gamma_s := 0.82 + 0.00264 \cdot s \quad \gamma_s = 0.899$$

$$\gamma_{\psi} := 0.88 + 0.0024 \cdot \psi \quad \gamma_{\psi} = 0.995$$

$$\gamma_a := 0.46 + 0.09 \cdot a \quad \gamma_a = 0.73 \quad \gamma_a \geq 1 \quad \gamma_a := 1$$

$$\gamma_c := \gamma_{la} \cdot \gamma_{\lambda} \cdot \gamma_{h1} \cdot \gamma_s \cdot \gamma_{\psi} \cdot \gamma_a \quad \gamma_c = 0.54$$

$$\nu_u := 2.35 \cdot \gamma_c$$

$$\nu_u = 1.27 \quad \text{coef. de deformación diferida a tiempo } \infty$$

a 365 días $t := 365$

$$\nu_t := \frac{t^{0.6}}{10 + t^{0.6}} \cdot \nu_u$$

$$\nu_t = 0.98 \quad \text{aproximadamente el 77 \%}$$

s/EC-02

Contracción de fraguado

$$\epsilon_{cs} := \epsilon_{cd} + \epsilon_{ca}$$

datos

$$t_0 := 20$$

edad de puesta en carga en días

$$t_s := 3$$

tiempo de curado en días

$$t := 20$$

edad de análisis en días

cemento tipo N

$$f_{cm} := f_{ck} + 8 \text{MPa}$$

resistencia media del hormigón

$$\alpha_{ds1} := 4$$

coef. que depende del tipo de cemento

$$\alpha_{ds2} := 0.12$$

coef. que depende del tipo de cemento

$$RH := 70$$

% de humedad relativa

$$s := 0.35$$

coef. que tiene en cuenta el tipo de cemento

$$k_h := 0.88$$

coef que depende de la geometría de la pieza

$$h_0 := 180 \text{ mm} \quad h_0 := \frac{2A_c}{u}$$

espesor efectivo de la sección

$$\beta_{cc}(t) := e^{s \cdot \left(1 - \sqrt{\frac{28}{t}}\right)}$$

$$\beta_{cc}(t) = 0.94$$

$$\beta_{RH} := -1.55 \cdot \left[1 - \left(\frac{RH}{100}\right)^3\right]$$

$$\epsilon_{cd0} := 0.85 \cdot \left[\left(220 + 110 \cdot \alpha_{ds1}\right) \cdot e^{-\left(\alpha_{ds2} \cdot \frac{\beta_{cc}(t) \cdot f_{cm}}{10 \text{MPa}}\right)} \right] \cdot 10^{-6} \cdot \beta_{RH}$$

$$\epsilon_{cd0} = -42.6 \cdot 10^{-5}$$

$$\beta_{ds}(t) := \frac{t - t_s}{(t - t_s) + 0.04 \cdot \sqrt{\left(\frac{h_0}{\text{mm}}\right)^3}}$$

$$\beta_{as}(t) := 1 - e^{-0.2\sqrt{t}}$$

$$\epsilon_{cd\infty} := k_h \cdot \epsilon_{cd0}$$

$$\epsilon_{cd\infty} = -37.5 \cdot 10^{-5}$$

$$\epsilon_{ca\infty} := -2.5 \left(\frac{f_{cm}}{\text{MPa}} - 8 - 10 \right) \cdot 10^{-6}$$

$$\epsilon_{ca\infty} = -2 \times 10^{-5}$$

$$\epsilon_{cs\infty} := \epsilon_{cd\infty} + \epsilon_{ca\infty}$$

$$\epsilon_{cs\infty} = -39.5 \cdot 10^{-5}$$

contracción de fraguado a tiempo ∞

a 20 días

$$t := t_0 - t_s$$

$$\epsilon_{cd}(t) := \beta_{ds}(t) k_h \cdot \epsilon_{cd0}$$

$$\epsilon_{cd}(t) = -4.7 \cdot 10^{-5}$$

$$\epsilon_{ca}(t) := \epsilon_{ca\infty} \cdot \beta_{as}(t)$$

$$\epsilon_{ca}(t) = -1.1 \times 10^{-5}$$

$$\epsilon_{cs}(t) := \epsilon_{cd}(t) + \epsilon_{ca}(t)$$

$$\epsilon_{cs}(t) = -5.9 \cdot 10^{-5}$$

aproximadamente el 15 %

$$\epsilon_{csEC} := \epsilon_{cs\infty} - \epsilon_{cs}(t)$$

$$\epsilon_{csEC} = -33.6 \cdot 10^{-5}$$

contracción de fraguado a considerar

Deformación diferida

$$\varphi(\infty, t_0) := \varphi_0 \cdot \beta_c(t, t_0) \blacksquare$$

$$\beta(t_0) := \frac{1}{0.1 + t_0^{0.2}}$$

$$\varphi_{RH} := 1 + \frac{1 - \frac{RH}{100}}{0.1 \cdot \left(\frac{h_0}{\text{mm}} \right)^3}$$

$$\beta_{fm}(f_{cm}) := \frac{16.8}{\sqrt{\frac{f_{cm}}{\text{MPa}}}}$$

$$\varphi_0 := \varphi_{RH} \cdot \beta_{fm}(f_{cm}) \cdot \beta(t_0)$$

$$\varphi_0 = 2.6$$

$$\beta_H := 1.5 \left[1 + (0.012 \cdot RH)^{18} \right] \cdot \frac{h_0}{\text{mm}} + 250$$

$$\beta_H = 531.7$$

$$\beta_H \leq 1500 \blacksquare$$

$$\beta_c(t) := \left(\frac{t - t_0}{\beta_H + t - t_0} \right)^{0.3}$$

$$t := \infty$$

$$\varphi(t) := \varphi_0 \cdot \beta_c(t)$$

$$\varphi(t) = 2.63$$

coef. de deformación diferida a tiempo ∞

a 365 días

t := 365

$$\varphi(t) := \varphi_0 \cdot \beta_c(t)$$

$$\varphi(t) = 1.99$$

aproximadamente el 76 %

Resumen y evolución de la contracción de fraguado

CIRSOC 201-82

$$\epsilon_{s\infty} := -17.28 \cdot 10^{-5}$$

$$\epsilon_{s20} := -3.12 \cdot 10^{-5}$$

18 % a 20 días

$$\epsilon_{sC} := -14.2 \cdot 10^{-5}$$

$$\Delta\phi_C := 1.75$$

CEB FIP-90

$$\epsilon_{cs}(\infty) := -48.9 \cdot 10^{-5}$$

$$\epsilon_{cs}(20) := -5.4 \cdot 10^{-5}$$

11 % a 20 días

$$\epsilon_{cs} := -43.5 \cdot 10^{-5}$$

$$\Delta\phi_{CEB} := 2.63$$

ACI 318-02

$$\epsilon_{sh,u} := -38 \cdot 10^{-5}$$

$$\epsilon_{sh}(20) := -10.3 \cdot 10^{-5}$$

27 % a 20 días

$$\epsilon_{sh} := -27.7 \cdot 10^{-5}$$

$$\Delta\phi_{ACI} := 1.27$$

EC-02

$$\epsilon_{csE}(\infty) := -39.5 \cdot 10^{-5}$$

$$\epsilon_{csE}(20) := -5.9 \cdot 10^{-5}$$

15 % a 20 días

$$\epsilon_{csE} := -33.6 \cdot 10^{-5}$$

$$\Delta\phi_{EC} := 2.63$$

Determinación de las pérdidas

$$q := g + p$$

$$\sigma_{bzgp}(k_p) := \frac{(g + k_p \cdot p) \cdot I^2 \cdot e_p}{8 \cdot I}$$

$$\sigma_{bzp0} := \frac{-P_0 \cdot e_p^2}{I} + \frac{-P_0}{A}$$

$$n_C := \frac{E_s}{E_b}$$

$$n_{CEB} := \frac{E_s}{E_{CEB}}$$

$$n_{ACI} := \frac{E_s}{E_c}$$

$$n_{EC} := \frac{E_s}{1.05 \cdot E_{cm}}$$

$$\sigma_{zP0} := 0.89 \cdot 1330 \text{MPa}$$

11%

adopto como pérdidas 4% fricción y 7% relajación

pérdidas debido a la contracción de fraguado y a la deformación diferida

$$\sigma_{z\phi rC}(k_p) := \frac{\epsilon_{sC} \cdot E_s + n_C \cdot \Delta\phi_C \cdot (\sigma_{bzgp}(k_p) + \sigma_{bzp0})}{1 - \frac{n_C \cdot \sigma_{bzp0}}{\sigma_{zP0}} \cdot \left(1 + \frac{\Delta\phi_C}{2}\right)}$$

$$\rho_C(k_p) := \left| \frac{\sigma_{z\phi rC}(k_p)}{\sigma_{zP0}} \right| \quad \% \text{ de pérdidas s/CIRSOC 201-82}$$

$$\sigma_{z\phi rCEB}(k_p) := \frac{\epsilon_{cs} \cdot E_s + n_{CEB} \cdot \Delta\phi_{CEB} \cdot (\sigma_{bzgp}(k_p) + \sigma_{bzP0})}{1 - \frac{n_{CEB} \cdot \sigma_{bzP0}}{\sigma_{zP0}} \cdot \left(1 + \frac{\Delta\phi_{CEB}}{2}\right)}$$

$$\rho_{CEB}(k_p) := \left| \frac{\sigma_{z\phi rCEB}(k_p)}{\sigma_{zP0}} \right| \quad \% \text{ de pérdidas s/CEB FIP-90}$$

$$\sigma_{z\phi rACI}(k_p) := \frac{\epsilon_{sh} \cdot E_s + n_{ACI} \cdot \Delta\phi_{ACI} \cdot (\sigma_{bzgp}(k_p) + \sigma_{bzP0})}{1 - \frac{n_{ACI} \cdot \sigma_{bzP0}}{\sigma_{zP0}} \cdot \left(1 + \frac{\Delta\phi_{ACI}}{2}\right)}$$

$$\rho_{ACI}(k_p) := \left| \frac{\sigma_{z\phi rACI}(k_p)}{\sigma_{zP0}} \right| \quad \% \text{ de pérdidas s/ACI 318}$$

$$\sigma_{z\phi rEC}(k_p) := \frac{\epsilon_{csE} \cdot E_s + n_{EC} \cdot \Delta\phi_{EC} \cdot (\sigma_{bzgp}(k_p) + \sigma_{bzP0})}{1 - \frac{n_{EC} \cdot \sigma_{bzP0}}{\sigma_{zP0}} \cdot \left(1 + \frac{\Delta\phi_{EC}}{2}\right)}$$

$$\rho_{EC}(k_p) := \left| \frac{\sigma_{z\phi rEC}(k_p)}{\sigma_{zP0}} \right| \quad \% \text{ de pérdidas S/EC-02}$$

Determinación del esfuerzo de tesado final P_{inf}

$$P_{infC}(k_p) := P_0 \cdot (1 - \rho_C(k_p))$$

$$P_{infCEB}(k_p) := P_0 \cdot (1 - \rho_{CEB}(k_p))$$

$$P_{infACI}(k_p) := P_0 \cdot (1 - \rho_{ACI}(k_p))$$

$$P_{infEC}(k_p) := P_0 \cdot (1 - \rho_{EC}(k_p))$$

Determinación de la carga ficticia debido a P_{inf}

$$P_{eqC}(k_p) := \frac{8 \cdot P_{infC}(k_p) \cdot e_P}{l^2}$$

$$P_{eqCEB}(k_p) := \frac{8 \cdot P_{infCEB}(k_p) \cdot e_P}{l^2}$$

$$P_{eqACI}(k_p) := \frac{8 \cdot P_{infACI}(k_p) \cdot e_P}{l^2}$$

$$P_{eqEC}(k_p) := \frac{8 \cdot P_{infEC}(k_p) \cdot e_P}{l^2}$$

Análisis del estado tensional de la sección central

al momento de tesar

$$\sigma_{og} := \frac{P_0 \cdot e_p \cdot y_o}{I} + \frac{-P_0}{A} - \frac{g \cdot l^2 \cdot y_o}{8 \cdot I} \quad \sigma_{og} = -1.7 \cdot \text{MPa}$$

$$\sigma_{ig} := \frac{-P_0 \cdot e_p \cdot (d - y_o)}{I} + \frac{-P_0}{A} + \frac{g \cdot l^2 \cdot (d - y_o)}{8 \cdot I} \quad \sigma_{ig} = -13.1 \cdot \text{MPa}$$

$$\sigma_o := \frac{P_0 \cdot e_p \cdot y_o}{I} + \frac{-P_0}{A} - \frac{q \cdot l^2 \cdot y_o}{8 \cdot I} \quad \sigma_o = -9.6 \cdot \text{MPa}$$

$$\sigma_i := \frac{-P_0 \cdot e_p \cdot (d - y_o)}{I} + \frac{-P_0}{A} + \frac{q \cdot l^2 \cdot (d - y_o)}{8 \cdot I} \quad \sigma_i = -1.6 \cdot \text{MPa}$$

a tiempo ∞

s/CIRSOC 201-82

$$\sigma_{o\infty}(k_p) := \left(\frac{P_{\text{infC}}(k_p) \cdot e_p \cdot y_o}{I} - \frac{P_{\text{infC}}(k_p)}{A} - \frac{q \cdot l^2 \cdot y_o}{8 \cdot I} \right)$$

$$\sigma_{i\infty}(k_p) := \left[\frac{-P_{\text{infC}}(k_p) \cdot e_p \cdot (d - y_o)}{I} - \frac{P_{\text{infC}}(k_p)}{A} + \frac{q \cdot l^2 \cdot (d - y_o)}{8 \cdot I} \right]$$

	0
0	-10
1	-9.9
2	-9.9
3	-9.9
4	-9.9
5	-9.8
6	-9.8
7	-9.8
8	-9.8
9	-9.7
10	-9.7

$\sigma_{o\infty}(k_p) =$.MPa

	0
0	0.8
1	0.7
2	0.5
3	0.4
4	0.2
5	0
6	-0.1
7	-0.3
8	-0.4
9	-0.6
10	-0.8

$\sigma_{i\infty}(k_p) =$.MPa

s/EC-02

$$\sigma_{o\infty}(k_p) := \left(\frac{P_{\text{infEC}}(k_p) \cdot e_p \cdot y_o}{I} - \frac{P_{\text{infEC}}(k_p)}{A} - \frac{q \cdot l^2 \cdot y_o}{8 \cdot I} \right)$$

$$\sigma_{i\infty}(k_p) := \left[\frac{-P_{\text{infEC}}(k_p) \cdot e_p \cdot (d - y_o)}{I} - \frac{P_{\text{infEC}}(k_p)}{A} + \frac{q \cdot l^2 \cdot (d - y_o)}{8 \cdot I} \right]$$

	0			0	
$\sigma_{o\infty}(k_p) =$	0	-10.2	.MPa	0	2.3
	1	-10.2		1	2
	2	-10.1		2	1.8
	3	-10.1		3	1.6
	4	-10.1		4	1.3
	5	-10		5	1.1
	6	-10		6	0.9
	7	-9.9		7	0.6
	8	-9.9		8	0.4
	9	-9.9		9	0.2
	10	-9.8		10	-0.1

dado que para todos los estados de cargas analizados a tiempo ∞ , las tensiones de tracción no superan la resistencia a flexotracción del hormigón (módulo de rotura) se considera la sección en estado I con momento de inercia igual a "I"

Análisis de la deflexión s/CIRSOC 201-82

$$w_{nC}(k_p) := \frac{5}{384} \cdot \frac{l^4}{E_b \cdot I} \left[-p_{eqC}(k_p) + q + \left[g + k_p \cdot p - \frac{p_{eqC}(k_p)}{2} \cdot \frac{(2 - \rho_C(k_p))}{(1 - \rho_C(k_p))} \right] \cdot \Delta\phi_C \right]$$

	0		
$w_{nC}(k_p) =$	0	-12.9	.mm
	1	-7.1	
	2	-1.3	
	3	4.5	
	4	10.3	
	5	16.2	
	6	22	
	7	27.8	
	8	33.6	
	9	39.4	
	10	45.2	

deflexión total debida a "q" con sobrecarga "k_p*p" permanente en el tiempo

Acortamiento longitudinal total de la viga " δL_{total} "

$$\delta L_{total}(k_p) := \frac{P_0 \cdot (2 - \rho_C(k_p)) \cdot l}{2 \cdot E_b \cdot A} \cdot (1 + \Delta\phi_C)$$

$$\delta L_{total}(k_p) =$$

15
15.1
15.1
15.2
15.2
15.3
15.4
15.4
15.5
15.5
15.6

Análisis de la deflexión s/CEB FIP-90

$$w_{nCEB}(k_p) := \frac{5}{384} \cdot \frac{l^4}{E_{CEB} \cdot I} \left[-P_{eqCEB}(k_p) + q + \left[g + k_p \cdot p - \frac{P_{eqCEB}(k_p)}{2} \cdot \frac{(2 - \rho_{CEB}(k_p))}{(1 - \rho_{CEB}(k_p))} \right] \cdot \Delta\phi_{CEB} \right]$$

$$w_{nCEB}(k_p) =$$

-21.3
-12.5
-3.7
5.1
13.9
22.7
31.5
40.3
49.2
58
66.8

deflexión total debida a "q" con sobrecarga "k_p*p" permanente en el tiempo

Acortamiento longitudinal total de la viga "δL_{total}"

$$\delta L_{\text{total}}(k_p) := \frac{P_0 \cdot (2 - \rho_{\text{CEB}}(k_p)) \cdot l}{2 \cdot E_{\text{CEB}} \cdot A} \cdot (1 + \Delta\phi_{\text{CEB}})$$

$$\delta L_{\text{total}}(k_p) =$$

19.6
19.7
19.8
19.9
20.1
20.2
20.3
20.4
20.6
20.7
20.8

Análisis de la deflexión s/ACI 318-02

propiedades de la sección

$I_g := I$ adopto I_g momento de inercia de la sección de hormigón

$$w_{\text{nACI}}(k_p) := \frac{5}{384} \cdot \frac{l^4}{E_c \cdot I_g} \cdot \left[-P_{\text{eqACI}}(k_p) + q + \left[g + k_p \cdot p - \frac{P_{\text{eqACI}}(k_p)}{2} \cdot \frac{(2 - \rho_{\text{ACI}}(k_p))}{(1 - \rho_{\text{ACI}}(k_p))} \right] \cdot \Delta\phi_{\text{ACI}} \right]$$

$$w_{\text{nACI}}(k_p) =$$

-3.7
1.9
7.5
13.2
18.8
24.4
30
35.6
41.2
46.8
52.4

deflexión total debida a "q" con sobrecarga
"k_p*p" permanente en el tiempo

Acortamiento longitudinal total de la viga " δL_{total} "

$$\delta L_{total}(k_p) := \frac{P_0 \cdot (2 - \rho_{ACI}(k_p)) \cdot l}{2 \cdot E_c \cdot A} \cdot (1 + \Delta\phi_{ACI})$$

$$\delta L_{total}(k_p) =$$

16.6
16.7
16.7
16.8
16.9
16.9
17
17.1
17.1
17.2
17.3

·mm

s/EC-02

Análisis de la sección no fisurada

$$\alpha_e := \frac{E_s}{1.05 \cdot E_{cm}} \quad \alpha_e = 6.3 \quad \text{relación entre módulos de elasticidad}$$

$$w_{nEC}(k_p) := \frac{5}{384} \cdot \frac{l^4}{1.05 E_{cm} \cdot I} \left[-p_{eqEC}(k_p) + q + \left[g + k_p \cdot p - \frac{p_{eqEC}(k_p)}{2} \cdot \frac{(2 - \rho_{EC}(k_p))}{(1 - \rho_{EC}(k_p))} \right] \cdot \Delta\phi_{EC} \right]$$

$$w_{nEC}(k_p) =$$

-22.4
-13.9
-5.4
3.1
11.7
20.2
28.7
37.2
45.7
54.2
62.7

·mm

deflexión total debida a "q" con sobrecarga "k_p*p" permanente en el tiempo

Acortamiento longitudinal total de la viga "δL_{total}"

$$\delta L_{\text{total}}(k_p) := \frac{P_0 \cdot (2 - \rho_{EC}(k_p)) \cdot l}{2 \cdot E_{cm} \cdot A} \cdot (1 + \Delta\phi_{EC})$$

$$\delta L_{\text{total}}(k_p) =$$

19.9
20
20.2
20.3
20.4
20.5
20.7
20.8
20.9
21
21.1

Análisis varios

CIRSOC 201-82

$$\epsilon_{sC} := -17.28 \cdot 10^{-5}$$

$$\epsilon_{s20} := -3.12 \cdot 10^{-5}$$

$$\Delta\phi_C := 1.75$$

$$\Delta\phi_{C365} := 1.36$$

$$E_b = 30594 \cdot \text{MPa}$$

CEB FIP-90

$$\epsilon_{cs} := -48.9 \cdot 10^{-5}$$

$$\epsilon_{cs20} := -5.4 \cdot 10^{-5}$$

$$\Delta\phi_{CEB} := 2.63$$

$$\Delta\phi_{CEB365} := 1.99$$

$$E_{CEB} = 29564 \cdot \text{MPa}$$

ACI 318-02

$$\epsilon_{sh} := -38 \cdot 10^{-5}$$

$$\epsilon_{sh20} := -10.3 \cdot 10^{-5}$$

$$\Delta\phi_{ACI} := 1.27$$

$$\Delta\phi_{ACI365} := 0.98$$

$$E_c = 22631 \cdot \text{MPa}$$

EC-02

$$\epsilon_{csE} := -39.5 \cdot 10^{-5}$$

$$\epsilon_{csE20} := -5.9 \cdot 10^{-5}$$

$$\Delta\phi_{EC} := 2.63$$

$$\Delta\phi_{EC365} := 1.99$$

$$E_{cm} = 29303 \cdot \text{MPa}$$

$$\frac{\Delta\phi_C}{E_b} = 57 \cdot \frac{10^{-6}}{\text{MPa}}$$

$$\frac{\Delta\phi_{CEB}}{E_{CEB}} = 89 \cdot \frac{10^{-6}}{\text{MPa}}$$

$$\frac{\Delta\phi_{ACI}}{E_c} = 56 \cdot \frac{10^{-6}}{\text{MPa}}$$

$$\frac{\Delta\phi_{EC}}{1.05 \cdot E_{cm}} = 85 \cdot \frac{10^{-6}}{\text{MPa}}$$

$$\frac{\epsilon_{s20}}{\epsilon_{sC}} = 18. \%$$

$$\frac{\epsilon_{cs20}}{\epsilon_{cs}} = 11. \%$$

$$\frac{\epsilon_{sh20}}{\epsilon_{sh}} = 27. \%$$

$$\frac{\epsilon_{csE20}}{\epsilon_{csE}} = 15. \%$$

$$\frac{\Delta\phi_{C365}}{\Delta\phi_C} = 78. \%$$

$$\frac{\Delta\phi_{CEB365}}{\Delta\phi_{CEB}} = 76. \%$$

$$\frac{\Delta\phi_{ACI365}}{\Delta\phi_{ACI}} = 77. \%$$

$$\frac{\Delta\phi_{EC365}}{\Delta\phi_{EC}} = 76. \%$$

Determinación de la longitud del cable ficticio equivalente

$$y(x) := eP \cdot \left[1 - 4 \frac{(x)^2}{l^2} \right] \quad \text{traza del cable ficticio equivalente}$$

$$L_{\text{tensor_equiv}} := \int_{0m}^{14m} 2 \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{d}{dx} y(x) \right)^2} dx \quad L_{\text{tensor_equiv}} = 28.047 \text{ m}$$

$$\Delta_1 := \frac{P_0 \cdot L_{\text{tensor_equiv}}}{E_s \cdot A_s} \quad \Delta_1 = 170.238 \cdot \text{mm} \quad \text{alargamiento del cable debido a } P_0$$

tolerancia en la medida del alargamiento $\pm 1 \text{ mm}$

$$\sigma_{\Delta_1} := \frac{1 \text{ mm}}{1.645} \quad \text{desvío tipo de } \Delta_1$$

$$P_0 := \frac{\Delta_1 \cdot E_s \cdot A_s}{L_{\text{tensor_equiv}}} \quad \text{fuerza de tesado inicial}$$

$$\delta_{\Delta_1} := \frac{\sigma_{\Delta_1}}{\Delta_1} \quad \delta_{\Delta_1} = 3.571 \times 10^{-3} \quad \text{coef. de variación de } \Delta_1$$

$$\delta_{\text{cable}} := 4.5 \times 10^{-4} \quad \text{coef. de variación de la long. del cable}$$

Viga T de Hormigón Armado

ORIGIN := 1

Unidades básicas : MN , m

(ver A.3- Deflexión Viga T de H° A°.xmcd)

$w_n(k_p) :=$	kp	CIRSOC	CEB	ACI	EC
	0	27	16.9	30.5	17.1
	0.1	27.9	18.2	32.4	18.1
	0.2	28.8	19.5	34.2	19.1
	0.3	29.8	20.8	36	20.2
	0.4	30.7	22.1	37.8	21.2
	0.5	31.7	23.4	39.6	22.2
	0.6	32.6	24.7	41.4	23.2
	0.7	33.5	25.9	43.2	24.2
	0.8	34.5	27.2	45	25.2
	0.9	35.4	28.5	46.8	26.2
	1	36.4	29.8	48.6	27.2

deflexión a tiempo ∞

$$\Delta\phi_C := 2.8$$

Coef. de deformación diferida s/CIRSOC 201-82

$$\epsilon_{sC} := -35.2 \cdot 10^{-5}$$

Contracción de fraguado final s/CIRSOC 201-82

$$\varphi(\infty) := 2.63$$

Coef. de deformación diferida s/CEB FIP-90

$$\epsilon_{cs\infty} := -54 \cdot 10^{-5}$$

Contracción de fraguado final s/CEB FIP-90

$$\nu_{uA} := 1.76$$

Coef. de deformación diferida s/ACI 318-02

$$\epsilon_{sh.uA} := -51.4 \cdot 10^{-5}$$

Contracción de fraguado final s/ACI 318-02

$$\varphi(\infty) := 2.64$$

Coef. de deformación diferida s/EC-02

$$\epsilon_{cs\infty} := -44 \cdot 10^{-5}$$

Contracción de fraguado final s/EC-02

Variables

$l := 10$	largo de la viga
$d := 0.90$	altura de la viga
$b_0 := 0.25$	espesor del alma
$b_{CIRSOC} := 3.80$	ancho colaborante del ala según cada disposición reglamentaria
$b_{ACI} := 2.50$	
$b_{EC02} := 3.20$	
$b_{CEB} := 2.25$	
$d_0 := 0.14$	espesor del ala
$d_1 := 0.06$	distancia desde el borde inferior al baricentro de la armadura
$g := 0.026$	carga actuante
$p := 0.050$	sobrecarga actuante
$\beta_s := 420$	resistencia característica de las barras de acero
$\beta_{cm} := 26$	resistencia media a compresión del hormigón hecho con agregado grueso de piedra partida granítica
$E_s := 205 \cdot 10^3$	módulo de elasticidad del acero
A_3 (10 a 15 cm)	consistencia del hormigón
$\gamma := 1.75$	coef. de seguridad global s/CIRSOC 201-82
$\text{Armadura} = 10 \phi 25 \quad A_s := \frac{10 \cdot \pi (25 \cdot 10^{-3})^2}{4} \quad A_s = 49.087 \cdot 10^{-4} \quad \text{sección de acero dispuesta}$	
$k_p := 0.01 \dots 1$	coef. que contempla el % de la sobrecarga interviniente a tiempo ∞

Análisis s/CIRSOC 201-82

$q(k_p) := g + p + (g + k_p \cdot p) \cdot \Delta \phi_C$	combinación de carga considerada
$E_b := 6000 \cdot \sqrt{\beta_{cm}}$	módulo de elasticidad del hormigón
$n := \frac{E_s}{E_b} \quad n = 6.7$	relación entre módulos de elasticidad
$k_x := 0.118 \quad k_z := 0.96$	
$x := k_x \cdot (d - d_1) \quad x = 0.1$	altura del eje neutro
$z := k_z \cdot (d - d_1) \quad z = 0.81$	brazo elástico interno

$$x := \frac{\sqrt{\frac{b_0}{n \cdot A_s} \left[2 \cdot (d - d_1) + d_0 \cdot \frac{d_0 \cdot (b_{CIRSOC} - b_0)}{n \cdot A_s} \right] + \left[1 + \frac{d_0 \cdot (b_{CIRSOC} - b_0)}{n \cdot A_s} \right]^2} \dots \cdot n \cdot A_s}{+ 0 - \left[1 + \frac{d_0 \cdot (b_{CIRSOC} - b_0)}{n \cdot A_s} \right]} \quad b_0$$

$$I_{II} := \frac{b_{CIRSOC} \cdot x^3}{3} + n \cdot A_s \cdot (d - d_1 - x)^2 \quad \text{momento de inercia de la sección en el estado II}$$

Variables aleatorias

- $X_1 := \beta_{cm}$ resistencia media a compresión del homigón
- $X_2 := \Delta\phi_C$ coef. de deformación diferida
- $X_3 := \epsilon_{sC}$ contracción de fraguado
- $X_4 := \beta_s$ resistencia característica de las barras de acero
- $X_5 := g$ carga actuante
- $X_6 := p$ sobrecarga actuante
- $X_7 := l$ luz entre apoyos
- $X_8 := b_{CIRSOC}$ ancho colaborante del ala según disposición reglamentaria
- $X_9 := b_0$ espesor del alma
- $X_{10} := d$ altura de la viga
- $X_{11} := d_0$ espesor del ala

$$\mu := \begin{pmatrix} 26 \\ 2.8 \\ -35.2 \cdot 10^{-5} \\ 420 \\ 0.026 \\ 0.05 \\ 10 \\ 3.80 \\ 0.25 \\ 0.90 \\ 0.14 \end{pmatrix}$$

valor medio

$$\delta := \begin{pmatrix} 0.1 \\ 0.20 \\ 0.35 \\ 0.044 \\ 10^{-6} \\ 10^{-6} \\ \frac{2.5}{1645} \cdot \sqrt[3]{\left(\frac{10}{\mu_7}\right)^2} \\ \frac{2.5}{1645} \cdot \sqrt[3]{\left(\frac{10}{\mu_8}\right)^2} \\ \frac{2.5}{1645} \cdot \sqrt[3]{\left(\frac{10}{\mu_9}\right)^2} \\ \frac{2.5}{1645} \cdot \sqrt[3]{\left(\frac{10}{\mu_{10}}\right)^2} \\ \frac{2.5}{1645} \cdot \sqrt[3]{\left(\frac{10}{\mu_{11}}\right)^2} \end{pmatrix}$$

coef. de variación

$$\sigma := (|\mu| \cdot \delta)$$

	1
1	2.6
2	0.56
3	$1.232 \cdot 10^{-4}$
4	18.48
5	$2.6 \cdot 10^{-8}$
6	$5 \cdot 10^{-8}$
7	0.015
8	0.011
9	$4.444 \cdot 10^{-3}$
10	$6.811 \cdot 10^{-3}$
11	$3.663 \cdot 10^{-3}$

desvio tipo

Simulación matemática probabilística

$k_p := 0.5$ $N := 500000$ tamaño de la muestra o número de iteraciones

$V_C :=$

```

S1 ← 0
S2 ← 0
for i ∈ 1 .. N
  βcm ← mom(1, μ1, σ1)1
  ΔφC ← mom(1, μ2, σ2)1
  εsC ← mom(1, μ3, σ3)1
  βs ← mom(1, μ4, σ4)1
  g ← mom(1, μ5, σ5)1
  p ← mom(1, μ6, σ6)1
  l ← mom(1, μ7, σ7)1
  bCIRSOC ← mom(1, μ8, σ8)1
  b0 ← mom(1, μ9, σ9)1
  d ← mom(1, μ10, σ10)1
  d0 ← mom(1, μ11, σ11)1
  Eb ← 6000 · √βcm
  x ← 
$$\frac{\left[ \frac{b_0}{n \cdot A_s} \left[ 2 \cdot (d - d_1) + d_0 \cdot \frac{d_0 \cdot (b_{CIRSOC} - b_0)}{n \cdot A_s} \right] + \left[ 1 + \frac{d_0 \cdot (b_{CIRSOC} - b_0)}{n \cdot A_s} \right]^2 \right] \cdot n \cdot A_s}{+ 0 - \left[ 1 + \frac{d_0 \cdot (b_{CIRSOC} - b_0)}{n \cdot A_s} \right]}$$

  III ← 
$$\frac{b_{CIRSOC} \cdot x^3}{3} + n \cdot A_s \cdot (d - d_1 - x)^2$$

  wn ← 
$$\frac{5l^4}{384 \cdot E_b} \left[ \frac{(g + p)}{I_{II}} + \frac{(g + k_p p)}{\left[ \frac{b_{CIRSOC} \cdot x^3}{3} + n \cdot A_s \cdot (d - d_1 - x)^2 \right]} \right] + \frac{-\epsilon_{sC} \cdot l^2}{8 \cdot (d - d_1)}$$

  S1 ← S1 + wn
  S2 ← S2 + (wn)2
μwn ← 
$$\frac{S_1}{N}$$

σwn ← 
$$\sqrt{\frac{S_2}{N} - (\mu_{w_n})^2}$$

VC ← 
$$\begin{pmatrix} \mu_{w_n} \\ \sigma_{w_n} \end{pmatrix}$$

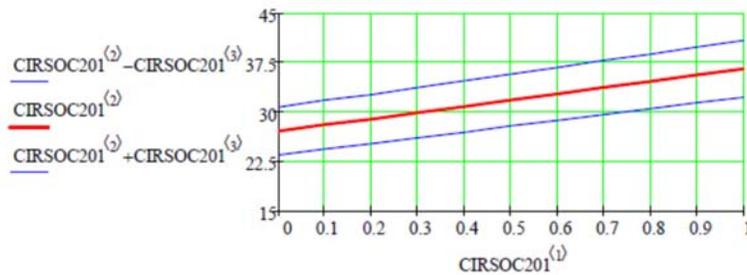

```

$$\begin{aligned} \mu_{wn} &:= VC_1 & \mu_{wn} &= 31.8 \cdot 10^{-3} & \text{valor medio} \\ \sigma_{wn} &:= VC_2 & \sigma_{wn} &= 2.382 \times 10^{-3} & \text{desvío tipo} \\ \delta_{wn} &:= \frac{\sigma_{wn}}{\mu_{wn}} & \delta_{wn} &= 0.075 & \text{coef. de variación} \\ q &:= 0.90 & & & \text{Para una confianza del 90 \%:} \\ \Delta &:= \sigma_{wn} \cdot \text{qnorm}\left(\frac{q+1}{2}, 0, 1\right) & \Delta &= 3.9 \cdot 10^{-3} \\ w_{ninf} &:= \mu_{wn} - \Delta & w_{ninf} &= 27.9 \cdot 10^{-3} \\ w_{nsup} &:= \mu_{wn} + \Delta & w_{nsup} &= 35.7 \cdot 10^{-3} \\ \frac{\Delta \cdot 100}{\mu_{wn}} &= 12 & & & \text{porcentaje de variación respecto a la deflexión media} \end{aligned}$$

Análisis de la influencia de la variación de k_p sobre la dispersión del valor de la deflexión

k_p	$w_n(k_p)$	Δ	%V
0	27.1	3.6	13
0.1	28.1	3.7	13
0.2	28.9	3.7	13
0.3	29.9	3.8	13
0.4	30.8	3.9	12
0.5	31.8	3.9	12
0.6	32.7	4	12
0.7	33.7	4.1	12
0.8	34.6	4.1	12
0.9	35.6	4.2	12
1	36.5	4.3	12

$$\%V_{\text{promedio}} := \frac{\sum_{i=1}^{11} \text{CIRSOC201}_{i,4}}{11} \quad \%V_{\text{promedio}} = 12$$



Análisis s/CEB FIP-90

$$q(k_p) := g + p + (g + k_p \cdot p) \cdot \varphi(\infty) \quad \text{estado de carga considerado}$$

$$f_{cm} := 26 \quad \text{resistencia media a compresión del hormigón}$$

$$E_c := 21500 \cdot \left(\frac{f_{cm}}{10} \right)^{\frac{1}{3}} \text{ MPa} \quad \text{módulo de elasticidad del hormigón}$$

$$n := \frac{E_s}{E_c} \quad \text{relación entre módulos de elasticidad}$$

Variables aleatorias

$$X_1 := f_{cm} \quad \text{resistencia media a compresión del hormigón}$$

$$X_2 := \varphi(\infty) \quad \text{coef. de deformación diferida}$$

$$X_3 := \epsilon_{cs\infty} \quad \text{contracción de fraguado}$$

$$X_4 := \beta_s \quad \text{resistencia característica de las barras de acero}$$

$$X_5 := g \quad \text{carga actuante}$$

$$X_6 := p \quad \text{sobrecarga actuante}$$

$$X_7 := l \quad \text{luz entre apoyos}$$

$$X_8 := b_{CEB} \quad \text{ancho colaborante del ala según disposición reglamentaria}$$

$$X_9 := b_w \quad \text{espesor del alma}$$

$$X_{10} := h \quad \text{altura de la viga}$$

$$X_{11} := h_f \quad \text{espesor del ala}$$

$$X_{12} := f_{cm} \quad \text{resistencia media a tracción del hormigón}$$

$$\mu := \begin{pmatrix} 26 \\ 2.63 \\ -54 \cdot 10^{-5} \\ 420 \\ 0.026 \\ 0.05 \\ 10 \\ 2.25 \\ 0.25 \\ 0.90 \\ 0.14 \end{pmatrix} \quad \delta := \begin{bmatrix} 0.1 \\ 0.20 \\ 0.35 \\ 0.044 \\ 10^{-6} \\ 10^{-6} \\ \frac{2.5}{1645} \cdot \sqrt{\left(\frac{10}{\mu_7}\right)^2} \\ \frac{2.5}{1645} \cdot \sqrt{\left(\frac{10}{\mu_8}\right)^2} \\ \frac{2.5}{1645} \cdot \sqrt{\left(\frac{10}{\mu_9}\right)^2} \\ \frac{2.5}{1645} \cdot \sqrt{\left(\frac{10}{\mu_{10}}\right)^2} \\ \frac{2.5}{1645} \cdot \sqrt{\left(\frac{10}{\mu_{11}}\right)^2} \end{bmatrix} \quad \sigma := (|\mu| \cdot \delta) \quad \sigma =$$

	1
1	2.6
2	0.526
3	1.89 · 10 ⁻⁴
4	18.48
5	2.6 · 10 ⁻⁸
6	5 · 10 ⁻⁸
7	0.015
8	9.243 · 10 ⁻³
9	4.444 · 10 ⁻³
10	6.811 · 10 ⁻³
11	3.663 · 10 ⁻³

valor medio coef. de variación desvio tipo

Simulación matemática probabilística

```

V_C :=
S1 ← 0
S2 ← 0
for i ∈ 1..N
  f_cm ← momm(1, μ_1, σ_1)1
  φ(∞) ← momm(1, μ_2, σ_2)1
  ε_cs∞ ← momm(1, μ_3, σ_3)1
  β_s ← momm(1, μ_4, σ_4)1
  g ← momm(1, μ_5, σ_5)1
  p ← momm(1, μ_6, σ_6)1
  l ← momm(1, μ_7, σ_7)1
  b_CEB ← momm(1, μ_8, σ_8)1
  b_w ← momm(1, μ_9, σ_9)1
  h ← momm(1, μ_10, σ_10)1
  h_f ← momm(1, μ_11, σ_11)1

  E_c ← 21500 ·  $\left(\frac{f_{cm}}{10}\right)^{\frac{1}{3}}$ 
  n ←  $\frac{E_s}{E_c}$ 
  A_ch ← b_w · h + (b_CEB - b_w) · h_f + n · A_s
  v' ←  $\frac{\frac{b_w \cdot h^2}{2} + (b_{CEB} - b_w) \cdot \frac{h_f^2}{2} + n \cdot [A_s \cdot (h - d_1)]}{A_{ch}}$ 
  I_ch ←  $\frac{b_w \cdot h^3}{3} + \frac{(b_{CEB} - b_w) \cdot h_f^3}{3} + n \cdot A_s \cdot (h - d_1)^2 - A_{ch} \cdot v'^2$ 
  S_I ← A_s · (h - d_1 - v')
  f_∞I ←  $\frac{5}{384} \cdot \frac{[g + p + (g + k_p) \cdot p] \cdot \varphi(\infty) \cdot l^4}{E_c \cdot I_{ch}} + \frac{-\epsilon_{cs\infty} \cdot n \cdot S_I \cdot l^2}{8 \cdot I_{ch}}$ 
  f_∞ ← f_∞I
  S1 ← S1 + f_∞
  S2 ← S2 + (f_∞)^2
  μ_f,∞ ←  $\frac{S1}{N}$ 
  σ_f,∞ ←  $\sqrt{\frac{S2}{N} - (\mu_{f,\infty})^2}$ 
  (...)

```

$$V_C \leftarrow \begin{pmatrix} \mu_{f,\infty} \\ \sigma_{f,\infty} \end{pmatrix}$$

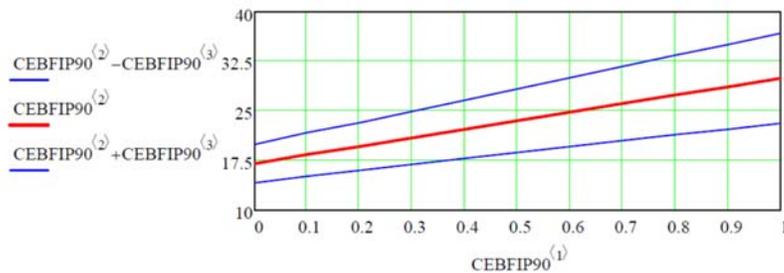
$\mu_{f,\infty} := V_{C_1} \quad \mu_{f,\infty} = 23.4 \cdot 10^{-3} \quad \text{valor medio}$
 $\sigma_{f,\infty} := V_{C_2} \quad \sigma_{f,\infty} = 2.918 \cdot 10^{-3} \quad \text{desvío tipo}$
 $\delta_{f,\infty} := \frac{\sigma_{f,\infty}}{\mu_{f,\infty}} \quad \delta_{f,\infty} = 0.125 \quad \text{coef. de variación}$

$q := 0.90$ Para una confianza del 90 % :
 $\Delta_{f,\infty} := \sigma_{f,\infty} \cdot \text{qnorm}\left(\frac{q+1}{2}, 0, 1\right) \quad \Delta_{f,\infty} = 4.8 \cdot 10^{-3}$
 $f_{\infty\text{inf}} := \mu_{f,\infty} - \Delta_{f,\infty} \quad f_{\infty\text{inf}} = 18.6 \cdot 10^{-3}$
 $f_{\infty\text{sup}} := \mu_{f,\infty} + \Delta_{f,\infty} \quad f_{\infty\text{sup}} = 28.2 \cdot 10^{-3}$
 $\frac{\Delta_{f,\infty} \cdot 100}{\mu_{f,\infty}} = 21 \quad \text{porcentaje de variación respecto a la deflexión media}$

Análisis de la influencia de la variación de k_p sobre la dispersión del valor de la deflexión

k_p	$w_n(k_p)$	Δ	%V
0	16.9	2.9	17
0.1	18.3	3.3	18
0.2	19.5	3.6	19
0.3	20.8	4	19
0.4	22.1	4.4	20
0.5	23.4	4.8	20
0.6	24.7	5.2	21
0.7	26	5.6	22
0.8	27.3	6	22
0.9	28.5	6.4	23
1	29.8	6.8	23

k_p	$w_n(k_p)$	Δ	%V
0	16.9	2.9	17
0.1	18.3	3.3	18
0.2	19.5	3.6	19
0.3	20.8	4	19
0.4	22.1	4.4	20
0.5	23.4	4.8	20
0.6	24.7	5.2	21
0.7	26	5.6	22
0.8	27.3	6	22
0.9	28.5	6.4	23
1	29.8	6.8	23

$$\%V_{\text{promedio}} := \frac{\sum_{i=1}^{11} \text{CEBFIP90}_{i,4}}{11} \quad \%V_{\text{promedio}} = 20$$


Análisis s/ACI 318-02

$\beta_{cNA} := 22.7$	resistencia característica a compresión del hormigón
$q_1 := g + p$	estados de carga analizados
$q_2 := (g + k_p \cdot p) \cdot \frac{0.85}{1 + 50 \cdot \rho'} \cdot \nu_{uA}$	
$E_c := 4750 \cdot \sqrt{\beta_{cNA}}$	módulo de elasticidad del hormigón
$f_t := 0.2 \cdot \sqrt{10 \cdot \beta_{cNA}}$	módulo de rotura
$n := \frac{E_s}{E_c} \quad n = 9.1$	relación entre módulos de elasticidad
$h := d$	
$h_f := d_0$	
$b_w := b_0$	
$\rho' := 0$	cuantía de armadura comprimida

Variables aleatorias

$X_1 := \beta_{cNA}$	resistencia característica a compresión del hormigón
$X_2 := \nu_{uA}$	coef. de deformación diferida
$X_3 := \epsilon_{sh,uA}$	contracción de fraguado
$X_4 := \beta_s$	resistencia característica de las barras de acero
$X_5 := g$	carga actuante
$X_6 := p$	sobrecarga actuante
$X_7 := l$	luz entre apoyos
$X_8 := b_{ACI}$	ancho colaborante del ala según disposición reglamentaria
$X_9 := b_w$	espesor del alma
$X_{10} := h$	altura de la viga
$X_{11} := h_f$	espesor del ala

$\mu := \begin{pmatrix} 22.7 \\ 1.76 \\ -51.4 \cdot 10^{-5} \\ 420 \\ 0.026 \\ 0.05 \\ 10 \\ 2.5 \\ 0.25 \\ 0.90 \\ 0.14 \end{pmatrix}$	$\delta := \begin{bmatrix} 0.1 \\ 0.20 \\ 0.35 \\ 0.044 \\ 10^{-6} \\ 10^{-6} \\ \frac{2.5}{1645} \cdot \sqrt{\left(\frac{10}{\mu_7}\right)^2} \\ \frac{2.5}{1645} \cdot \sqrt{\left(\frac{10}{\mu_8}\right)^2} \\ \frac{2.5}{1645} \cdot \sqrt{\left(\frac{10}{\mu_9}\right)^2} \\ \frac{2.5}{1645} \cdot \sqrt{\left(\frac{10}{\mu_{10}}\right)^2} \\ \frac{2.5}{1645} \cdot \sqrt{\left(\frac{10}{\mu_{11}}\right)^2} \end{bmatrix}$	$\sigma := \overrightarrow{(\mu \cdot \delta)} \quad \sigma =$ <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th></th> <th>1</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>1</td><td>2.27</td></tr> <tr><td>2</td><td>0.352</td></tr> <tr><td>3</td><td>$1.799 \cdot 10^{-4}$</td></tr> <tr><td>4</td><td>18.48</td></tr> <tr><td>5</td><td>$2.6 \cdot 10^{-8}$</td></tr> <tr><td>6</td><td>$5 \cdot 10^{-8}$</td></tr> <tr><td>7</td><td>0.015</td></tr> <tr><td>8</td><td>$9.574 \cdot 10^{-3}$</td></tr> <tr><td>9</td><td>$4.444 \cdot 10^{-3}$</td></tr> <tr><td>10</td><td>$6.811 \cdot 10^{-3}$</td></tr> <tr><td>11</td><td>$3.663 \cdot 10^{-3}$</td></tr> </tbody> </table>		1	1	2.27	2	0.352	3	$1.799 \cdot 10^{-4}$	4	18.48	5	$2.6 \cdot 10^{-8}$	6	$5 \cdot 10^{-8}$	7	0.015	8	$9.574 \cdot 10^{-3}$	9	$4.444 \cdot 10^{-3}$	10	$6.811 \cdot 10^{-3}$	11	$3.663 \cdot 10^{-3}$
	1																									
1	2.27																									
2	0.352																									
3	$1.799 \cdot 10^{-4}$																									
4	18.48																									
5	$2.6 \cdot 10^{-8}$																									
6	$5 \cdot 10^{-8}$																									
7	0.015																									
8	$9.574 \cdot 10^{-3}$																									
9	$4.444 \cdot 10^{-3}$																									
10	$6.811 \cdot 10^{-3}$																									
11	$3.663 \cdot 10^{-3}$																									
valor medio	coef. de variación	desvio tipo																								

Simulación matemática probabilística

```

VA := S1 ← 0
        S2 ← 0
        for i ∈ 1..N
            βcNA ← morm(1, μ1, σ1)1
            νuA ← morm(1, μ2, σ2)1
            εsh,uA ← morm(1, μ3, σ3)1
            βs ← morm(1, μ4, σ4)1
            g ← morm(1, μ5, σ5)1
            p ← morm(1, μ6, σ6)1
            l ← morm(1, μ7, σ7)1
            bACI ← morm(1, μ8, σ8)1
            bw ← morm(1, μ9, σ9)1
            h ← morm(1, μ10, σ10)1
            hf ← morm(1, μ11, σ11)1
            Ec ← 4750 · √βcNA
            ft ← 0.2 · √10 · βcNA
            n ←  $\frac{E_s}{E_c}$ 
            yt ← h -  $\frac{(b_{ACI} - b_w) \cdot h_f^2 + b_w \cdot h^2}{2 \cdot [(b_{ACI} - b_w) \cdot h_f + b_w \cdot h]}$ 
            Ig ←  $\frac{(b_{ACI} - b_w) \cdot h_f^3}{12} + \frac{b_w \cdot h^3}{12} + (b_{ACI} - b_w) \cdot h_f \cdot \left(h - y_t - \frac{h_f}{2}\right)^2 + b_w \cdot h \cdot \left(y_t - \frac{h}{2}\right)^2$ 
            Mcr ←  $\frac{f_t \cdot I_g}{y_t}$ 
            kd ←  $\frac{\sqrt{\frac{b_w}{n \cdot A_s} \left[ 2 \cdot d + h_f \cdot \frac{h_f \cdot (b_{ACI} - b_w)}{n \cdot A_s} \right] + \left[ 1 + \frac{h_f \cdot (b_{ACI} - b_w)}{n \cdot A_s} \right]^2} + 0 - \left[ 1 + \frac{h_f \cdot (b_{ACI} - b_w)}{n \cdot A_s} \right]}{b_w} \cdot n \cdot A_s$ 
            Icr ←  $\frac{(b_{ACI} - b_w) \cdot h_f^3}{12} + (b_{ACI} - b_w) \cdot h_f \cdot \left(k_d - \frac{h_f}{2}\right)^2 + \frac{b_w \cdot k_d^3}{3} + n \cdot A_s \cdot (h - d_1 - k_d)^2$ 
            q1 ← g + p
            q2 ←  $(g + k_p \cdot p) \cdot \frac{0.85}{1 + 50 \cdot \rho} \cdot \nu_{uA}$ 
            Ms1 ←  $\frac{q_1 \cdot l^2}{8}$ 

```

$$\begin{aligned}
 M_a &\leftarrow \frac{q_2 \cdot l^2}{8} \\
 I_{e1} &\leftarrow \left(\frac{M_{cr}}{M_{a1}} \right)^3 \cdot I_g + \left[1 - \left(\frac{M_{cr}}{M_{a1}} \right)^3 \right] \cdot I_{cr} \\
 I_e &\leftarrow \left(\frac{M_{cr}}{M_a} \right)^3 \cdot I_g + \left[1 - \left(\frac{M_{cr}}{M_a} \right)^3 \right] \cdot I_{cr} \\
 \rho &\leftarrow \frac{A_s \cdot 100}{b_{ACI} \cdot h} \\
 A_{sh} &\leftarrow 0.7 \cdot (\rho)^3 \\
 \Delta_{sh} &\leftarrow \frac{-A_{sh} \cdot \epsilon_{sh,uA}}{h} \cdot \frac{l^2}{8} \\
 \Delta_{cp\infty} &\leftarrow \frac{5}{48} \frac{l^2}{E_c} \cdot \left[\frac{M_{a1}}{\left(\begin{array}{l} I_{e1} \text{ if } I_{e1} \leq I_g \\ I_g \text{ if } I_{e1} > I_g \end{array} \right)} + \frac{M_a}{\left(\begin{array}{l} I_e \text{ if } I_e \leq I_g \\ I_g \text{ if } I_e > I_g \end{array} \right)} \right] \\
 w_n &\leftarrow \Delta_{sh} + \Delta_{cp\infty} \\
 S_1 &\leftarrow S_1 + w_n \\
 S_2 &\leftarrow S_2 + (w_n)^2 \\
 \mu_{wn1} &\leftarrow \frac{S_1}{N} \\
 \sigma_{wn1} &\leftarrow \sqrt{\frac{S_2}{N} - (\mu_{wn1})^2} \\
 V_A &\leftarrow \begin{pmatrix} \mu_{wn1} \\ \sigma_{wn1} \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \mu_{wnA} &:= V_{A1} & \mu_{wnA} &= 39.5 \cdot 10^{-3} & \text{valor medio} \\
 \sigma_{wnA} &:= V_{A2} & \sigma_{wnA} &= 3.901 \cdot 10^{-3} & \text{desvío tipo} \\
 \delta_{wnA} &:= \frac{\sigma_{wn}}{\mu_{wn}} & \delta_{wnA} &= 0.075 & \text{coef. de variación}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 q &:= 0.90 & \text{Para una confianza del 90 \% :} \\
 \Delta_A &:= \sigma_{wnA} \cdot qnorm\left(\frac{q+1}{2}, 0, 1\right) & \Delta_A &= 6.4 \cdot 10^{-3} \\
 w_{ninfA} &:= \mu_{wnA} - \Delta_A & w_{ninfA} &= 33.1 \cdot 10^{-3} \\
 w_{nsupA} &:= \mu_{wnA} + \Delta_A & w_{nsupA} &= 45.9 \cdot 10^{-3}
 \end{aligned}$$

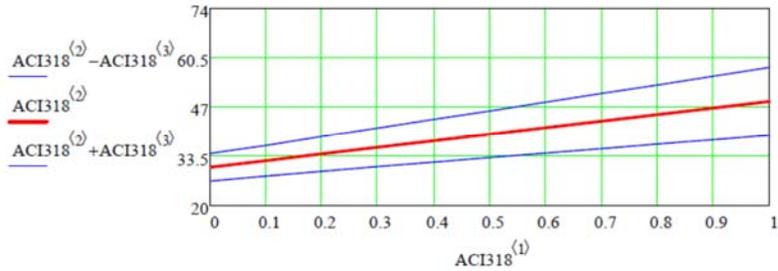
$$\frac{\Delta_A \cdot 100}{\mu_{wnA}} = 16$$

porcentaje de variación respecto a la deflexión media

Análisis de la influencia de la variación de k_p sobre la dispersión del valor de la deflexión

k_p	$w_n(k_p)$	Δ	%V
0	30.4	3.8	12
0.1	32.2	4.2	13
0.2	34.1	4.8	14
0.3	35.9	5.3	15
0.4	37.7	5.9	16
0.5	39.5	6.4	16
0.6	41.3	7.0	17
0.7	43.1	7.6	18
0.8	44.9	8.1	18
0.9	46.7	8.7	19
1	48.5	9.3	19

$$\%V_{promedio} := \frac{\sum_{i=1}^{11} ACI318_{i,4}}{11} \quad \%V_{promedio} = 16$$



Análisis s/EC-02

$$q_1 := g + p$$

Estado de carga 1

$$q_2(k_p) := (g + k_p \cdot p) \cdot \varphi(\infty)$$

Estado de carga 2

$$f_{cm} := 26$$

resistencia característica a compresión del hormigón

$$f_{ck} := f_{cm} - 8$$

resistencia media a compresión del hormigón

$$E_{cm} := 22000 \cdot \left(\frac{f_{ck} + 8}{10} \right)^{0.3}$$

módulo de elasticidad del hormigón

$$\alpha_e := \frac{E_s \cdot (1 + \varphi(\infty))}{1.05 \cdot E_{cm}} \quad \text{relación entre módulos de elasticidad}$$

$$f_{ctm} := 0.3 \cdot (f_{cm} - 8)^{\frac{2}{3}} \quad f_{ctm} = 2.06 \quad \text{resistencia media a tracción del hormigón}$$

Variables aleatorias

- X₁ := f_{cm} resistencia media a compresión del hormigón
- X₂ := φ(∞) coef. de deformación diferida
- X₃ := ε_{cs∞} contracción de fraguado
- X₄ := β_s resistencia característica de las barras de acero
- X₅ := g carga actuante
- X₆ := p sobrecarga actuante
- X₇ := l luz entre apoyos
- X₈ := b_{EC02} ancho colaborante del ala según disposición reglamentaria
- X₉ := b_w espesor del alma
- X₁₀ := h altura de la viga
- X₁₁ := h_f espesor del ala

$$\mu := \begin{pmatrix} 26 \\ 2.64 \\ -44 \cdot 10^{-5} \\ 420 \\ 0.026 \\ 0.05 \\ 10 \\ 3.20 \\ 0.25 \\ 0.90 \\ 0.14 \end{pmatrix}$$

valor medio

$$\delta := \begin{pmatrix} 0.1 \\ 0.20 \\ 0.30 \\ 0.044 \\ 10^{-6} \\ 10^{-6} \\ \frac{2.5}{1645} \cdot \sqrt[3]{\left(\frac{10}{\mu_7}\right)^2} \\ \frac{2.5}{1645} \cdot \sqrt[3]{\left(\frac{10}{\mu_8}\right)^2} \\ \frac{2.5}{1645} \cdot \sqrt[3]{\left(\frac{10}{\mu_9}\right)^2} \\ \frac{2.5}{1645} \cdot \sqrt[3]{\left(\frac{10}{\mu_{10}}\right)^2} \\ \frac{2.5}{1645} \cdot \sqrt[3]{\left(\frac{10}{\mu_{11}}\right)^2} \end{pmatrix}$$

coef. de variación

$$\sigma := (\|\mu\| \cdot \delta) \rightarrow \sigma =$$

	1
1	2.6
2	0.528
3	1.32 · 10 ⁻⁴
4	18.48
5	2.6 · 10 ⁻⁸
6	5 · 10 ⁻⁸
7	0.015
8	0.01
9	4.444 · 10 ⁻³
10	6.811 · 10 ⁻³
11	3.663 · 10 ⁻³

desvio tipo

Simulación matemática probabilística

```

VC :=
S1 ← 0
S2 ← 0
for i ∈ 1..N
  fcm ← momm(1, μ1, σ1)1
  φ(∞) ← momm(1, μ2, σ2)1
  εcs∞ ← momm(1, μ3, σ3)1
  βs ← momm(1, μ4, σ4)1
  g ← momm(1, μ5, σ5)1
  p ← momm(1, μ6, σ6)1
  l ← momm(1, μ7, σ7)1
  bEC02 ← momm(1, μ8, σ8)1
  bw ← momm(1, μ9, σ9)1
  h ← momm(1, μ10, σ10)1
  hf ← momm(1, μ11, σ11)1
  Ecm ← 22000 ·  $\left(\frac{f_{cm}}{10}\right)^{0.3}$ 
  fctm ← 0.3 · (fcm - 8) $\frac{2}{3}$ 
  αe ←  $\frac{E_s \cdot (1 + \varphi(\infty))}{1.05 \cdot E_{cm}}$ 
  Ach ← bw · h + (bEC02 - bw) · hf + αe · As
  v' ←  $\frac{\frac{b_w \cdot h^2}{2} + (b_{EC02} - b_w) \cdot \frac{h_f^2}{2} + \alpha_e \cdot [A_s \cdot (h - d_1)]}{A_{ch}}$ 
  Ich ←  $\frac{b_w \cdot h^3}{3} + \frac{(b_{EC02} - b_w) \cdot h_f^3}{3} + \alpha_e \cdot A_s \cdot (h - d_1)^2 - A_{ch} \cdot v'^2$ 
  Mcr ← fctm ·  $\frac{I_{ch}}{h - v'}$ 
  f(x) ←  $\frac{b_w \cdot x^2}{2} + [(b_{EC02} - b_w) \cdot h_f + \alpha_e \cdot A_s] \cdot x - \left[ (b_{EC02} - b_w) \cdot \frac{h_f^2}{2} + \alpha_e \cdot [A_s \cdot (h - d_1)] \right]$ 
  x1 ← root(f(x), x, 0, h)
  Icf ←  $\frac{b_{EC02} \cdot x_1^3}{3} - (b_{EC02} - b_w) \cdot \frac{(x_1 - h_f)^3}{3} + \alpha_e \cdot A_s \cdot (h - d_1 - x_1)^2$ 

```

$$\begin{aligned}
 S_I &\leftarrow A_s \cdot (h - d_1 - v) \\
 S_{II} &\leftarrow A_s \cdot (h - d_1 - x_1) \\
 q_1 &\leftarrow g + p \\
 q_2 &\leftarrow (g + k_p \cdot p) \cdot \varphi(\infty) \\
 M_{a1} &\leftarrow \frac{q_1 \cdot l^2}{8} \\
 M_a &\leftarrow \frac{q_2 \cdot l^2}{8} \\
 f_{\infty II} &\leftarrow \frac{5}{48} \frac{M_{a1} \cdot l^2}{1.05 E_{cm} \cdot I_{ch}} \\
 f_{\infty III} &\leftarrow \frac{5}{48} \frac{M_{a1} \cdot l^2}{1.05 E_{cm} \cdot I_{cf}} \\
 f_{\infty I} &\leftarrow \frac{5}{48} \frac{M_a \cdot l^2}{1.05 E_{cm} \cdot I_{ch}} + \frac{-l^2 \cdot \epsilon_{cs\infty} \cdot \alpha_e \cdot S_I}{8 \cdot I_{ch}} \\
 f_{\infty II} &\leftarrow \frac{5}{48} \frac{M_a \cdot l^2}{1.05 E_{cm} \cdot I_{cf}} + \frac{-l^2 \cdot \epsilon_{cs\infty} \cdot \alpha_e \cdot S_{II}}{8 \cdot I_{cf}} \\
 \zeta_1 &\leftarrow 1 - 0.5 \cdot \frac{M_{cr}}{M_{a1}} \\
 \zeta &\leftarrow 1 - 0.5 \cdot \frac{M_{cr}}{M_a} \\
 f_{\infty} &\leftarrow \zeta_1 \cdot f_{\infty III} + (1 - \zeta_1) \cdot f_{\infty II} + \zeta \cdot f_{\infty II} + (1 - \zeta) \cdot f_{\infty I} \\
 S_1 &\leftarrow S_1 + f_{\infty} \\
 S_2 &\leftarrow S_2 + (f_{\infty})^2 \\
 \mu_{f,\infty} &\leftarrow \frac{S_1}{N} \\
 \sigma_{f,\infty} &\leftarrow \sqrt{\frac{S_2}{N} - (\mu_{f,\infty})^2} \\
 V_C &\leftarrow \left(\frac{\mu_{f,\infty}}{\sigma_{f,\infty}} \right)
 \end{aligned}$$

$\mu_{f,\infty} := V_{C_1}$	$\mu_{f,\infty} = 22.5 \cdot 10^{-3}$	valor medio
$\sigma_{f,\infty} := V_{C_2}$	$\sigma_{f,\infty} = 3.517 \cdot 10^{-3}$	desvío tipo
$\delta_{f,\infty} := \frac{\sigma_{f,\infty}}{\mu_{f,\infty}}$	$\delta_{f,\infty} = 0.157$	coef. de variación

$q := 0.90$

Para una confianza del 90 % :

$\Delta_{f,\infty} := \sigma_{f,\infty} \cdot \text{qnorm}\left(\frac{q+1}{2}, 0, 1\right)$

$\Delta_{f,\infty} = 5.785 \times 10^{-3}$

$f_{\infty\text{inf}} := \mu_{f,\infty} - \Delta_{f,\infty}$

$f_{\infty\text{inf}} = 16.7 \cdot 10^{-3}$

$f_{\infty\text{sup}} := \mu_{f,\infty} + \Delta_{f,\infty}$

$f_{\infty\text{sup}} = 28.2 \cdot 10^{-3}$

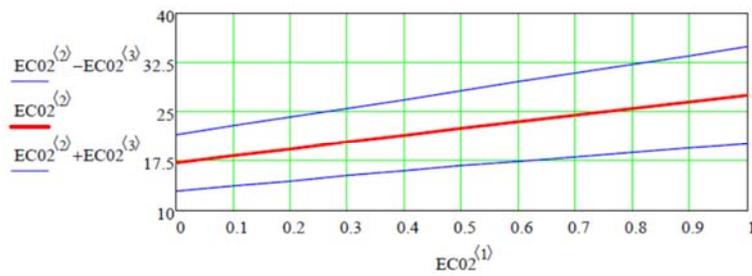
$\frac{\Delta_{f,\infty} \cdot 100}{\mu_{f,\infty}} = 26$

porcentaje de variación respecto a la deflexión media

Análisis de la influencia de la variación de k_p sobre la dispersión del valor de la deflexión

k_p	$w_n(k_p)$	Δ	%V
0	17.2	4.3	25
0.1	18.3	4.6	25
0.2	19.3	4.9	25
0.3	20.4	5.1	25
0.4	21.4	5.4	25
0.5	22.5	5.7	26
0.6	23.5	6.1	26
0.7	24.5	6.4	26
0.8	25.5	6.7	26
0.9	26.5	7	27
1	27.5	7.4	27

$\%V_{\text{promedio}} := \frac{\sum_{i=1}^{11} EC02_{i,4}}{11} = 26$



Viga de Hormigón Postesado s/CIRSOC 201-82

ORIGIN := 1

Unidades básicas : MN , m

Valores analizados simulando las variables aleatorias

(ver A.4 - Deflexión Viga postesada.xmcd)

$$w_n(k_p) := \begin{pmatrix} k_p & \text{CIRSOC} & \text{CEB} & \text{ACI} & \text{EC} \\ 0 & -12.9 & -21.3 & -3.7 & -22.4 \\ 0.1 & -7.1 & -12.5 & 1.9 & -13.9 \\ 0.2 & -1.3 & -3.7 & 7.5 & -5.4 \\ 0.3 & 4.5 & 5.1 & 13.2 & 3.1 \\ 0.4 & 10.3 & 13.9 & 18.8 & 11.7 \\ 0.5 & 16.2 & 22.7 & 24.4 & 20.2 \\ 0.6 & 22 & 31.5 & 30 & 28.7 \\ 0.7 & 27.8 & 40.3 & 35.6 & 37.2 \\ 0.8 & 33.6 & 49.2 & 41.2 & 45.7 \\ 0.9 & 39.4 & 58 & 46.8 & 54.2 \\ 1 & 45.2 & 66.8 & 52.4 & 62.7 \end{pmatrix} \quad \delta L_{\text{total}}(k_p) := \begin{pmatrix} k_p & \text{CIRSOC} & \text{CEB} & \text{ACI} & \text{EC} \\ 0 & 15 & 19.6 & 16.6 & 19.9 \\ 0.1 & 15.1 & 19.7 & 16.7 & 20 \\ 0.2 & 15.1 & 19.8 & 16.7 & 20.2 \\ 0.3 & 15.2 & 19.9 & 16.8 & 20.3 \\ 0.4 & 15.2 & 20.1 & 16.9 & 20.4 \\ 0.5 & 15.3 & 20.2 & 16.9 & 20.5 \\ 0.6 & 15.4 & 20.3 & 17 & 20.7 \\ 0.7 & 15.4 & 20.4 & 17.1 & 20.8 \\ 0.8 & 15.5 & 20.6 & 17.1 & 20.9 \\ 0.9 & 15.5 & 20.7 & 17.2 & 21 \\ 1 & 15.6 & 20.8 & 17.3 & 21.1 \end{pmatrix}$$

 $\beta_{cN} := 21 \text{ MPa}$ resistencia característica a compresión del hormigón $f_{cm} := 26 \text{ MPa}$ resistencia media a compresión del hormigón

Variables determinísticas (fijas)

 $A_s := 23.8 \text{ cm}^2$ sección de acero del tensor

Variables aleatorias		Variables aleatorias simulando P ₀	
X ₁ := γ _h [█]	peso específico del hormigón	X ₁ := γ _h [█]	peso específico del hormigón
X ₂ := p [█]	sobrecarga	X ₂ := p [█]	sobrecarga
X ₃ := P ₀ [█]	esfuerzo de tesado	X ₃ := L _{tensor_equiv} [█]	longitud del tensor equivalente
X ₄ := e _p [█]	excentricidad del tensor	X ₄ := e _p [█]	excentricidad del tensor
X ₅ := A [█]	sección transversal	X ₅ := A [█]	sección transversal
X ₆ := E _s [█]	módulo de elasticidad del tensor	X ₆ := E _s [█]	módulo de elasticidad del tensor
X ₇ := f _{cm} [█]	resistencia media a compresión de hormigón	X ₇ := f _{cm} [█]	resistencia media a compresión del hormigón
X ₈ := ε _{sC} [█]	contracción de fraguado	X ₈ := ε _{sC} [█]	contracción de fraguado
X ₉ := Δφ _C [█]	coef. de deformación diferida	X ₉ := Δφ _C [█]	coef. de deformación diferida
X ₁₀ := l [█]	luz entre apoyos	X ₁₀ := l [█]	luz entre apoyos
X ₁₁ := f _{yr} [█]	resistencia del acero del tensor	X ₁₁ := f _{yr} [█]	resistencia del acero del tensor
X ₁₂ := I [█]	momento de inercia de la sección de hormigón	X ₁₂ := Δ _{1_tensor} [█]	alargamiento del tensor
		X ₁₃ := I [█]	momento de inercia de la sección de hormigón

$\mu := \begin{pmatrix} 0.024 \\ 0.0160 \\ 2.818 \\ 0.70 \\ 0.4455 \\ 195000 \\ 26 \\ -14.2 \cdot 10^{-5} \\ 1.75 \\ 28 \\ 1900 \\ 0.1128 \end{pmatrix}$	$\delta := \begin{pmatrix} 0.02 \\ 10^{-6} \\ 0.04 \\ \frac{2.5}{1645} \cdot \sqrt{\left(\frac{10}{\mu_4}\right)^2} \\ 0.013 \\ 0.044 \\ 0.1 \\ 0.30 \\ 0.20 \\ 30 \\ 1645 \cdot \mu_{10} \\ 0.038 \\ 0.017 \end{pmatrix}$	$\sigma := (\mu \cdot \delta)$	<table border="1"> <thead> <tr> <th></th> <th>1</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>1</td><td>4.8 · 10⁻⁴</td></tr> <tr><td>2</td><td>1.6 · 10⁻⁸</td></tr> <tr><td>3</td><td>0.113</td></tr> <tr><td>4</td><td>6.263 · 10⁻³</td></tr> <tr><td>5</td><td>5.792 · 10⁻³</td></tr> <tr><td>6</td><td>8.58 · 10³</td></tr> <tr><td>7</td><td>2.6</td></tr> <tr><td>8</td><td>4.26 · 10⁻⁵</td></tr> <tr><td>9</td><td>0.35</td></tr> <tr><td>10</td><td>0.018</td></tr> <tr><td>11</td><td>72.2</td></tr> <tr><td>12</td><td>1.918 · 10⁻³</td></tr> </tbody> </table>		1	1	4.8 · 10 ⁻⁴	2	1.6 · 10 ⁻⁸	3	0.113	4	6.263 · 10 ⁻³	5	5.792 · 10 ⁻³	6	8.58 · 10 ³	7	2.6	8	4.26 · 10 ⁻⁵	9	0.35	10	0.018	11	72.2	12	1.918 · 10 ⁻³
	1																												
1	4.8 · 10 ⁻⁴																												
2	1.6 · 10 ⁻⁸																												
3	0.113																												
4	6.263 · 10 ⁻³																												
5	5.792 · 10 ⁻³																												
6	8.58 · 10 ³																												
7	2.6																												
8	4.26 · 10 ⁻⁵																												
9	0.35																												
10	0.018																												
11	72.2																												
12	1.918 · 10 ⁻³																												
valor medio	coef. de variación		desvio tipo																										

Simulación (con Ctrl + F9 recalcula con otra SEED)

$k_p := 0.5$ $N := 5000000$ tamaño de la muestra o número de iteraciones

```

V := | S1w,nC ← 0
      S2w,nC ← 0
      S1δL,total ← 0
      S2δL,total ← 0
      for i ∈ 1 .. N
        |  $\gamma_h \leftarrow \text{morm}(1, \mu_1, \sigma_1)_1$ 
        |  $p \leftarrow \text{morm}(1, \mu_2, \sigma_2)_1$ 
        |  $P_0 \leftarrow \text{morm}(1, \mu_3, \sigma_3)_1$ 
        |  $e_p \leftarrow \text{morm}(1, \mu_4, \sigma_4)_1$ 
        |  $A \leftarrow \text{morm}(1, \mu_5, \sigma_5)_1$ 
        |  $E_s \leftarrow \text{morm}(1, \mu_6, \sigma_6)_1$ 
        |  $f_{cm} \leftarrow \text{morm}(1, \mu_7, \sigma_7)_1$ 
        |  $\epsilon_{sC} \leftarrow \text{morm}(1, \mu_8, \sigma_8)_1$ 
        |  $\Delta\phi_C \leftarrow \text{morm}(1, \mu_9, \sigma_9)_1$ 
        |  $I \leftarrow \text{morm}(1, \mu_{10}, \sigma_{10})_1$ 
        |  $f_{yT} \leftarrow \text{morm}(1, \mu_{11}, \sigma_{11})_1$ 
        |  $I \leftarrow \text{morm}(1, \mu_{12}, \sigma_{12})_1$ 
        |  $g \leftarrow \gamma_h \cdot A$ 
        |  $q \leftarrow g + p$ 
        |  $E_b \leftarrow 6000 \cdot \sqrt{f_{cm}}$ 
        |  $n_C \leftarrow \frac{E_s}{E_b}$ 
        |  $\sigma_{bzgp} \leftarrow \frac{(g + k_p \cdot p) \cdot I^2 \cdot e_p}{8 \cdot I}$ 
        |  $\sigma_{bzP0} \leftarrow \frac{-P_0 \cdot e_p^2}{I} + \frac{-P_0}{A}$ 
        |  $\sigma_{zP0} \leftarrow 0.89 \cdot 0.7 \cdot f_{yT}$ 
        |  $\sigma_{z\phi rC} \leftarrow \frac{\epsilon_{sC} \cdot E_s + n_C \cdot \Delta\phi_C \cdot (\sigma_{bzgp} + \sigma_{bzP0})}{1 - \frac{n_C \cdot \sigma_{bzP0}}{\sigma_{zP0}} \cdot \left(1 + \frac{\Delta\phi_C}{2}\right)}$ 

```

$$\rho_C \leftarrow \left| \frac{\sigma_{z\phi rC}}{\sigma_{zP0}} \right|$$

$$P_{\text{inf}C} \leftarrow P_0 \cdot (1 - \rho_C)$$

$$P_{\text{eq}C} \leftarrow \frac{8 \cdot P_{\text{inf}C} \cdot e_p}{l^2}$$

$$w_{nC} \leftarrow \frac{5}{384} \cdot \frac{l^4}{E_b \cdot I} \left[-P_{\text{eq}C} + q + \left[g + k_p \cdot p - \frac{P_{\text{eq}C} \cdot (2 - \rho_C)}{2 \cdot (1 - \rho_C)} \right] \cdot \Delta\phi_C \right]$$

$$\delta L_{\text{total}} \leftarrow \frac{P_0 \cdot (2 - \rho_C) \cdot l}{2 \cdot E_b \cdot A} \cdot (1 + \Delta\phi_C)$$

$$S1_{w.nC} \leftarrow S1_{w.nC} + w_{nC}$$

$$S2_{w.nC} \leftarrow S2_{w.nC} + w_{nC}^2$$

$$S1_{\delta L.\text{total}} \leftarrow S1_{\delta L.\text{total}} + \delta L_{\text{total}}$$

$$S2_{\delta L.\text{total}} \leftarrow S2_{\delta L.\text{total}} + \delta L_{\text{total}}^2$$

$$\mu_{w.nC} \leftarrow \frac{S1_{w.nC}}{N}$$

$$\sigma_{w.nC} \leftarrow \sqrt{\frac{S2_{w.nC}}{N} - \mu_{w.nC}^2}$$

$$\mu_{\delta L.\text{total}} \leftarrow \frac{S1_{\delta L.\text{total}}}{N}$$

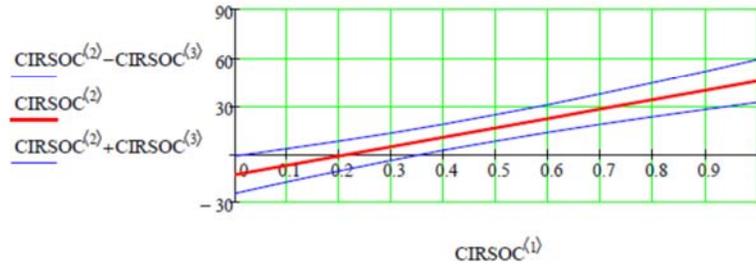
$$\sigma_{\delta L.\text{total}} \leftarrow \sqrt{\frac{S2_{\delta L.\text{total}}}{N} - \mu_{\delta L.\text{total}}^2}$$

$$V \leftarrow \begin{pmatrix} \mu_{w.nC} \\ \sigma_{w.nC} \\ \mu_{\delta L.\text{total}} \\ \sigma_{\delta L.\text{total}} \end{pmatrix}$$

deflexión

$\mu_{w.nC} := V_1$	$\mu_{w.nC} = 16.3 \cdot 10^{-3}$	valor medio
$\sigma_{w.nC} := V_2$	$\sigma_{w.nC} = 5 \cdot 10^{-3}$	desvío tipo
$\delta_{w.nC} := \left \frac{\sigma_{w.nC}}{\mu_{w.nC}} \right $	$\delta_{w.nC} = 0.304$	coef. de variación

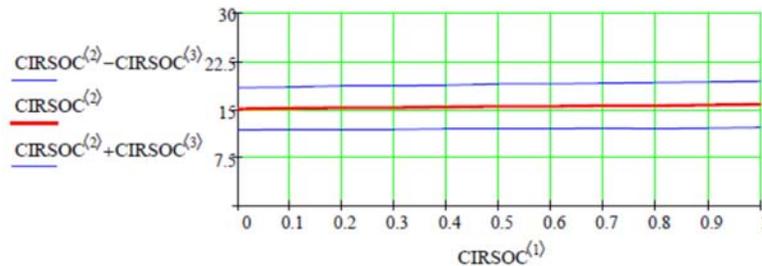
$$\%V_{\text{promedio}} := \frac{\sum_{i=1}^{11} \text{CIRSOC}_{i,4}}{11} \quad \%V_{\text{promedio}} = 136$$



Análisis de la influencia de la variación de "k_p" sobre la dispersión del valor del acortamiento longitudinal total.

k _p	δL _{total} (k _p)	Δ	%V
0	15	3.3	22
0.1	15.1	3.3	22.1
0.2	15.2	3.4	22.3
0.3	15.2	3.4	22.4
0.4	15.3	3.4	22.5
0.5	15.4	3.5	22.7
0.6	15.4	3.5	22.8
0.7	15.5	3.5	22.9
0.8	15.5	3.6	23
0.9	15.6	3.6	23.1
1	15.7	3.6	23.3

$$\%V_{\text{promedio}} := \frac{\sum_{i=1}^{11} \text{CIRSOC}_{i,4}}{11} \quad \%V_{\text{promedio}} = 23$$



Simulando P_0

$\mu := \begin{pmatrix} 0.024 \\ 0.0160 \\ 28.047 \\ 0.70 \\ 0.4455 \\ 195000 \\ 26 \\ -14.2 \cdot 10^{-5} \\ 1.75 \\ 28 \\ 1900 \\ 0.1703 \\ 0.1128 \end{pmatrix}$	$\delta := \begin{pmatrix} 0.02 \\ 10^{-6} \\ 4.5 \times 10^{-4} \\ \frac{2.5}{1645} \sqrt[3]{\left(\frac{10}{\mu_4}\right)^2} \\ 0.013 \\ 0.044 \\ 0.1 \\ 0.30 \\ 0.20 \\ \frac{30}{1645 \cdot \mu_{10}} \\ 0.038 \\ \frac{1}{1645 \cdot \mu_{12}} \\ 0.017 \end{pmatrix}$	$\sigma := (\mu \cdot \delta) \rightarrow \sigma =$	<table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td></td><td>1</td></tr> <tr><td>1</td><td>$4.8 \cdot 10^{-4}$</td></tr> <tr><td>2</td><td>$1.6 \cdot 10^{-8}$</td></tr> <tr><td>3</td><td>0.013</td></tr> <tr><td>4</td><td>$6.263 \cdot 10^{-3}$</td></tr> <tr><td>5</td><td>$5.792 \cdot 10^{-3}$</td></tr> <tr><td>6</td><td>$8.58 \cdot 10^3$</td></tr> <tr><td>7</td><td>2.6</td></tr> <tr><td>8</td><td>$4.26 \cdot 10^{-5}$</td></tr> <tr><td>9</td><td>0.35</td></tr> <tr><td>10</td><td>0.018</td></tr> <tr><td>11</td><td>72.2</td></tr> <tr><td>12</td><td>$6.079 \cdot 10^{-4}$</td></tr> <tr><td>13</td><td>$1.918 \cdot 10^{-3}$</td></tr> </table>		1	1	$4.8 \cdot 10^{-4}$	2	$1.6 \cdot 10^{-8}$	3	0.013	4	$6.263 \cdot 10^{-3}$	5	$5.792 \cdot 10^{-3}$	6	$8.58 \cdot 10^3$	7	2.6	8	$4.26 \cdot 10^{-5}$	9	0.35	10	0.018	11	72.2	12	$6.079 \cdot 10^{-4}$	13	$1.918 \cdot 10^{-3}$
	1																														
1	$4.8 \cdot 10^{-4}$																														
2	$1.6 \cdot 10^{-8}$																														
3	0.013																														
4	$6.263 \cdot 10^{-3}$																														
5	$5.792 \cdot 10^{-3}$																														
6	$8.58 \cdot 10^3$																														
7	2.6																														
8	$4.26 \cdot 10^{-5}$																														
9	0.35																														
10	0.018																														
11	72.2																														
12	$6.079 \cdot 10^{-4}$																														
13	$1.918 \cdot 10^{-3}$																														
valor medio	coef. de variación		desvio tipo																												

```

V := S1w.nC ← 0
      S2w.nC ← 0
      S1δL.total ← 0
      S2δL.total ← 0
      for i ∈ 1..N
        γh ← morm(1, μ1, σ1)1
        p ← morm(1, μ2, σ2)1
        Ltensor_equiv ← morm(1, μ3, σ3)1
        ep ← morm(1, μ4, σ4)1
        A ← morm(1, μ5, σ5)1
        Es ← morm(1, μ6, σ6)1
        fcm ← morm(1, μ7, σ7)1
        εsC ← morm(1, μ8, σ8)1
        ΔφC ← morm(1, μ9, σ9)1
        l ← morm(1, μ10, σ10)1
        fyr ← morm(1, μ11, σ11)1
        Δl ← morm(1, μ12, σ12)1
        I ← morm(1, μ13, σ13)1
        g ← γh · A
        q ← g + p
        Eb ← 6000 · √fcm
        nC ←  $\frac{E_s}{E_b}$ 
        P0 ←  $\frac{\Delta_l \cdot E_s \cdot A_s}{L_{\text{tensor\_equiv}} \cdot 10000 \cdot \text{cm}^2}$ 
        σbzgp ←  $\frac{(g + k_p \cdot p) \cdot l^2 \cdot e_p}{8 \cdot I}$ 
        σbzP0 ←  $\frac{-P_0 \cdot e_p^2}{I} + \frac{-P_0}{A}$ 
        σzP0 ← 0.89 · 0.7 · fyr
        σzφrC ←  $\frac{\varepsilon_{sC} \cdot E_s + n_C \cdot \Delta\phi_C \cdot (\sigma_{bzgp} + \sigma_{bzP0})}{1 - \frac{n_C \cdot \sigma_{bzP0}}{\sigma_{zP0}} \cdot \left(1 + \frac{\Delta\phi_C}{2}\right)}$ 
        PinfC ← P0 ·  $\left(1 - \frac{|\sigma_{zφrC}|}{\sigma_{zP0}}\right)$ 

```

$$\begin{aligned}
 P_{eqC} &\leftarrow \frac{8 \cdot P_{infC} \cdot e_p}{l^2} \\
 w_{nC} &\leftarrow \frac{5}{384} \cdot \frac{l^4}{E_b \cdot I} \left[-P_{eqC} + q + \left[g + k_p \cdot P - \frac{P_{eqC}}{2} \cdot \frac{\left(2 - \frac{|\sigma_{z\phi rC}|}{|\sigma_{zP0}|} \right)}{\left(1 - \frac{|\sigma_{z\phi rC}|}{|\sigma_{zP0}|} \right)} \right] \cdot \Delta\phi_C \right] \\
 \delta L_{total} &\leftarrow \frac{P_0 \cdot \left(2 - \frac{|\sigma_{z\phi rC}|}{|\sigma_{zP0}|} \right) \cdot l}{2 \cdot E_b \cdot A} \cdot (1 + \Delta\phi_C) \\
 S1_{w.nC} &\leftarrow S1_{w.nC} + w_{nC} \\
 S2_{w.nC} &\leftarrow S2_{w.nC} + w_{nC}^2 \\
 S1_{\delta L_{total}} &\leftarrow S1_{\delta L_{total}} + \delta L_{total} \\
 S2_{\delta L_{total}} &\leftarrow S2_{\delta L_{total}} + \delta L_{total}^2 \\
 \mu_{w.nC} &\leftarrow \frac{S1_{w.nC}}{N} \\
 \sigma_{w.nC} &\leftarrow \sqrt{\frac{S2_{w.nC}}{N} - \mu_{w.nC}^2} \\
 \mu_{\delta L_{total}} &\leftarrow \frac{S1_{\delta L_{total}}}{N} \\
 \sigma_{\delta L_{total}} &\leftarrow \sqrt{\frac{S2_{\delta L_{total}}}{N} - \mu_{\delta L_{total}}^2} \\
 V &\leftarrow \begin{pmatrix} \mu_{w.nC} \\ \sigma_{w.nC} \\ \mu_{\delta L_{total}} \\ \sigma_{\delta L_{total}} \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

deflexión

$\mu_{w.nC} := V_1$	$\mu_{w.nC} = 16.3 \cdot 10^{-3}$	valor medio
$\sigma_{w.nC} := V_2$	$\sigma_{w.nC} = 5.2 \times 10^{-3}$	desvio tipo
$\delta_{w.nC} := \frac{\sigma_{w.nC}}{\mu_{w.nC}}$	$\delta_{w.nC} = 0.315$	coef. de variación

q := 0.90 Para una confianza del 90 % :

$$\Delta_1 := \sigma_{w.nC} \cdot \text{qnorm}\left(\frac{q+1}{2}, 0, 1\right) \quad \Delta_1 = 8.5 \cdot 10^{-3} \quad \text{tolerancia}$$

$$w_{nC.inf} := \mu_{w.nC} - \Delta_1 \quad w_{nC.inf} = 7.9 \cdot 10^{-3}$$

$$w_{nC.sup} := \mu_{w.nC} + \Delta_1 \quad w_{nC.sup} = 24.8 \cdot 10^{-3}$$

acortamiento longitudinal total desde el tesado

$$\mu_{\delta L.total} := V_3 \quad \mu_{\delta L.total} = 15.4 \cdot 10^{-3} \quad \text{valor medio}$$

$$\sigma_{\delta L.total} := V_4 \quad \sigma_{\delta L.total} = 2.1 \cdot 10^{-3} \quad \text{desvio tipo}$$

$$\delta_{\delta L.total} := \frac{\sigma_{\delta L.total}}{\mu_{\delta L.total}} \quad \delta_{\delta L.total} = 0.138 \quad \text{coef. de variación}$$

q := 0.90 Para una confianza del 90 % :

$$\Delta_2 := \sigma_{\delta L.total} \cdot \text{qnorm}\left(\frac{q+1}{2}, 0, 1\right) \quad \Delta_2 = 3.5 \cdot 10^{-3} \quad \text{tolerancia}$$

$$\delta L_{total.inf} := \mu_{\delta L.total} - \Delta_2 \quad \delta L_{total.inf} = 11.9 \cdot 10^{-3}$$

$$\delta L_{total.sup} := \mu_{\delta L.total} + \Delta_2 \quad \delta L_{total.sup} = 18.8 \cdot 10^{-3}$$

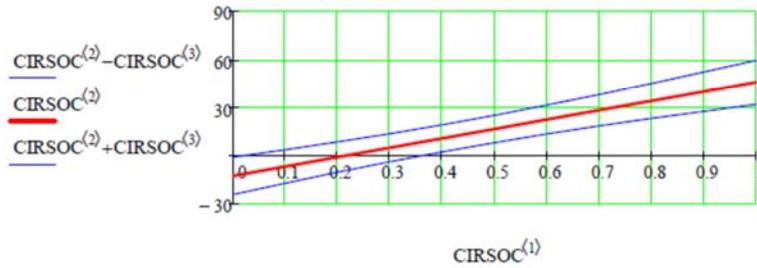
$$\frac{|\Delta_1 \cdot 100|}{\mu_{w.nC}} = 51.9 \quad \text{porcentaje de variación respecto a la deflexión media}$$

$$\frac{\Delta_2 \cdot 100}{\mu_{\delta L.total}} = 22.7 \quad \text{porcentaje de variación respecto al acortamiento longitudinal total medio}$$

Análisis de la influencia de la variación de "k_p" sobre la dispersión del valor de la deflexión.

	k_p	$w_n(k_p)$	Δ	%V	
CIRSOC :=	0	-12.8	11.6	90.7	CIRSOC :=
	0.1	-7	10.4	148.9	
	0.2	-1.1	9.4	819.5	
	0.3	4.7	8.7	185.5	
	0.4	10.5	8.4	79.5	
	0.5	16.3	8.5	51.8	
	0.6	22.2	9	40.5	
	0.7	28	9.8	35.1	
	0.8	33.8	10.9	32.4	
	0.9	39.6	12.3	30.9	
	1	45.4	13.7	30.2	

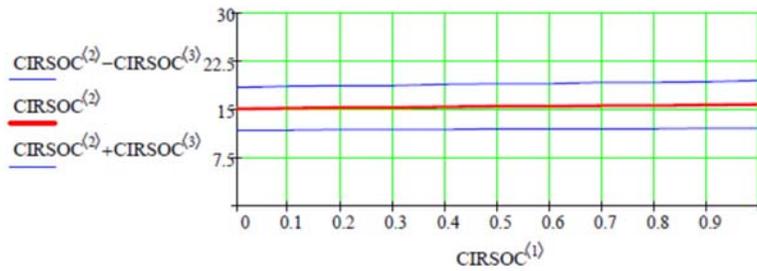
$$\%V_{\text{promedio}} := \frac{\sum_{i=1}^{11} \text{CIRSOC}_{i,4}}{11} \quad \%V_{\text{promedio}} = 140$$



Análisis de la influencia de la variación de "k_p" sobre la dispersión del valor del acortamiento longitudinal total.

k _p	δL _{total} (k _p)	Δ	%V
0	15	3.3	22.1
0.1	15.1	3.4	22.3
0.2	15.2	3.4	22.4
0.3	15.2	3.4	22.5
0.4	15.3	3.5	22.6
0.5	15.4	3.5	22.8
0.6	15.4	3.5	22.9
0.7	15.5	3.6	23
0.8	15.5	3.6	23.1
0.9	15.6	3.6	23.3
1	15.7	3.7	23.4

$$\%V_{\text{promedio}} := \frac{\sum_{i=1}^{11} \text{CIRSOC}_{i,4}}{11} \quad \%V_{\text{promedio}} = 23$$



ANÁLISIS CON VARIABLES ALEATORIAS PRIMARIAS

Análisis simulando solo variables básicas

Variables determinísticas (fijas)	$A_s := 23.8\text{cm}^2$	sección de acero del tensor
	$\gamma_h := 0.024$	peso específico del hormigón
	$p := 0.016$	sobrecarga
	$e_p := 0.7$	excentricidad del tensor
	$A := 0.4455$	sección transversal
	$\epsilon_{sC} := -14.2 \cdot 10^{-5}$	contracción de fraguado
	$I := 0.1128$	momento de inercia de la sección de hormigón

Variables aleatorias	$X_1 := E_s$	módulo de elasticidad del tensor
	$X_2 := f_{cm}$	resistencia media a compresión del hormigón
	$X_3 := f_{yr}$	resistencia del acero del tensor
	$X_4 := \Delta\phi_C$	coef. de deformación diferida
	$X_5 := l$	luz entre apoyos
	$X_6 := P_0$	esfuerzo de tesado

$$\mu := \begin{pmatrix} 195000 \\ 26 \\ 1900 \\ 1.75 \\ 28 \\ 2.818 \end{pmatrix} \quad \delta := \begin{pmatrix} 0.044 \\ 0.1 \\ 0.038 \\ 0.2 \\ 30 \\ \frac{1645 \cdot \mu_5}{1645 \cdot \mu_5} \\ 0.04 \end{pmatrix} \quad \sigma := (|\mu| \cdot \delta) \rightarrow \sigma = \begin{pmatrix} 8.58 \times 10^3 \\ 2.6 \\ 72.2 \\ 0.35 \\ 0.018 \\ 0.113 \end{pmatrix}$$

valor medio coef. de variación desvío tipo

```

V :=
S1w.nC ← 0
S2w.nC ← 0
S1δL.total ← 0
S2δL.total ← 0
for i ∈ 1..N
  Es ← morm(1, μ1, σ1)1
  fcm ← morm(1, μ2, σ2)1
  fyr ← morm(1, μ3, σ3)1
  ΔφC ← morm(1, μ4, σ4)1
  l ← morm(1, μ5, σ5)1
  P0 ← morm(1, μ6, σ6)1
  g ← γh · A
  q ← g + p
  Eb ← 6000 · √fcm
  nC ←  $\frac{E_s}{E_b}$ 
  σbzgp ←  $\frac{(g + k_p \cdot p) \cdot l^2 \cdot e_p}{8 \cdot I}$ 
  σbzP0 ←  $\frac{-P_0 \cdot e_p^2}{I} + \frac{-P_0}{A}$ 
  σzP0 ← 0.89 · 0.7 · fyr
  σzφrC ←  $\frac{\varepsilon_{sC} \cdot E_s + n_C \cdot \Delta\phi_C \cdot (\sigma_{bzgp} + \sigma_{bzP0})}{1 - \frac{n_C \cdot \sigma_{bzP0}}{\sigma_{zP0}} \cdot \left(1 + \frac{\Delta\phi_C}{2}\right)}$ 
  ρC ←  $\left| \frac{\sigma_{zφrC}}{\sigma_{zP0}} \right|$ 
  PinfC ← P0 · (1 - ρC)
  PeqC ←  $\frac{8 \cdot P_{infC} \cdot e_p}{l^2}$ 
  wnC ←  $\frac{5}{384} \cdot \frac{l^4}{E_b \cdot I} \cdot \left[ -P_{eqC} + q + \left[ g + k_p \cdot p - \frac{P_{eqC}}{2} \cdot \frac{(2 - \rho_C)}{(1 - \rho_C)} \right] \cdot \Delta\phi_C \right]$ 
  δLtotal ←  $\frac{P_0 \cdot (2 - \rho_C) \cdot l}{2 \cdot E_b \cdot A} \cdot (1 + \Delta\phi_C)$ 
  S1w.nC ← S1w.nC + wnC

```

$$\begin{aligned}
 S_{w.nC}^2 &\leftarrow S_{w.nC}^2 + w_{nC}^2 \\
 S_{\delta L.total} &\leftarrow S_{\delta L.total} + \delta L_{total} \\
 S_{\delta L.total}^2 &\leftarrow S_{\delta L.total}^2 + \delta L_{total}^2 \\
 \mu_{w.nC} &\leftarrow \frac{S_{w.nC}}{N} \\
 \sigma_{w.nC} &\leftarrow \sqrt{\frac{S_{w.nC}^2}{N} - \mu_{w.nC}^2} \\
 \mu_{\delta L.total} &\leftarrow \frac{S_{\delta L.total}}{N} \\
 \sigma_{\delta L.total} &\leftarrow \sqrt{\frac{S_{\delta L.total}^2}{N} - \mu_{\delta L.total}^2} \\
 V &\leftarrow \begin{pmatrix} \mu_{w.nC} \\ \sigma_{w.nC} \\ \mu_{\delta L.total} \\ \sigma_{\delta L.total} \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

deflexión

$$\begin{aligned}
 \mu_{w.nC} &:= V_1 & \mu_{w.nC} &= 16.3 \cdot 10^{-3} & \text{valor medio} \\
 \sigma_{w.nC} &:= V_2 & \sigma_{w.nC} &= 4.6 \times 10^{-3} & \text{desvio tipo} \\
 \delta_{w.nC} &:= \left| \frac{\sigma_{w.nC}}{\mu_{w.nC}} \right| & \delta_{w.nC} &= 0.281 & \text{coef. de variación} \\
 q &:= 0.90 & & & \text{Para una confianza del 90 \% :} \\
 \Delta_1 &:= \sigma_{w.nC} \cdot \text{qnorm}\left(\frac{q+1}{2}, 0, 1\right) & \Delta_1 &= 7.5 \cdot 10^{-3} & \text{tolerancia} \\
 w_{nC.inf} &:= \mu_{w.nC} - \Delta_1 & w_{nC.inf} &= 8.8 \cdot 10^{-3} \\
 w_{nC.sup} &:= \mu_{w.nC} + \Delta_1 & w_{nC.sup} &= 23.8 \cdot 10^{-3}
 \end{aligned}$$

acortamiento longitudinal total desde el tesado

$$\begin{aligned}
 \mu_{\delta L.total} &:= V_3 & \mu_{\delta L.total} &= 15.4 \cdot 10^{-3} & \text{valor medio} \\
 \sigma_{\delta L.total} &:= V_4 & \sigma_{\delta L.total} &= 2.1 \cdot 10^{-3} & \text{desvio tipo} \\
 \delta_{\delta L.total} &:= \frac{\sigma_{\delta L.total}}{\mu_{\delta L.total}} & \delta_{\delta L.total} &= 0.137 & \text{coef. de variación} \\
 q &:= 0.90 & & & \text{Para una confianza del 90 \% :}
 \end{aligned}$$

$$\Delta_2 := \sigma_{\delta L_{total}} \cdot \text{qnorm}\left(\frac{q+1}{2}, 0, 1\right) \quad \Delta_2 = 3.5 \cdot 10^{-3} \quad \text{tolerancia}$$

$$\delta L_{total_{inf}} := \mu_{\delta L_{total}} - \Delta_2 \quad \delta L_{total_{inf}} = 11.9 \cdot 10^{-3}$$

$$\delta L_{total_{sup}} := \mu_{\delta L_{total}} + \Delta_2 \quad \delta L_{total_{sup}} = 18.8 \cdot 10^{-3}$$

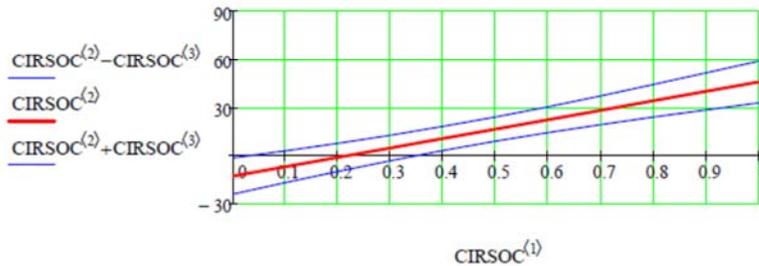
$$\left| \frac{\Delta_1 \cdot 100}{\mu_{w.nC}} \right| = 46.2 \quad \text{porcentaje de variación respecto a la deflexión media}$$

$$\frac{\Delta_2 \cdot 100}{\mu_{\delta L_{total}}} = 22.6 \quad \text{porcentaje de variación respecto al acortamiento longitudinal medio}$$

Análisis de la influencia de la variación de "k_p" sobre la dispersión del valor de la deflexión.

k_p	$w_n(k_p)$	Δ	%V	
0	-12.8	11.2	87	CIRSOC :=
0.1	-7	9.8	140.2	
0.2	-1.2	8.7	739.7	
0.3	4.6	7.9	170.6	
0.4	10.5	7.5	71.6	
0.5	16.3	7.5	46.2	
0.6	22.1	8	36.4	
0.7	27.9	8.9	31.9	
0.8	33.8	10.1	29.8	
0.9	39.6	11.5	28.9	
1	45.4	12.9	28.5	

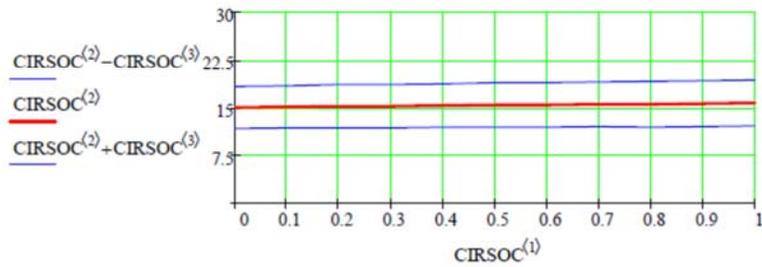
$$\%V_{promedio} := \frac{\sum_{i=1}^{11} CIRSOC_{i,4}}{11} \quad \%V_{promedio} = 128$$



Análisis de la influencia de la variación de "k_p" sobre la dispersión del valor del acortamiento longitudinal total.

CIRSOC :=	$\begin{pmatrix} k_p & \delta L_{total}(k_p) & \Delta & \%V \end{pmatrix}$	CIRSOC :=	$\begin{pmatrix} 0 & 15 & 3.3 & 22 \\ 0.1 & 15.1 & 3.3 & 22.1 \\ 0.2 & 15.2 & 3.4 & 22.2 \\ 0.3 & 15.2 & 3.4 & 22.3 \\ 0.4 & 15.3 & 3.4 & 22.4 \\ 0.5 & 15.4 & 3.5 & 22.5 \\ 0.6 & 15.4 & 3.5 & 22.7 \\ 0.7 & 15.5 & 3.5 & 22.8 \\ 0.8 & 15.5 & 3.6 & 22.9 \\ 0.9 & 15.6 & 3.6 & 23.1 \\ 1 & 15.7 & 3.6 & 23.1 \end{pmatrix}$						
	0	15	3.3	22		0	15	3.3	22
	0.1	15.1	3.3	22.1		0.1	15.1	3.3	22.1
	0.2	15.2	3.4	22.2		0.2	15.2	3.4	22.2
	0.3	15.2	3.4	22.3		0.3	15.2	3.4	22.3
	0.4	15.3	3.4	22.4		0.4	15.3	3.4	22.4
	0.5	15.4	3.5	22.5		0.5	15.4	3.5	22.5
	0.6	15.4	3.5	22.7		0.6	15.4	3.5	22.7
	0.7	15.5	3.5	22.8		0.7	15.5	3.5	22.8
	0.8	15.5	3.6	22.9		0.8	15.5	3.6	22.9
	0.9	15.6	3.6	23.1		0.9	15.6	3.6	23.1
	1	15.7	3.6	23.1		1	15.7	3.6	23.1

$$\%V_{promedio} := \frac{\sum_{i=1}^{11} CIRSOC_{i,4}}{11} \quad \%V_{promedio} = 23$$



Viga de Hormigón Postesado s/CEB FIP-90

ORIGIN := 1

Unidades básicas : MN , m

Valores analizados simulando las variables aleatorias

(ver A.4 - Deflexión Viga postesada.xmcd)

$w_n(k_p) :=$	k_p	CIRSOC	CEB	ACI	EC		$\delta L_{total}(k_p) :=$	k_p	CIRSOC	CEB	ACI	EC
	0	-12.9	-21.3	-3.7	-22.4			0	15	19.6	16.6	19.9
	0.1	-7.1	-12.5	1.9	-13.9			0.1	15.1	19.7	16.7	20
	0.2	-1.3	-3.7	7.5	-5.4			0.2	15.1	19.8	16.7	20.2
	0.3	4.5	5.1	13.2	3.1			0.3	15.2	19.9	16.8	20.3
	0.4	10.3	13.9	18.8	11.7			0.4	15.2	20.1	16.9	20.4
	0.5	16.2	22.7	24.4	20.2			0.5	15.3	20.2	16.9	20.5
	0.6	22	31.5	30	28.7			0.6	15.4	20.3	17	20.7
	0.7	27.8	40.3	35.6	37.2			0.7	15.4	20.4	17.1	20.8
	0.8	33.6	49.2	41.2	45.7			0.8	15.5	20.6	17.1	20.9
	0.9	39.4	58	46.8	54.2			0.9	15.5	20.7	17.2	21
	1	45.2	66.8	52.4	62.7			1	15.6	20.8	17.3	21.1

 $k_p := 0, 0.1 \dots 1$ coef. que contempla el % de la sobrecarga interviniente a tiempo ∞ $f_{cm} := 26\text{MPa}$

resistencia media a compresión del hormigón

Variables determinísticas (fijas)

 $A_s := 23.8\text{cm}^2$

sección de acero del tensor

Variables aleatorias

Variables aleatorias simulando P_0

$X_1 := \gamma_h$	peso específico del homigón	$X_1 := \gamma_h$	peso específico del homigón
$X_2 := p$	sobrecarga	$X_2 := p$	sobrecarga
$X_3 := P_0$	esfuerzo de tesado	$X_3 := L_{\text{tensor_equiv}}$	longitud del tensor
$X_4 := e_p$	excentricidad del tensor	$X_4 := e_p$	excentricidad del tensor
$X_5 := A$	sección transversal	$X_5 := A$	sección transversal
$X_6 := E_s$	módulo de elasticidad del tensor	$X_6 := E_s$	módulo de elasticidad del tensor
$X_7 := f_{cm}$	resistencia media a compresión del homigón	$X_7 := f_{cm}$	resistencia media a compresión del homigón
$X_8 := \epsilon_{cs}$	contracción de fraguado	$X_8 := \epsilon_{cs}$	contracción de fraguado
$X_9 := \Delta\phi_{\text{CEB}}$	coef. de deformación diferida	$X_9 := \Delta\phi_{\text{CEB}}$	coef. de deformación diferida
$X_{10} := l$	luz entre apoyos	$X_{10} := l$	luz entre apoyos
$X_{11} := f_{yr}$	resistencia del acero del tensor	$X_{11} := f_{yr}$	resistencia del acero del tensor
$X_{12} := I$	momento de inercia de la sección de homigón	$X_{12} := \Delta l_{\text{tensor}}$	alargamiento del tensor
		$X_{13} := I$	momento de inercia de la sección de homigón

$\mu := \begin{pmatrix} 0.024 \\ 0.0160 \\ 2.818 \\ 0.70 \\ 0.4455 \\ 195000 \\ 26 \\ -43.5 \cdot 10^{-5} \\ 2.63 \\ 28 \\ 1900 \\ 0.1128 \end{pmatrix}$	$\delta := \begin{pmatrix} 0.02 \\ 10^{-6} \\ 0.04 \\ \frac{2.5}{1645} \cdot \sqrt[3]{\left(\frac{10}{\mu_4}\right)^2} \\ 0.013 \\ 0.044 \\ 0.1 \\ 0.35 \\ 0.20 \\ 30 \\ \frac{1645 \cdot \mu_{10}}{1645 \cdot \mu_{10}} \\ 0.038 \\ 0.017 \end{pmatrix}$	$\sigma := (\mu \cdot \delta)$	$\sigma =$
valor medio	coef. de variación		desvio tipo

	1
1	$4.8 \cdot 10^{-4}$
2	$1.6 \cdot 10^{-8}$
3	0.113
4	$6.263 \cdot 10^{-3}$
5	$5.792 \cdot 10^{-3}$
6	$8.58 \cdot 10^3$
7	2.6
8	$1.522 \cdot 10^{-4}$
9	0.526
10	0.018
11	72.2
12	$1.918 \cdot 10^{-3}$

Simulación (con Ctrl + F9 recalcula con otra SEED)

$k_p := 0.5$ $N := 5000000$ tamaño de la muestra o número de iteraciones

```

V := | S1w,nCEB ← 0
      S2w,nCEB ← 0
      S1δL.total ← 0
      S2δL.total ← 0
      for i ∈ 1..N
        | γh ← momm(1, μ1, σ1)1
        | p ← momm(1, μ2, σ2)1
        | P0 ← momm(1, μ3, σ3)1
        | ep ← momm(1, μ4, σ4)1
        | A ← momm(1, μ5, σ5)1
        | Es ← momm(1, μ6, σ6)1
        | fcm ← momm(1, μ7, σ7)1
        | εcs ← momm(1, μ8, σ8)1
        | ΔφCEB ← momm(1, μ9, σ9)1
        | I ← momm(1, μ10, σ10)1
        | fyT ← momm(1, μ11, σ11)1
        | I ← momm(1, μ12, σ12)1
        | g ← γh·A
        | q ← g + p
        | ECEB ← 21500 ·  $\left(\frac{f_{cm}}{10}\right)^{\frac{1}{3}}$ 
        | nCEB ←  $\frac{E_s}{E_{CEB}}$ 
        | σbzgp ←  $\frac{(g + k_p \cdot p) \cdot I^2 \cdot e_p}{8 \cdot I}$ 
        | σbzP0 ←  $\frac{-P_0 \cdot e_p^2}{I} + \frac{-P_0}{A}$ 
        | σzP0 ← 0.89 · 0.7 · fyT
        | σzφrCEB ←  $\frac{\epsilon_{cs} \cdot E_s + n_{CEB} \cdot \Delta\phi_{CEB} \cdot (\sigma_{bzgp} + \sigma_{bzP0})}{1 - \frac{n_{CEB} \cdot \sigma_{bzP0}}{\sigma_{zP0}} \cdot \left(1 + \frac{\Delta\phi_{CEB}}{2}\right)}$ 
        | ρCEB ←  $\left| \frac{\sigma_{z\phi rCEB}}{\sigma_{zP0}} \right|$ 
        | PinfCEB ← P0 · (1 - ρCEB)

```

$$P_{eqCEB} \leftarrow \frac{8 \cdot P_{infCEB} \cdot \epsilon_p}{l^2}$$

$$w_{nCEB} \leftarrow \frac{5}{384} \frac{l^4 \left[-P_{eqCEB} + q + \left[g + k_p \cdot p - \frac{P_{eqCEB}}{2} \cdot \frac{(2 - \rho_{CEB})}{(1 - \rho_{CEB})} \right] \cdot \Delta\phi_{CEB} \right]}{E_{CEB} \cdot I}$$

$$\delta L_{total} \leftarrow \frac{P_0 \cdot (2 - \rho_{CEB}) \cdot l}{2 \cdot E_{CEB} \cdot A} \cdot (1 + \Delta\phi_{CEB})$$

$$S1_{w.nCEB} \leftarrow S1_{w.nCEB} + w_{nCEB}$$

$$S2_{w.nCEB} \leftarrow S2_{w.nCEB} + w_{nCEB}^2$$

$$S1_{\delta L.total} \leftarrow S1_{\delta L.total} + \delta L_{total}$$

$$S2_{\delta L.total} \leftarrow S2_{\delta L.total} + \delta L_{total}^2$$

$$\mu_{w.nCEB} \leftarrow \frac{S1_{w.nCEB}}{N}$$

$$\sigma_{w.nCEB} \leftarrow \sqrt{\frac{S2_{w.nCEB}}{N} - \mu_{w.nCEB}^2}$$

$$\mu_{\delta L.total} \leftarrow \frac{S1_{\delta L.total}}{N}$$

$$\sigma_{\delta L.total} \leftarrow \sqrt{\frac{S2_{\delta L.total}}{N} - \mu_{\delta L.total}^2}$$

$$V \leftarrow \begin{pmatrix} \mu_{w.nCEB} \\ \sigma_{w.nCEB} \\ \mu_{\delta L.total} \\ \sigma_{\delta L.total} \end{pmatrix}$$

deflexión

$\mu_{w.nCEB} := V_1$	$\mu_{w.nCEB} = 22.9 \cdot 10^{-3}$	valor medio
$\sigma_{w.nCEB} := V_2$	$\sigma_{w.nCEB} = 6.8 \cdot 10^{-3}$	desvio tipo
$\delta_{w.nCEB} := \left \frac{\sigma_{w.nCEB}}{\mu_{w.nCEB}} \right $	$\delta_{w.nCEB} = 0.296$	coef. de variación
$q := 0.90$	Para una confianza del 90 % :	
$\Delta_1 := \sigma_{w.nCEB} \cdot qnorm\left(\frac{q+1}{2}, 0, 1\right)$	$\Delta_1 = 11.1 \cdot 10^{-3}$	tolerancia
$w_{nCEB.inf} := \mu_{w.nCEB} - \Delta_1$	$w_{nCEB.inf} = 11.8 \cdot 10^{-3}$	
$w_{nCEB.sup} := \mu_{w.nCEB} + \Delta_1$	$w_{nCEB.sup} = 34.1 \cdot 10^{-3}$	

acortamiento longitudinal final desde el tesado

$$\begin{aligned} \mu_{\delta L.total} &:= V_3 & \mu_{\delta L.total} &= 20.2 \cdot 10^{-3} & \text{valor medio} \\ \sigma_{\delta L.total} &:= V_4 & \sigma_{\delta L.total} &= 3 \cdot 10^{-3} & \text{desvio tipo} \\ \delta_{\delta L.total} &:= \frac{\sigma_{\delta L.total}}{\mu_{\delta L.total}} & \delta_{\delta L.total} &= 0.147 & \text{coef. de variación} \end{aligned}$$

q := 0.90 Para una confianza del 90 % :

$$\begin{aligned} \Delta_2 &:= \sigma_{\delta L.total} \cdot qnorm\left(\frac{q+1}{2}, 0, 1\right) & \Delta_2 &= 4.9 \cdot 10^{-3} & \text{tolerancia} \\ \delta L_{total_inf} &:= \mu_{\delta L.total} - \Delta_2 & \delta L_{total_inf} &= 15.3 \cdot 10^{-3} \\ \delta L_{total_sup} &:= \mu_{\delta L.total} + \Delta_2 & \delta L_{total_sup} &= 25.1 \cdot 10^{-3} \end{aligned}$$

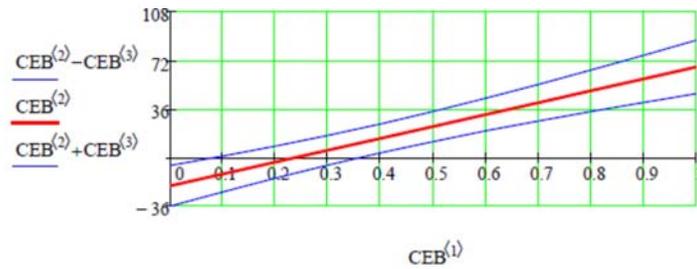
$$\left| \frac{\Delta_1 \cdot 100}{\mu_{w.n.CEB}} \right| = 48.6 \quad \text{porcentaje de variación respecto a la deflexión media}$$

$$\frac{\Delta_2 \cdot 100}{\mu_{\delta L.total}} = 24.2 \quad \text{porcentaje de variación respecto al acortamiento longitudinal medio}$$

Análisis de la influencia de la variación de "k_p" sobre la dispersión del valor de la deflexión

CEB :=	<table border="0" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th style="text-align: center; padding: 2px;">k_p</th> <th style="text-align: center; padding: 2px;">$w_n(k_p)$</th> <th style="text-align: center; padding: 2px;">Δ</th> <th style="text-align: center; padding: 2px;">%V</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td style="text-align: center; padding: 2px;">0</td><td style="text-align: center; padding: 2px;">-21.1</td><td style="text-align: center; padding: 2px;">15.1</td><td style="text-align: center; padding: 2px;">72.7</td></tr> <tr><td style="text-align: center; padding: 2px;">0.1</td><td style="text-align: center; padding: 2px;">-12.3</td><td style="text-align: center; padding: 2px;">13.3</td><td style="text-align: center; padding: 2px;">110.5</td></tr> <tr><td style="text-align: center; padding: 2px;">0.2</td><td style="text-align: center; padding: 2px;">-3.5</td><td style="text-align: center; padding: 2px;">11.9</td><td style="text-align: center; padding: 2px;">359.8</td></tr> <tr><td style="text-align: center; padding: 2px;">0.3</td><td style="text-align: center; padding: 2px;">5.3</td><td style="text-align: center; padding: 2px;">11</td><td style="text-align: center; padding: 2px;">203</td></tr> <tr><td style="text-align: center; padding: 2px;">0.4</td><td style="text-align: center; padding: 2px;">14.1</td><td style="text-align: center; padding: 2px;">10.7</td><td style="text-align: center; padding: 2px;">75.5</td></tr> <tr><td style="text-align: center; padding: 2px;">0.5</td><td style="text-align: center; padding: 2px;">22.9</td><td style="text-align: center; padding: 2px;">11.2</td><td style="text-align: center; padding: 2px;">48.6</td></tr> <tr><td style="text-align: center; padding: 2px;">0.6</td><td style="text-align: center; padding: 2px;">31.8</td><td style="text-align: center; padding: 2px;">12.1</td><td style="text-align: center; padding: 2px;">38.3</td></tr> <tr><td style="text-align: center; padding: 2px;">0.7</td><td style="text-align: center; padding: 2px;">40.5</td><td style="text-align: center; padding: 2px;">13.6</td><td style="text-align: center; padding: 2px;">33.8</td></tr> <tr><td style="text-align: center; padding: 2px;">0.8</td><td style="text-align: center; padding: 2px;">49.4</td><td style="text-align: center; padding: 2px;">15.4</td><td style="text-align: center; padding: 2px;">31.5</td></tr> <tr><td style="text-align: center; padding: 2px;">0.9</td><td style="text-align: center; padding: 2px;">58.2</td><td style="text-align: center; padding: 2px;">17.5</td><td style="text-align: center; padding: 2px;">30.4</td></tr> <tr><td style="text-align: center; padding: 2px;">1</td><td style="text-align: center; padding: 2px;">67</td><td style="text-align: center; padding: 2px;">19.8</td><td style="text-align: center; padding: 2px;">29.8</td></tr> </tbody> </table>	k_p	$w_n(k_p)$	Δ	%V	0	-21.1	15.1	72.7	0.1	-12.3	13.3	110.5	0.2	-3.5	11.9	359.8	0.3	5.3	11	203	0.4	14.1	10.7	75.5	0.5	22.9	11.2	48.6	0.6	31.8	12.1	38.3	0.7	40.5	13.6	33.8	0.8	49.4	15.4	31.5	0.9	58.2	17.5	30.4	1	67	19.8	29.8	<table border="0" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tbody> <tr><td style="text-align: center; padding: 2px;">0</td><td style="text-align: center; padding: 2px;">-21.1</td><td style="text-align: center; padding: 2px;">15.1</td><td style="text-align: center; padding: 2px;">72.7</td></tr> <tr><td style="text-align: center; padding: 2px;">0.1</td><td style="text-align: center; padding: 2px;">-12.3</td><td style="text-align: center; padding: 2px;">13.3</td><td style="text-align: center; padding: 2px;">110.5</td></tr> <tr><td style="text-align: center; padding: 2px;">0.2</td><td style="text-align: center; padding: 2px;">-3.5</td><td style="text-align: center; padding: 2px;">11.9</td><td style="text-align: center; padding: 2px;">359.8</td></tr> <tr><td style="text-align: center; padding: 2px;">0.3</td><td style="text-align: center; padding: 2px;">5.3</td><td style="text-align: center; padding: 2px;">11</td><td style="text-align: center; padding: 2px;">203</td></tr> <tr><td style="text-align: center; padding: 2px;">0.4</td><td style="text-align: center; padding: 2px;">14.1</td><td style="text-align: center; padding: 2px;">10.7</td><td style="text-align: center; padding: 2px;">75.5</td></tr> <tr><td style="text-align: center; padding: 2px;">0.5</td><td style="text-align: center; padding: 2px;">22.9</td><td style="text-align: center; padding: 2px;">11.2</td><td style="text-align: center; padding: 2px;">48.6</td></tr> <tr><td style="text-align: center; padding: 2px;">0.6</td><td style="text-align: center; padding: 2px;">31.8</td><td style="text-align: center; padding: 2px;">12.1</td><td style="text-align: center; padding: 2px;">38.3</td></tr> <tr><td style="text-align: center; padding: 2px;">0.7</td><td style="text-align: center; padding: 2px;">40.5</td><td style="text-align: center; padding: 2px;">13.6</td><td style="text-align: center; padding: 2px;">33.8</td></tr> <tr><td style="text-align: center; padding: 2px;">0.8</td><td style="text-align: center; padding: 2px;">49.4</td><td style="text-align: center; padding: 2px;">15.4</td><td style="text-align: center; padding: 2px;">31.5</td></tr> <tr><td style="text-align: center; padding: 2px;">0.9</td><td style="text-align: center; padding: 2px;">58.2</td><td style="text-align: center; padding: 2px;">17.5</td><td style="text-align: center; padding: 2px;">30.4</td></tr> <tr><td style="text-align: center; padding: 2px;">1</td><td style="text-align: center; padding: 2px;">67</td><td style="text-align: center; padding: 2px;">19.8</td><td style="text-align: center; padding: 2px;">29.8</td></tr> </tbody> </table>	0	-21.1	15.1	72.7	0.1	-12.3	13.3	110.5	0.2	-3.5	11.9	359.8	0.3	5.3	11	203	0.4	14.1	10.7	75.5	0.5	22.9	11.2	48.6	0.6	31.8	12.1	38.3	0.7	40.5	13.6	33.8	0.8	49.4	15.4	31.5	0.9	58.2	17.5	30.4	1	67	19.8	29.8
k_p	$w_n(k_p)$	Δ	%V																																																																																											
0	-21.1	15.1	72.7																																																																																											
0.1	-12.3	13.3	110.5																																																																																											
0.2	-3.5	11.9	359.8																																																																																											
0.3	5.3	11	203																																																																																											
0.4	14.1	10.7	75.5																																																																																											
0.5	22.9	11.2	48.6																																																																																											
0.6	31.8	12.1	38.3																																																																																											
0.7	40.5	13.6	33.8																																																																																											
0.8	49.4	15.4	31.5																																																																																											
0.9	58.2	17.5	30.4																																																																																											
1	67	19.8	29.8																																																																																											
0	-21.1	15.1	72.7																																																																																											
0.1	-12.3	13.3	110.5																																																																																											
0.2	-3.5	11.9	359.8																																																																																											
0.3	5.3	11	203																																																																																											
0.4	14.1	10.7	75.5																																																																																											
0.5	22.9	11.2	48.6																																																																																											
0.6	31.8	12.1	38.3																																																																																											
0.7	40.5	13.6	33.8																																																																																											
0.8	49.4	15.4	31.5																																																																																											
0.9	58.2	17.5	30.4																																																																																											
1	67	19.8	29.8																																																																																											

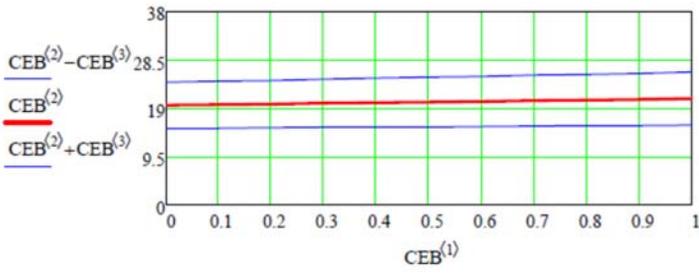
$$\%V_{\text{promedio}} := \frac{\sum_{i=1}^{11} \text{CEB}_{i,4}}{11} \quad \%V_{\text{promedio}} = 94$$



Análisis de la influencia de la variación de "k_p" sobre la dispersión del valor del acortamiento longitudinal

	k _p	δL _{total} (k _p)	Δ	%V	
CEB :=	0	19.6	4.5	23.2	CEB :=
	0.1	19.7	4.6	23.4	
	0.2	19.8	4.6	23.6	
	0.3	20	4.7	23.7	
	0.4	20.1	4.8	24	
	0.5	20.2	4.9	24.2	
	0.6	20.3	4.9	24.3	
	0.7	20.5	5	24.5	
	0.8	20.6	5	24.6	
	0.9	20.7	5.1	24.8	
	1	20.9	5.2	25	

$$\%V_{\text{promedio}} := \frac{\sum_{i=1}^{11} \text{CEB}_{i,4}}{11} \quad \%V_{\text{promedio}} = 24$$



Simulando P₀

$\mu := \begin{pmatrix} 0.024 \\ 0.0160 \\ 28.047 \\ 0.70 \\ 0.4455 \\ 195000 \\ 26 \\ -43.5 \cdot 10^{-5} \\ 2.63 \\ 28 \\ 1900 \\ 0.1703 \\ 0.1128 \end{pmatrix}$	$\delta := \begin{pmatrix} 0.02 \\ 10^{-6} \\ 4.5 \times 10^{-4} \\ \frac{2.5}{1645} \cdot \sqrt[3]{\left(\frac{10}{\mu_4}\right)^2} \\ 0.013 \\ 0.044 \\ 0.1 \\ 0.35 \\ 0.20 \\ 30 \\ \frac{1}{1645 \cdot \mu_{10}} \\ 0.038 \\ \frac{1}{1645 \cdot \mu_{12}} \\ 0.017 \end{pmatrix}$	$\sigma := (\mu \cdot \delta) \rightarrow \sigma =$	<table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: left; width: 100px;"> <thead> <tr> <th></th> <th>1</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>1</td><td>$4.8 \cdot 10^{-4}$</td></tr> <tr><td>2</td><td>$1.6 \cdot 10^{-8}$</td></tr> <tr><td>3</td><td>0.013</td></tr> <tr><td>4</td><td>$6.263 \cdot 10^{-3}$</td></tr> <tr><td>5</td><td>$5.792 \cdot 10^{-3}$</td></tr> <tr><td>6</td><td>$8.58 \cdot 10^3$</td></tr> <tr><td>7</td><td>2.6</td></tr> <tr><td>8</td><td>$1.522 \cdot 10^{-4}$</td></tr> <tr><td>9</td><td>0.526</td></tr> <tr><td>10</td><td>0.018</td></tr> <tr><td>11</td><td>72.2</td></tr> <tr><td>12</td><td>$6.079 \cdot 10^{-4}$</td></tr> <tr><td>13</td><td>$1.918 \cdot 10^{-3}$</td></tr> </tbody> </table>		1	1	$4.8 \cdot 10^{-4}$	2	$1.6 \cdot 10^{-8}$	3	0.013	4	$6.263 \cdot 10^{-3}$	5	$5.792 \cdot 10^{-3}$	6	$8.58 \cdot 10^3$	7	2.6	8	$1.522 \cdot 10^{-4}$	9	0.526	10	0.018	11	72.2	12	$6.079 \cdot 10^{-4}$	13	$1.918 \cdot 10^{-3}$
	1																														
1	$4.8 \cdot 10^{-4}$																														
2	$1.6 \cdot 10^{-8}$																														
3	0.013																														
4	$6.263 \cdot 10^{-3}$																														
5	$5.792 \cdot 10^{-3}$																														
6	$8.58 \cdot 10^3$																														
7	2.6																														
8	$1.522 \cdot 10^{-4}$																														
9	0.526																														
10	0.018																														
11	72.2																														
12	$6.079 \cdot 10^{-4}$																														
13	$1.918 \cdot 10^{-3}$																														
valor medio	coef. de variación		desvio tipo																												

```

V := S1w.nC ← 0
      S2w.nC ← 0
      S1δL.total ← 0
      S2δL.total ← 0
      for i ∈ 1..N
        γh ← morm(1, μ1, σ1)1
        p ← morm(1, μ2, σ2)1
        Ltensor_equiv ← morm(1, μ3, σ3)1
        ep ← morm(1, μ4, σ4)1
        A ← morm(1, μ5, σ5)1
        Es ← morm(1, μ6, σ6)1
        fcm ← morm(1, μ7, σ7)1
        εcs ← morm(1, μ8, σ8)1
        ΔφCEB ← morm(1, μ9, σ9)1
        l ← morm(1, μ10, σ10)1
        fyr ← morm(1, μ11, σ11)1
        Δl ← morm(1, μ12, σ12)1
        I ← morm(1, μ13, σ13)1
        g ← γh · A
        q ← g + p

        ECEB ← 21500 ·  $\left(\frac{f_{cm}}{10}\right)^{\frac{1}{3}}$ 
        nCEB ←  $\frac{E_s}{E_{CEB}}$ 
        P0 ←  $\frac{\Delta_l \cdot E_s \cdot A_s}{L_{tensor\_equiv} \cdot 10000 \cdot cm^2}$ 
        σbzgp ←  $\frac{(g + k_p \cdot p) \cdot l^2 \cdot e_p}{8 \cdot I}$ 
        σbzP0 ←  $\frac{-P_0 \cdot e_p^2}{I} + \frac{-P_0}{A}$ 
        σzP0 ← 0.89 · 0.7 · fyr
        σzφrCEB ←  $\frac{\epsilon_{cs} \cdot E_s + n_{CEB} \cdot \Delta\phi_{CEB} \cdot (\sigma_{bzgp} + \sigma_{bzP0})}{1 - \frac{n_{CEB} \cdot \sigma_{bzP0}}{\left(1 + \frac{\Delta\phi_{CEB}}{\dots}\right)}}$ 

```

$$\rho_{\text{CEB}} \leftarrow \left| \frac{\sigma_{z\phi_{\text{rCEB}}}}{\sigma_{zP_0}} \right|$$

$$P_{\text{infCEB}} \leftarrow P_0 \cdot (1 - \rho_{\text{CEB}})$$

$$P_{\text{eqCEB}} \leftarrow \frac{8 \cdot P_{\text{infCEB}} \cdot e_P}{I^2}$$

$$w_{\text{nCEB}} \leftarrow \frac{5}{384} \frac{I^4 \cdot \left[-P_{\text{eqCEB}} + q + \left[g + k_P \cdot P - \frac{P_{\text{eqCEB}} \cdot (2 - \rho_{\text{CEB}})}{2} \cdot \frac{1}{(1 - \rho_{\text{CEB}})} \right] \cdot \Delta\phi_{\text{CEB}} \right]}{E_{\text{CEB}} \cdot I}$$

$$\delta L_{\text{total}} \leftarrow \frac{P_0 \cdot (2 - \rho_{\text{CEB}}) \cdot 1}{2 \cdot E_{\text{CEB}} \cdot A} \cdot (1 + \Delta\phi_{\text{CEB}})$$

$$S1_{w,\text{nCEB}} \leftarrow S1_{w,\text{nCEB}} + w_{\text{nCEB}}$$

$$S2_{w,\text{nCEB}} \leftarrow S2_{w,\text{nCEB}} + w_{\text{nCEB}}^2$$

$$S1_{\delta L,\text{total}} \leftarrow S1_{\delta L,\text{total}} + \delta L_{\text{total}}$$

$$S2_{\delta L,\text{total}} \leftarrow S2_{\delta L,\text{total}} + \delta L_{\text{total}}^2$$

$$\mu_{w,\text{nCEB}} \leftarrow \frac{S1_{w,\text{nCEB}}}{N}$$

$$\sigma_{w,\text{nCEB}} \leftarrow \sqrt{\frac{S2_{w,\text{nCEB}}}{N} - \mu_{w,\text{nCEB}}^2}$$

$$\mu_{\delta L,\text{total}} \leftarrow \frac{S1_{\delta L,\text{total}}}{N}$$

$$\sigma_{\delta L,\text{total}} \leftarrow \sqrt{\frac{S2_{\delta L,\text{total}}}{N} - \mu_{\delta L,\text{total}}^2}$$

$$V \leftarrow \begin{pmatrix} \mu_{w,\text{nCEB}} \\ \sigma_{w,\text{nCEB}} \\ \mu_{\delta L,\text{total}} \\ \sigma_{\delta L,\text{total}} \end{pmatrix}$$

deflexión

$\mu_{w,\text{nCEB}} := V_1$	$\mu_{w,\text{nCEB}} = 23 \cdot 10^{-3}$	valor medio
$\sigma_{w,\text{nCEB}} := V_2$	$\sigma_{w,\text{nCEB}} = 6.8 \cdot 10^{-3}$	desvio tipo
$\delta_{w,\text{nCEB}} := \left \frac{\sigma_{w,\text{nCEB}}}{\mu_{w,\text{nCEB}}} \right $	$\delta_{w,\text{nCEB}} = 0.294$	coef. de variación

$$q := 0.90$$

Para una confianza del 90 % :

$$\Delta_1 := \sigma_{w.nCEB} \cdot \text{qnorm}\left(\frac{q+1}{2}, 0, 1\right) \quad \Delta_1 = 11.1 \cdot 10^{-3} \quad \text{tolerancia}$$

$$w_{nCEB.inf} := \mu_{w.nCEB} - \Delta_1 \quad w_{nCEB.inf} = 11.9 \cdot 10^{-3}$$

$$w_{nCEB.sup} := \mu_{w.nCEB} + \Delta_1 \quad w_{nCEB.sup} = 34.1 \cdot 10^{-3}$$

acortamiento longitudinal final desde el tesado

$$\mu_{\delta L.total} := V_3 \quad \mu_{\delta L.total} = 20.2 \cdot 10^{-3} \quad \text{valor medio}$$

$$\sigma_{\delta L.total} := V_4 \quad \sigma_{\delta L.total} = 3 \cdot 10^{-3} \quad \text{desvío tipo}$$

$$\delta_{\delta L.total} := \frac{\sigma_{\delta L.total}}{\mu_{\delta L.total}} \quad \delta_{\delta L.total} = 0.147 \quad \text{coef. de variación}$$

$$q := 0.90$$

Para una confianza del 90 % :

$$\Delta_2 := \sigma_{\delta L.total} \cdot \text{qnorm}\left(\frac{q+1}{2}, 0, 1\right) \quad \Delta_2 = 4.9 \cdot 10^{-3} \quad \text{tolerancia}$$

$$\delta L_{total.inf} := \mu_{\delta L.total} - \Delta_2 \quad \delta L_{total.inf} = 15.3 \cdot 10^{-3}$$

$$\delta L_{total.sup} := \mu_{\delta L.total} + \Delta_2 \quad \delta L_{total.sup} = 25.1 \cdot 10^{-3}$$

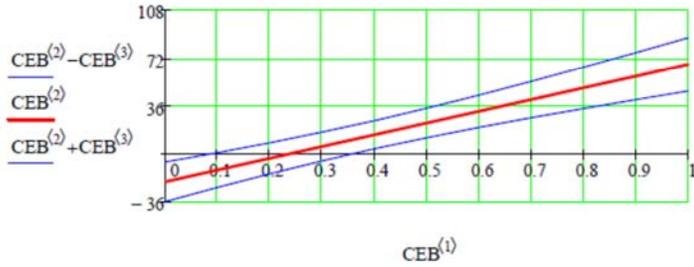
$$\left| \frac{\Delta_1 \cdot 100}{\mu_{w.nCEB}} \right| = 48.3 \quad \text{porcentaje de variación respecto a la deflexión media}$$

$$\frac{\Delta_2 \cdot 100}{\mu_{\delta L.total}} = 24.2 \quad \text{porcentaje de variación respecto al acortamiento longitudinal medio}$$

Análisis de la influencia de la variación de "k_p" sobre la dispersión del valor de la deflexión

k _p	w _n (k _p)	Δ	%V
0	-21	14.8	71.5
0.1	-12.2	13	108.6
0.2	-3.4	11.6	358.1
0.3	5.4	10.8	196.2
0.4	14.2	10.5	74.2
0.5	23	11.1	48.4
0.6	31.8	12.1	38.4
0.7	40.6	13.7	34
0.8	49.4	15.6	31.9
0.9	58.2	17.7	30.6
1	67	20	30.1

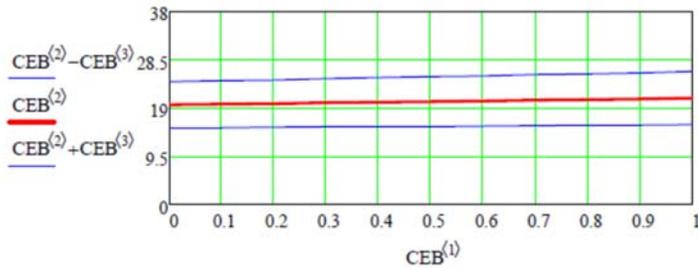
$$\%V_{\text{promedio}} := \frac{\sum_{i=1}^{11} \text{CEB}_{i,4}}{11} \quad \%V_{\text{promedio}} = 93$$



Análisis de la influencia de la variación de "k_p" sobre la dispersión del valor del acortamiento longitudinal

k _p	δL _{total} (k _p)	Δ	%V
0	19.6	4.5	23.2
0.1	19.7	4.6	23.4
0.2	19.8	4.6	23.6
0.3	20	4.7	23.8
0.4	20.1	4.8	23.9
0.5	20.2	4.9	24.2
0.6	20.3	4.9	24.3
0.7	20.5	5	24.5
0.8	20.6	5	24.7
0.9	20.7	5.1	24.9
1	20.9	5.2	25.1

$$\%V_{\text{promedio}} := \frac{\sum_{i=1}^{11} \text{CEB}_{i,4}}{11} \quad \%V_{\text{promedio}} = 24$$



Viga de Hormigón Postesado s/ACI 318-02

ORIGIN := 1

Unidades básicas : MN , m

Valores analizados simulando las variables aleatorias

(ver A.4 - Deflexión Viga postesada.xmcd)

$w_n(k_p) :=$	$\begin{pmatrix} k_p & \text{CIRSOC} & \text{CEB} & \text{ACI} & \text{EC} \\ 0 & -12.9 & -21.3 & -3.7 & -22.4 \\ 0.1 & -7.1 & -12.5 & 1.9 & -13.9 \\ 0.2 & -1.3 & -3.7 & 7.5 & -5.4 \\ 0.3 & 4.5 & 5.1 & 13.2 & 3.1 \\ 0.4 & 10.3 & 13.9 & 18.8 & 11.7 \\ 0.5 & 16.2 & 22.7 & 24.4 & 20.2 \\ 0.6 & 22 & 31.5 & 30 & 28.7 \\ 0.7 & 27.8 & 40.3 & 35.6 & 37.2 \\ 0.8 & 33.6 & 49.2 & 41.2 & 45.7 \\ 0.9 & 39.4 & 58 & 46.8 & 54.2 \\ 1 & 45.2 & 66.8 & 52.4 & 62.7 \end{pmatrix}$	$\delta L_{\text{total}}(k_p) :=$	$\begin{pmatrix} k_p & \text{CIRSOC} & \text{CEB} & \text{ACI} & \text{EC} \\ 0 & 15 & 19.6 & 16.6 & 19.9 \\ 0.1 & 15.1 & 19.7 & 16.7 & 20 \\ 0.2 & 15.1 & 19.8 & 16.7 & 20.2 \\ 0.3 & 15.2 & 19.9 & 16.8 & 20.3 \\ 0.4 & 15.2 & 20.1 & 16.9 & 20.4 \\ 0.5 & 15.3 & 20.2 & 16.9 & 20.5 \\ 0.6 & 15.4 & 20.3 & 17 & 20.7 \\ 0.7 & 15.4 & 20.4 & 17.1 & 20.8 \\ 0.8 & 15.5 & 20.6 & 17.1 & 20.9 \\ 0.9 & 15.5 & 20.7 & 17.2 & 21 \\ 1 & 15.6 & 20.8 & 17.3 & 21.1 \end{pmatrix}$
---------------	--	-----------------------------------	--

$k_p := 0, 0.1..1$ coef. que contempla el % de la sobrecarga interviniente a tiempo ∞
 $f_{cm} := 26\text{MPa}$ resistencia media a compresión del hormigón
 $f'_c := 22.7\text{MPa}$ resistencia característica a compresión del hormigón

Variables determinísticas (fijas)

$A_s := 23.8\text{cm}^2$ sección de acero del tensor

Variables aleatorias		Variables aleatorias simulando P ₀	
X ₁ := γ _h	peso específico del hormigón	X ₁ := γ _h	peso específico del hormigón
X ₂ := p	sobrecarga	X ₂ := p	sobrecarga
X ₃ := P ₀	esfuerzo de tesado	X ₃ := L _{tensor_equiv}	longitud del tensor
X ₄ := e _p	excentricidad del tensor	X ₄ := e _p	excentricidad del tensor
X ₅ := A	sección transversal	X ₅ := A	sección transversal
X ₆ := E _s	módulo de elasticidad del tensor	X ₆ := E _s	módulo de elasticidad del tensor
X ₇ := f _c	resistencia característica a compresión del hormigón	X ₇ := f _c	resistencia característica a compresión del hormigón
X ₈ := ε _{sh}	contracción de fraguado	X ₈ := ε _{sh}	contracción de fraguado
X ₉ := Δφ _{ACI}	coef. de deformación diferida	X ₉ := Δφ _{ACI}	coef. de deformación diferida
X ₁₀ := l	luz entre apoyos	X ₁₀ := l	luz entre apoyos
X ₁₁ := f _{yr}	resistencia del acero del tensor	X ₁₁ := f _{yr}	resistencia del acero del tensor
X ₁₂ := I	momento de inercia de la sección de hormigón	X ₁₂ := Δ _{l_tensor}	alargamiento del tensor
		X ₁₃ := I	momento de inercia de la sección de hormigón

$\mu := \begin{pmatrix} 0.024 \\ 0.0160 \\ 2.818 \\ 0.70 \\ 0.4455 \\ 195000 \\ 22.7 \\ -27.7 \cdot 10^{-5} \\ 1.27 \\ 28 \\ 1900 \\ 0.1128 \end{pmatrix}$	$\delta := \begin{pmatrix} 0.02 \\ 10^{-6} \\ 0.04 \\ \frac{2.5}{1645} \sqrt{\left(\frac{10}{\mu_4}\right)^2} \\ 0.013 \\ 0.044 \\ 0.1 \\ 0.30 \\ 0.20 \\ \frac{30}{1645 \cdot \mu_{10}} \\ 0.038 \\ 0.017 \end{pmatrix}$	$\sigma := \frac{\delta}{ \mu } \rightarrow \sigma =$	<table border="1"> <thead> <tr> <th></th> <th>1</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>1</td><td>4.8·10⁻⁴</td></tr> <tr><td>2</td><td>1.6·10⁻⁸</td></tr> <tr><td>3</td><td>0.113</td></tr> <tr><td>4</td><td>6.263·10⁻³</td></tr> <tr><td>5</td><td>5.792·10⁻³</td></tr> <tr><td>6</td><td>8.58·10³</td></tr> <tr><td>7</td><td>2.27</td></tr> <tr><td>8</td><td>8.31·10⁻⁵</td></tr> <tr><td>9</td><td>0.254</td></tr> <tr><td>10</td><td>0.018</td></tr> <tr><td>11</td><td>72.2</td></tr> <tr><td>12</td><td>1.918·10⁻³</td></tr> </tbody> </table>		1	1	4.8·10 ⁻⁴	2	1.6·10 ⁻⁸	3	0.113	4	6.263·10 ⁻³	5	5.792·10 ⁻³	6	8.58·10 ³	7	2.27	8	8.31·10 ⁻⁵	9	0.254	10	0.018	11	72.2	12	1.918·10 ⁻³
	1																												
1	4.8·10 ⁻⁴																												
2	1.6·10 ⁻⁸																												
3	0.113																												
4	6.263·10 ⁻³																												
5	5.792·10 ⁻³																												
6	8.58·10 ³																												
7	2.27																												
8	8.31·10 ⁻⁵																												
9	0.254																												
10	0.018																												
11	72.2																												
12	1.918·10 ⁻³																												
valor medio	coef. de variación		desvio tipo																										

k_p := 0.5 N := 500000 tamaño de la muestra o número de iteraciones

Simulación (con Ctrl + F9 recalcula con otra SEED)

```

V := | Sw∞min1 ← 0
      Sw∞min2 ← 0
      SδL.total11 ← 0
      SδL.total12 ← 0
      Sw∞min1 ← 0
      Sw∞min2 ← 0
      SδL.total1 ← 0
      SδL.total2 ← 0
      for i ∈ 1 .. N
        | γh ← morm(1, μ1, σ1)1
          p ← morm(1, μ2, σ2)1
          P0 ← morm(1, μ3, σ3)1
          ep ← morm(1, μ4, σ4)1
          A ← morm(1, μ5, σ5)1
          Es ← morm(1, μ6, σ6)1
          fc ← morm(1, μ7, σ7)1
          εsh ← morm(1, μ8, σ8)1
          ΔφACI ← morm(1, μ9, σ9)1
          I ← morm(1, μ10, σ10)1
          fyr ← morm(1, μ11, σ11)1
          I ← morm(1, μ12, σ12)1
          g ← γh·A
          q ← g + p
          Ec ← 4750·√fc
          nACI ←  $\frac{E_s}{E_c}$ 
          σbzgp ←  $\frac{(g + k_p \cdot p) \cdot I^2 \cdot e_p}{8 \cdot I}$ 
          σbzP0 ←  $\frac{-P_0 \cdot e_p^2}{I} + \frac{-P_0}{A}$ 
          σzP0 ← 0.89 · 0.7 · fyr
          σzφrACI ←  $\frac{\epsilon_{sh} \cdot E_s + n_{ACI} \cdot \Delta\phi_{ACI} \cdot (\sigma_{bzgp} + \sigma_{bzP0})}{\Delta\phi_{ACI}}$ 

```

$$\rho_{ACI} \leftarrow \left| \frac{\sigma_{z\phi rACI}}{\sigma_{zP0}} \right|$$

$$P_{infACI} \leftarrow P_0 \cdot (1 - \rho_{ACI})$$

$$P_{eqACI} \leftarrow \frac{8 \cdot P_{infACI} \cdot \epsilon_P}{l^2}$$

$$w_{nACI} \leftarrow \frac{5}{384} \cdot \frac{l^4}{E_c \cdot I} \left[-P_{eqACI} + q + \left[g + k_p \cdot p - \frac{P_{eqACI}}{2} \cdot \frac{(2 - \rho_{ACI})}{(1 - \rho_{ACI})} \right] \cdot \Delta\phi_{ACI} \right]$$

$$\delta L_{total} \leftarrow \frac{P_0 \cdot (2 - \rho_{ACI}) \cdot l}{2 \cdot E_c \cdot A} \cdot (1 + \Delta\phi_{ACI})$$

$$S1_{w.nACI} \leftarrow S1_{w.nACI} + w_{nACI}$$

$$S2_{w.nACI} \leftarrow S2_{w.nACI} + w_{nACI}^2$$

$$S1_{\delta L.total} \leftarrow S1_{\delta L.total} + \delta L_{total}$$

$$S2_{\delta L.total} \leftarrow S2_{\delta L.total} + \delta L_{total}^2$$

$$\mu_{w.nACI} \leftarrow \frac{S1_{w.nACI}}{N}$$

$$\sigma_{w.nACI} \leftarrow \sqrt{\frac{S2_{w.nACI}}{N} - \mu_{w.nACI}^2}$$

$$\mu_{\delta L.total} \leftarrow \frac{S1_{\delta L.total}}{N}$$

$$\sigma_{\delta L.total} \leftarrow \sqrt{\frac{S2_{\delta L.total}}{N} - \mu_{\delta L.total}^2}$$

$$V \leftarrow \begin{pmatrix} \mu_{w.nACI} \\ \sigma_{w.nACI} \\ \mu_{\delta L.total} \\ \sigma_{\delta L.total} \end{pmatrix}$$

deflexión

$\mu_{w.nACI} := V_1$	$\mu_{w.nACI} = 24.6 \cdot 10^{-3}$	valor medio
$\sigma_{w.nACI} := V_2$	$\sigma_{w.nACI} = 5.7 \cdot 10^{-3}$	desvio tipo
$\delta_{w.nACI} := \left \frac{\sigma_{w.nACI}}{\mu_{w.nACI}} \right $	$\delta_{w.nACI} = 0.231$	coef. de variación

q := 0.90

Para una confianza del 90 % :

$$\Delta_1 := \sigma_{w.nACI} \cdot qnorm\left(\frac{q+1}{2}, 0, 1\right) \quad \Delta_1 = 9.3 \cdot 10^{-3} \quad \text{tolerancia}$$

$$w_{nACI.inf} := \mu_{w.nACI} - \Delta_1 \quad w_{nACI.inf} = 15.2 \cdot 10^{-3}$$

$$w_{nACI.sup} := \mu_{w.nACI} + \Delta_1 \quad w_{nACI.sup} = 33.9 \cdot 10^{-3}$$

acortamiento longitudinal final desde el tesado

$$\mu_{\delta L.total} := V_3 \quad \mu_{\delta L.total} = 17 \cdot 10^{-3} \quad \text{valor medio}$$

$$\sigma_{\delta L.total} := V_4 \quad \sigma_{\delta L.total} = 2.1 \cdot 10^{-3} \quad \text{desvio tipo}$$

$$\delta_{\delta L.total} := \frac{\sigma_{\delta L.total}}{\mu_{\delta L.total}} \quad \delta_{\delta L.total} = 0.125 \quad \text{coef. de variación}$$

q := 0.90

Para una confianza del 90 % :

$$\Delta_2 := \sigma_{\delta L.total} \cdot qnorm\left(\frac{q+1}{2}, 0, 1\right) \quad \Delta_2 = 3.5 \cdot 10^{-3} \quad \text{tolerancia}$$

$$\delta L_{total.inf} := \mu_{\delta L.total} - \Delta_2 \quad \delta L_{total.inf} = 13.5 \cdot 10^{-3}$$

$$\delta L_{total.sup} := \mu_{\delta L.total} + \Delta_2 \quad \delta L_{total.sup} = 20.5 \cdot 10^{-3}$$

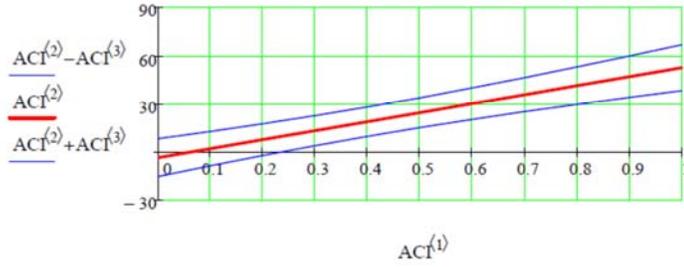
$$\frac{\Delta_1 \cdot 100}{\mu_{w.nACI}} = 38 \quad \text{porcentaje de variación respecto a la deflexión media}$$

$$\frac{\Delta_2 \cdot 100}{\mu_{\delta L.total}} = 20.5 \quad \text{porcentaje de variación respecto al acortamiento longitudinal medio}$$

Análisis de la influencia de la variación de "k_p" sobre la dispersión del valor de la deflexión

k _p	w _n (k _p)	Δ	%V
0	-3.5	11.8	332.6
0.1	2.1	10.7	522.6
0.2	7.7	9.9	128.8
0.3	13.3	9.4	70.3
0.4	18.9	9.2	48.4
0.5	24.5	9.3	38
0.6	30.2	9.9	32.7
0.7	35.8	10.6	29.7
0.8	41.4	11.7	28.2
0.9	47	12.9	27.4
1	52.6	14.3	27.1

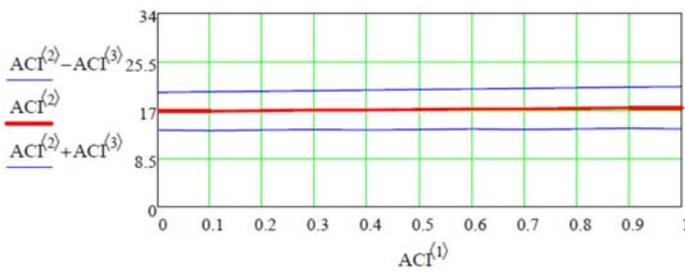
$$\%V_{\text{promedio}} := \frac{\sum_{i=1}^{11} ACI_{i,4}}{11} \quad \%V_{\text{promedio}} = 117$$



Análisis de la influencia de la variación de "k_p" sobre la dispersión del valor del acortamiento longitudinal

k _p	δL _{total} (k _p)	Δ	%V
0	16.7	3.3	20
0.1	16.7	3.4	20.1
0.2	16.8	3.4	20.2
0.3	16.9	3.4	20.3
0.4	16.9	3.5	20.4
0.5	17	3.5	20.5
0.6	17.1	3.5	20.6
0.7	17.1	3.6	20.7
0.8	17.2	3.6	20.9
0.9	17.3	3.6	21
1	17.3	3.7	21.1

$$\%V_{\text{promedio}} := \frac{\sum_{i=1}^{11} ACI_{i,4}}{11} \quad \%V_{\text{promedio}} = 21$$



Simulando P_0

$\mu :=$	$\delta :=$	$\sigma := (\mu \cdot \delta) \rightarrow \sigma =$																												
$\begin{pmatrix} 0.024 \\ 0.0160 \\ 28.047 \\ 0.70 \\ 0.4455 \\ 195000 \\ 22.7 \\ -27.7 \cdot 10^{-5} \\ 1.27 \\ 28 \\ 1900 \\ 0.1703 \\ 0.1128 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0.02 \\ 10^{-6} \\ 4.5 \times 10^{-4} \\ \frac{2.5}{1645} \cdot \sqrt[3]{\left(\frac{10}{\mu_4}\right)^2} \\ 0.013 \\ 0.044 \\ 0.1 \\ 0.30 \\ 0.20 \\ \frac{30}{1645 \cdot \mu_{10}} \\ 0.038 \\ \frac{1}{1645 \cdot \mu_{12}} \\ 0.017 \end{pmatrix}$	<table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td></td><td>1</td></tr> <tr><td>1</td><td>$4.8 \cdot 10^{-4}$</td></tr> <tr><td>2</td><td>$1.6 \cdot 10^{-8}$</td></tr> <tr><td>3</td><td>0.013</td></tr> <tr><td>4</td><td>$6.263 \cdot 10^{-3}$</td></tr> <tr><td>5</td><td>$5.792 \cdot 10^{-3}$</td></tr> <tr><td>6</td><td>$8.58 \cdot 10^3$</td></tr> <tr><td>7</td><td>2.27</td></tr> <tr><td>8</td><td>$8.31 \cdot 10^{-5}$</td></tr> <tr><td>9</td><td>0.254</td></tr> <tr><td>10</td><td>0.018</td></tr> <tr><td>11</td><td>72.2</td></tr> <tr><td>12</td><td>$6.079 \cdot 10^{-4}$</td></tr> <tr><td>13</td><td>$1.918 \cdot 10^{-3}$</td></tr> </table>		1	1	$4.8 \cdot 10^{-4}$	2	$1.6 \cdot 10^{-8}$	3	0.013	4	$6.263 \cdot 10^{-3}$	5	$5.792 \cdot 10^{-3}$	6	$8.58 \cdot 10^3$	7	2.27	8	$8.31 \cdot 10^{-5}$	9	0.254	10	0.018	11	72.2	12	$6.079 \cdot 10^{-4}$	13	$1.918 \cdot 10^{-3}$
	1																													
1	$4.8 \cdot 10^{-4}$																													
2	$1.6 \cdot 10^{-8}$																													
3	0.013																													
4	$6.263 \cdot 10^{-3}$																													
5	$5.792 \cdot 10^{-3}$																													
6	$8.58 \cdot 10^3$																													
7	2.27																													
8	$8.31 \cdot 10^{-5}$																													
9	0.254																													
10	0.018																													
11	72.2																													
12	$6.079 \cdot 10^{-4}$																													
13	$1.918 \cdot 10^{-3}$																													
valor medio	coef. de variación	desvio tipo																												

```

V := S_w∞minin1 ← 0
      S_w∞minin2 ← 0
      S_δL.total11 ← 0
      S_δL.total12 ← 0
      S_w∞min1 ← 0
      S_w∞min2 ← 0
      S_δL.total1 ← 0
      S_δL.total2 ← 0
      for i ∈ 1..N
        γh ← morm(1, μ1, σ1)1
        p ← morm(1, μ2, σ2)1
        Ltensor_equiv ← morm(1, μ3, σ3)1
        ep ← morm(1, μ4, σ4)1
        A ← morm(1, μ5, σ5)1
        Es ← morm(1, μ6, σ6)1
        fc ← morm(1, μ7, σ7)1
        εsh ← morm(1, μ8, σ8)1
        ΔφACI ← morm(1, μ9, σ9)1
        l ← morm(1, μ10, σ10)1
        fyr ← morm(1, μ11, σ11)1
        Δ1 ← morm(1, μ12, σ12)1
        I ← morm(1, μ13, σ13)1
        g ← γh · A
        q ← g + p
        Ec ← 4750 · √fc
        nACI ←  $\frac{E_s}{E_c}$ 
        P0 ←  $\frac{\Delta_1 \cdot E_s \cdot A_s}{L_{\text{tensor\_equiv}} \cdot 10000 \cdot \text{cm}^2}$ 
        σbzgp ←  $\frac{(g + k_p \cdot p) \cdot l^2 \cdot e_p}{8 \cdot I}$ 
        σbzP0 ←  $\frac{-P_0 \cdot e_p^2}{I} + \frac{-P_0}{A}$ 
        σzP0 ← 0.89 · 0.7 · fyr

```

$$\sigma_{z\phi rACI} \leftarrow \frac{\varepsilon_{sh} \cdot E_s + n_{ACI} \cdot \Delta\phi_{ACI} (\sigma_{bzgp} + \sigma_{bzP0})}{1 - \frac{n_{ACI} \sigma_{bzP0}}{\sigma_{zP0}} \cdot \left(1 + \frac{\Delta\phi_{ACI}}{2}\right)}$$

$$\rho_{ACI} \leftarrow \left| \frac{\sigma_{z\phi rACI}}{\sigma_{zP0}} \right|$$

$$P_{infACI} \leftarrow P_0 \cdot (1 - \rho_{ACI})$$

$$P_{eqACI} \leftarrow \frac{8 \cdot P_{infACI} \cdot e_p}{l^2}$$

$$w_{nACI} \leftarrow \frac{5}{384} \cdot \frac{l^4}{E_c \cdot I} \left[-P_{eqACI} + q + \left[g + k_p \cdot p - \frac{P_{eqACI}}{2} \cdot \frac{(2 - \rho_{ACI})}{(1 - \rho_{ACI})} \right] \cdot \Delta\phi_{ACI} \right]$$

$$\delta L_{total} \leftarrow \frac{P_0 \cdot (2 - \rho_{ACI}) \cdot l}{2 \cdot E_c \cdot A} \cdot (1 + \Delta\phi_{ACI})$$

$$S1_{w.nACI} \leftarrow S1_{w.nACI} + w_{nACI}$$

$$S2_{w.nACI} \leftarrow S2_{w.nACI} + w_{nACI}^2$$

$$S1_{\delta L_{total}} \leftarrow S1_{\delta L_{total}} + \delta L_{total}$$

$$S2_{\delta L_{total}} \leftarrow S2_{\delta L_{total}} + \delta L_{total}^2$$

$$\mu_{w.nACI} \leftarrow \frac{S1_{w.nACI}}{N}$$

$$\sigma_{w.nACI} \leftarrow \sqrt{\frac{S2_{w.nACI}}{N} - \mu_{w.nACI}^2}$$

$$\mu_{\delta L_{total}} \leftarrow \frac{S1_{\delta L_{total}}}{N}$$

$$\sigma_{\delta L_{total}} \leftarrow \sqrt{\frac{S2_{\delta L_{total}}}{N} - \mu_{\delta L_{total}}^2}$$

$$V \leftarrow \begin{pmatrix} \mu_{w.nACI} \\ \sigma_{w.nACI} \\ \mu_{\delta L_{total}} \\ \sigma_{\delta L_{total}} \end{pmatrix}$$

deflexión

$\mu_{w.nACI} := V_1$	$\mu_{w.nACI} = 24.6 \cdot 10^{-3}$	valor medio
$\sigma_{w.nACI} := V_2$	$\sigma_{w.nACI} = 5.8 \cdot 10^{-3}$	desvio tipo

$$\delta_{w,nACI} := \left| \frac{\sigma_{w,nACI}}{\mu_{w,nACI}} \right| \quad \delta_{w,nACI} = 0.236 \quad \text{coef. de variación}$$

$$q := 0.90$$

Para una confianza del 90 % :

$$\Delta_1 := \sigma_{w,nACI} \cdot qnorm\left(\frac{q+1}{2}, 0, 1\right) \quad \Delta_1 = 9.5 \cdot 10^{-3} \quad \text{tolerancia}$$

$$w_{nACI,inf} := \mu_{w,nACI} - \Delta_1 \quad w_{nACI,inf} = 15.1 \cdot 10^{-3}$$

$$w_{nACI,sup} := \mu_{w,nACI} + \Delta_1 \quad w_{nACI,sup} = 34.1 \cdot 10^{-3}$$

acortamiento longitudinal final desde el tesado

$$\mu_{\delta L, total} := V_3 \quad \mu_{\delta L, total} = 17 \cdot 10^{-3} \quad \text{valor medio}$$

$$\sigma_{\delta L, total} := V_4 \quad \sigma_{\delta L, total} = 2.1 \cdot 10^{-3} \quad \text{desvio tipo}$$

$$\delta_{\delta L, total} := \frac{\sigma_{\delta L, total}}{\mu_{\delta L, total}} \quad \delta_{\delta L, total} = 0.125 \quad \text{coef. de variación}$$

$$q := 0.90$$

Para una confianza del 90 % :

$$\Delta_2 := \sigma_{\delta L, total} \cdot qnorm\left(\frac{q+1}{2}, 0, 1\right) \quad \Delta_2 = 3.5 \cdot 10^{-3} \quad \text{tolerancia}$$

$$\delta L_{total,inf} := \mu_{\delta L, total} - \Delta_2 \quad \delta L_{total,inf} = 13.5 \cdot 10^{-3}$$

$$\delta L_{total,sup} := \mu_{\delta L, total} + \Delta_2 \quad \delta L_{total,sup} = 20.5 \cdot 10^{-3}$$

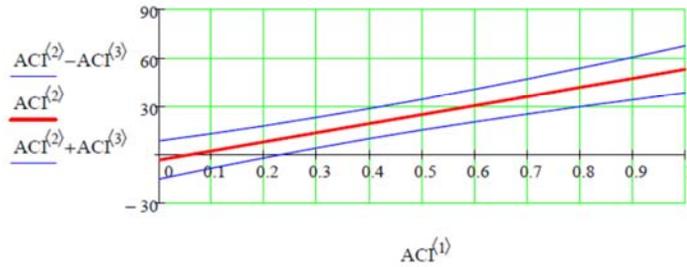
$$\left| \frac{\Delta_1 \cdot 100}{\mu_{w,nACI}} \right| = 38.8 \quad \text{porcentaje de variación respecto a la deflexión media}$$

$$\frac{\Delta_2 \cdot 100}{\mu_{\delta L, total}} = 20.6 \quad \text{porcentaje de variación respecto al acortamiento longitudinal medio}$$

Análisis de la influencia de la variación de "k_p" sobre la dispersión del valor de la deflexión

	k_p	$w_n(k_p)$	Δ	%V	
ACI :=	0	-3.5	11.8	335.6	ACI :=
	0.1	2.1	10.7	510.4	
	0.2	7.7	9.9	128.4	
	0.3	13.4	9.5	71	
	0.4	19	9.3	49.1	
	0.5	24.6	9.5	38.7	
	0.6	30.2	10.1	33.3	
	0.7	35.8	10.9	30.4	
	0.8	41.5	12	28.9	
	0.9	47	13.2	28	
	1	52.7	14.6	27.6	

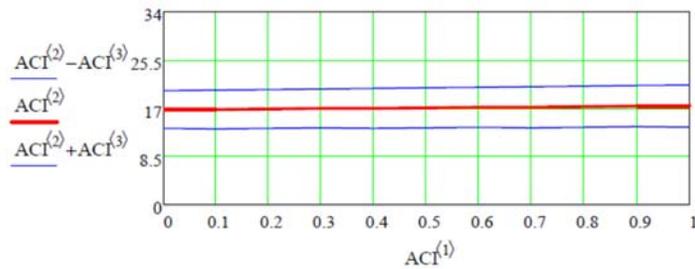
$$\%V_{\text{promedio}} := \frac{\sum_{i=1}^{11} ACI_{i,4}}{11} \quad \%V_{\text{promedio}} = 116$$



Análisis de la influencia de la variación de "k_p" sobre la dispersión del valor del acortamiento longitudinal

k _p	δL _{total} (k _p)	Δ	%V
0	16.7	3.3	20
0.1	16.7	3.4	20.1
0.2	16.8	3.4	20.2
0.3	16.9	3.4	20.4
0.4	16.9	3.5	20.5
0.5	17	3.5	20.6
0.6	17.1	3.5	20.7
0.7	17.1	3.6	20.9
0.8	17.2	3.6	20.9
0.9	17.3	3.6	21.1
1	17.3	3.7	21.2

$$\%V_{\text{promedio}} := \frac{\sum_{i=1}^{11} ACI_{i,4}}{11} \quad \%V_{\text{promedio}} = 21$$



Viga de Hormigón Postesado s/EC-02

ORIGIN := 1

Unidades básicas : MN , m

Valores analizados simulando las variables aleatorias

(ver A.4 - Deflexión Viga postesada.xmcd)

$w_n(k_p) :=$	<table style="border-collapse: collapse; width: 100%;"> <thead> <tr> <th>k_p</th> <th>CIRSOC</th> <th>CEB</th> <th>ACI</th> <th>EC</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>0</td><td>-12.9</td><td>-21.3</td><td>-3.7</td><td>-22.4</td></tr> <tr><td>0.1</td><td>-7.1</td><td>-12.5</td><td>1.9</td><td>-13.9</td></tr> <tr><td>0.2</td><td>-1.3</td><td>-3.7</td><td>7.5</td><td>-5.4</td></tr> <tr><td>0.3</td><td>4.5</td><td>5.1</td><td>13.2</td><td>3.1</td></tr> <tr><td>0.4</td><td>10.3</td><td>13.9</td><td>18.8</td><td>11.7</td></tr> <tr><td>0.5</td><td>16.2</td><td>22.7</td><td>24.4</td><td>20.2</td></tr> <tr><td>0.6</td><td>22</td><td>31.5</td><td>30</td><td>28.7</td></tr> <tr><td>0.7</td><td>27.8</td><td>40.3</td><td>35.6</td><td>37.2</td></tr> <tr><td>0.8</td><td>33.6</td><td>49.2</td><td>41.2</td><td>45.7</td></tr> <tr><td>0.9</td><td>39.4</td><td>58</td><td>46.8</td><td>54.2</td></tr> <tr><td>1</td><td>45.2</td><td>66.8</td><td>52.4</td><td>62.7</td></tr> </tbody> </table>	k_p	CIRSOC	CEB	ACI	EC	0	-12.9	-21.3	-3.7	-22.4	0.1	-7.1	-12.5	1.9	-13.9	0.2	-1.3	-3.7	7.5	-5.4	0.3	4.5	5.1	13.2	3.1	0.4	10.3	13.9	18.8	11.7	0.5	16.2	22.7	24.4	20.2	0.6	22	31.5	30	28.7	0.7	27.8	40.3	35.6	37.2	0.8	33.6	49.2	41.2	45.7	0.9	39.4	58	46.8	54.2	1	45.2	66.8	52.4	62.7	$\delta L_{total}(k_p) :=$	<table style="border-collapse: collapse; width: 100%;"> <thead> <tr> <th>k_p</th> <th>CIRSOC</th> <th>CEB</th> <th>ACI</th> <th>EC</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>0</td><td>15</td><td>19.6</td><td>16.6</td><td>19.9</td></tr> <tr><td>0.1</td><td>15.1</td><td>19.7</td><td>16.7</td><td>20</td></tr> <tr><td>0.2</td><td>15.1</td><td>19.8</td><td>16.7</td><td>20.2</td></tr> <tr><td>0.3</td><td>15.2</td><td>19.9</td><td>16.8</td><td>20.3</td></tr> <tr><td>0.4</td><td>15.2</td><td>20.1</td><td>16.9</td><td>20.4</td></tr> <tr><td>0.5</td><td>15.3</td><td>20.2</td><td>16.9</td><td>20.5</td></tr> <tr><td>0.6</td><td>15.4</td><td>20.3</td><td>17</td><td>20.7</td></tr> <tr><td>0.7</td><td>15.4</td><td>20.4</td><td>17.1</td><td>20.8</td></tr> <tr><td>0.8</td><td>15.5</td><td>20.6</td><td>17.1</td><td>20.9</td></tr> <tr><td>0.9</td><td>15.5</td><td>20.7</td><td>17.2</td><td>21</td></tr> <tr><td>1</td><td>15.6</td><td>20.8</td><td>17.3</td><td>21.1</td></tr> </tbody> </table>	k_p	CIRSOC	CEB	ACI	EC	0	15	19.6	16.6	19.9	0.1	15.1	19.7	16.7	20	0.2	15.1	19.8	16.7	20.2	0.3	15.2	19.9	16.8	20.3	0.4	15.2	20.1	16.9	20.4	0.5	15.3	20.2	16.9	20.5	0.6	15.4	20.3	17	20.7	0.7	15.4	20.4	17.1	20.8	0.8	15.5	20.6	17.1	20.9	0.9	15.5	20.7	17.2	21	1	15.6	20.8	17.3	21.1
k_p	CIRSOC	CEB	ACI	EC																																																																																																																							
0	-12.9	-21.3	-3.7	-22.4																																																																																																																							
0.1	-7.1	-12.5	1.9	-13.9																																																																																																																							
0.2	-1.3	-3.7	7.5	-5.4																																																																																																																							
0.3	4.5	5.1	13.2	3.1																																																																																																																							
0.4	10.3	13.9	18.8	11.7																																																																																																																							
0.5	16.2	22.7	24.4	20.2																																																																																																																							
0.6	22	31.5	30	28.7																																																																																																																							
0.7	27.8	40.3	35.6	37.2																																																																																																																							
0.8	33.6	49.2	41.2	45.7																																																																																																																							
0.9	39.4	58	46.8	54.2																																																																																																																							
1	45.2	66.8	52.4	62.7																																																																																																																							
k_p	CIRSOC	CEB	ACI	EC																																																																																																																							
0	15	19.6	16.6	19.9																																																																																																																							
0.1	15.1	19.7	16.7	20																																																																																																																							
0.2	15.1	19.8	16.7	20.2																																																																																																																							
0.3	15.2	19.9	16.8	20.3																																																																																																																							
0.4	15.2	20.1	16.9	20.4																																																																																																																							
0.5	15.3	20.2	16.9	20.5																																																																																																																							
0.6	15.4	20.3	17	20.7																																																																																																																							
0.7	15.4	20.4	17.1	20.8																																																																																																																							
0.8	15.5	20.6	17.1	20.9																																																																																																																							
0.9	15.5	20.7	17.2	21																																																																																																																							
1	15.6	20.8	17.3	21.1																																																																																																																							

$k_p := 0, 0.1..1$ coef. que contempla el % de la sobrecarga interviniente a tiempo ∞

$f_{cm} := 26\text{MPa}$ resistencia media a compresión del hormigón

Variables determinísticas (fijas)

$A_s := 23.8\text{cm}^2$ sección de acero del tensor

Variables aleatorias		Variables aleatorias simulando P ₀	
X ₁ := γ _h	peso específico del hormigón	X ₁ := γ _h	peso específico del hormigón
X ₂ := p	sobrecarga	X ₂ := p	sobrecarga
X ₃ := P ₀	esfuerzo de tesado	X ₃ := L _{tensor_equiv}	longitud del tensor
X ₄ := e _p	excentricidad del tensor	X ₄ := e _p	excentricidad del tensor
X ₅ := A	sección transversal	X ₅ := A	sección transversal
X ₆ := E _s	módulo de elasticidad del tensor	X ₆ := E _s	módulo de elasticidad del tensor
X ₇ := f _{cm}	resistencia media a compresión de hormigón	X ₇ := f _{cm}	resistencia media a compresión del hormigón
X ₈ := ε _{csE}	contracción de fraguado	X ₈ := ε _{csE}	contracción de fraguado
X ₉ := Δφ _{EC}	coef. de deformación diferida	X ₉ := Δφ _{EC}	coef. de deformación diferida
X ₁₀ := l	luz entre apoyos	X ₁₀ := l	luz entre apoyos
X ₁₁ := f _{yr}	resistencia del acero del tensor	X ₁₁ := f _{yr}	resistencia del acero del tensor
X ₁₂ := I	momento de inercia de la sección de hormigón	X ₁₂ := Δ _{l_tensor}	alargamiento del tensor
		X ₁₃ := I	momento de inercia de la sección de hormigón

$\mu := \begin{pmatrix} 0.024 \\ 0.0160 \\ 2.818 \\ 0.70 \\ 0.4455 \\ 195000 \\ 26 \\ -33.6 \cdot 10^{-5} \\ 2.63 \\ 28 \\ 1900 \\ 0.1128 \end{pmatrix}$	$\delta := \begin{pmatrix} 0.02 \\ 10^{-6} \\ 0.04 \\ \frac{2.5}{1645} \sqrt{\left(\frac{10}{\mu_4}\right)^2} \\ 0.013 \\ 0.044 \\ 0.1 \\ 0.30 \\ 0.20 \\ 30 \\ 1645 \cdot \mu_{10} \\ 0.038 \\ 0.017 \end{pmatrix}$	$\sigma := (\mu \cdot \delta)$	<table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <thead> <tr> <th></th> <th>1</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>1</td><td>4.8·10⁻⁴</td></tr> <tr><td>2</td><td>1.6·10⁻⁸</td></tr> <tr><td>3</td><td>0.113</td></tr> <tr><td>4</td><td>6.263·10⁻³</td></tr> <tr><td>5</td><td>5.792·10⁻³</td></tr> <tr><td>6</td><td>8.58·10³</td></tr> <tr><td>7</td><td>2.6</td></tr> <tr><td>8</td><td>1.008·10⁻⁴</td></tr> <tr><td>9</td><td>0.526</td></tr> <tr><td>10</td><td>0.018</td></tr> <tr><td>11</td><td>72.2</td></tr> <tr><td>12</td><td>1.918·10⁻³</td></tr> </tbody> </table>		1	1	4.8·10 ⁻⁴	2	1.6·10 ⁻⁸	3	0.113	4	6.263·10 ⁻³	5	5.792·10 ⁻³	6	8.58·10 ³	7	2.6	8	1.008·10 ⁻⁴	9	0.526	10	0.018	11	72.2	12	1.918·10 ⁻³
	1																												
1	4.8·10 ⁻⁴																												
2	1.6·10 ⁻⁸																												
3	0.113																												
4	6.263·10 ⁻³																												
5	5.792·10 ⁻³																												
6	8.58·10 ³																												
7	2.6																												
8	1.008·10 ⁻⁴																												
9	0.526																												
10	0.018																												
11	72.2																												
12	1.918·10 ⁻³																												
valor medio	coef. de variación		desvio tipo																										

Simulación (con Ctrl + F9 recalcula con otra SEED)

k_p := 0.5 N := 5000000 tamaño de la muestra o número de iteraciones

```

V := S1_w.nEC ← 0
      S2_w.nEC ← 0
      S1_δL.total ← 0
      S2_δL.total ← 0
      for i ∈ 1..N
        γh ← morm(1, μ1, σ1)1
        p ← morm(1, μ2, σ2)1
        P0 ← morm(1, μ3, σ3)1
        ep ← morm(1, μ4, σ4)1
        A ← morm(1, μ5, σ5)1
        Es ← morm(1, μ6, σ6)1
        fcm ← morm(1, μ7, σ7)1
        εcsE ← morm(1, μ8, σ8)1
        ΔφEC ← morm(1, μ9, σ9)1
        I ← morm(1, μ10, σ10)1
        fyT ← morm(1, μ11, σ11)1
        I ← morm(1, μ12, σ12)1
        g ← γh · A
        q ← g + p
        Ecm ← 22000 ·  $\left(\frac{f_{cm}}{10}\right)^{0.3}$ 
        αe ←  $\frac{E_s}{1.05 \cdot E_{cm}}$ 
        σbzgp ←  $\frac{(g + k_p \cdot p) \cdot I^2 \cdot e_p}{8 \cdot I}$ 
        σbzP0 ←  $\frac{-P_0 \cdot e_p^2}{I} + \frac{-P_0}{A}$ 
        σzP0 ← 0.89 · 0.7 · fyT
        σzφrEC ←  $\frac{\epsilon_{csE} \cdot E_s + \alpha_e \cdot \Delta\phi_{EC} \cdot (\sigma_{bzgp} + \sigma_{bzP0})}{1 - \frac{\alpha_e \cdot \sigma_{bzP0}}{\sigma_{zP0}} \cdot \left(1 + \frac{\Delta\phi_{EC}}{2}\right)}$ 
        ρEC ←  $\left| \frac{\sigma_{zφrEC}}{\sigma_{zP0}} \right|$ 
        PinfEC ← P0 · (1 - ρEC)
        S · PinfEC · ep

```

$$\begin{aligned}
 P_{eqEC} &\leftarrow \frac{\delta \cdot r_{infEC} \cdot eP}{l^2} \\
 w_{nEC} &\leftarrow \frac{5}{384} \cdot \frac{l^4}{1.05 E_{cm} \cdot I} \left[-P_{eqEC} + q + \left[g + k_p \cdot P - \frac{P_{eqEC}}{2} \cdot \frac{(2 - \rho_{EC})}{(1 - \rho_{EC})} \right] \cdot \Delta\phi_{EC} \right] \\
 \delta L_{total} &\leftarrow \frac{P_0 \cdot (2 - \rho_{EC}) \cdot l}{2 \cdot E_{cm} \cdot A} \cdot (1 + \Delta\phi_{EC}) \\
 S1_{w,nEC} &\leftarrow S1_{w,nEC} + w_{nEC} \\
 S2_{w,nEC} &\leftarrow S2_{w,nEC} + w_{nEC}^2 \\
 S1_{\delta L,total} &\leftarrow S1_{\delta L,total} + \delta L_{total} \\
 S2_{\delta L,total} &\leftarrow S2_{\delta L,total} + \delta L_{total}^2 \\
 \mu_{w,nEC} &\leftarrow \frac{S1_{w,nEC}}{N} \\
 \sigma_{w,nEC} &\leftarrow \sqrt{\frac{S2_{w,nEC}}{N} - \mu_{w,nEC}^2} \\
 \mu_{\delta L,total} &\leftarrow \frac{S1_{\delta L,total}}{N} \\
 \sigma_{\delta L,total} &\leftarrow \sqrt{\frac{S2_{\delta L,total}}{N} - \mu_{\delta L,total}^2} \\
 V &\leftarrow \begin{pmatrix} \mu_{w,nEC} \\ \sigma_{w,nEC} \\ \mu_{\delta L,total} \\ \sigma_{\delta L,total} \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

deflexión

$$\begin{aligned}
 \mu_{w,nEC} &:= V_1 & \mu_{w,nEC} &= 20.4 \cdot 10^{-3} & \text{valor medio} \\
 \sigma_{w,nEC} &:= V_2 & \sigma_{w,nEC} &= 6.3 \cdot 10^{-3} & \text{desvio tipo} \\
 \delta_{w,nEC} &:= \left| \frac{\sigma_{w,nEC}}{\mu_{w,nEC}} \right| & \delta_{w,nEC} &= 0.31 & \text{coef. de variación} \\
 q &:= 0.90 & & & \text{Para una confianza del 90 \% :} \\
 \Delta_1 &:= \sigma_{w,nEC} \cdot qnorm\left(\frac{q+1}{2}, 0, 1\right) & \Delta_1 &= 10.4 \cdot 10^{-3} & \text{tolerancia} \\
 w_{nEC.inf} &:= \mu_{w,nEC} - \Delta_1 & w_{nEC.inf} &= 10 \cdot 10^{-3} \\
 w_{nEC.sup} &:= \mu_{w,nEC} + \Delta_1 & w_{nEC.sup} &= 30.7 \cdot 10^{-3}
 \end{aligned}$$

acortamiento longitudinal final desde el tesado

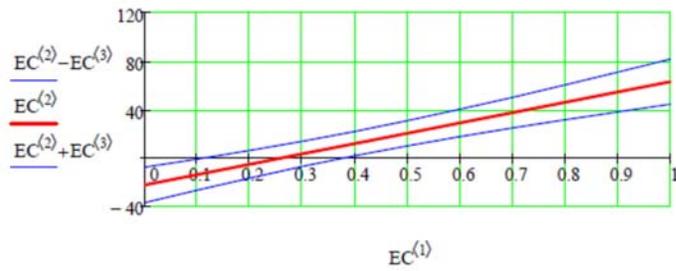
$$\begin{aligned} \mu_{\delta L, \text{total}} &:= V_3 & \mu_{\delta L, \text{total}} &= 20.6 \cdot 10^{-3} & \text{valor medio} \\ \sigma_{\delta L, \text{total}} &:= V_4 & \sigma_{\delta L, \text{total}} &= 3 \cdot 10^{-3} & \text{desvio tipo} \\ \delta_{\delta L, \text{total}} &:= \frac{\sigma_{\delta L, \text{total}}}{\mu_{\delta L, \text{total}}} & \delta_{\delta L, \text{total}} &= 0.146 & \text{coef. de variación} \\ q &:= 0.90 & & & \text{Para una confianza del 90 \% :} \\ \Delta_2 &:= \sigma_{\delta L, \text{total}} \cdot \text{qnorm}\left(\frac{q+1}{2}, 0, 1\right) & \Delta_2 &= 4.9 \cdot 10^{-3} & \text{tolerancia} \\ \delta L_{\text{total_inf}} &:= \mu_{\delta L, \text{total}} - \Delta_2 & \delta L_{\text{total_inf}} &= 15.6 \cdot 10^{-3} \\ \delta L_{\text{total_sup}} &:= \mu_{\delta L, \text{total}} + \Delta_2 & \delta L_{\text{total_sup}} &= 25.5 \cdot 10^{-3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \left| \frac{\Delta_1 \cdot 100}{\mu_{w.nEC}} \right| &= 50.9 & \text{porcentaje de variación respecto a la deflexión media} \\ \frac{\Delta_2 \cdot 100}{\mu_{\delta L, \text{total}}} &= 24 & \text{porcentaje de variación respecto al acortamiento longitudinal medio} \end{aligned}$$

Análisis de la influencia de la variación de "k_p" sobre la dispersión del valor de la deflexión

k _p	w _n (k _p)	Δ	%V
0	-22.2	14.6	67.2
0.1	-13.7	12.8	96
0.2	-5.2	11.4	228.9
0.3	3.4	10.4	300.8
0.4	11.9	10	84.2
0.5	20.4	10.4	50.9
0.6	28.9	11.3	39.2
0.7	37.4	12.6	34.1
0.8	45.9	14.4	31.7
0.9	54.4	16.4	30.4
1	62.9	18.6	29.8

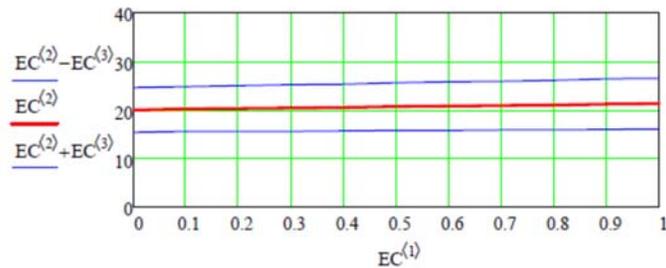
$$\%V_{\text{promedio}} := \frac{\sum_{i=1}^{11} EC_{i,4}}{11} \quad \%V_{\text{promedio}} = 90$$



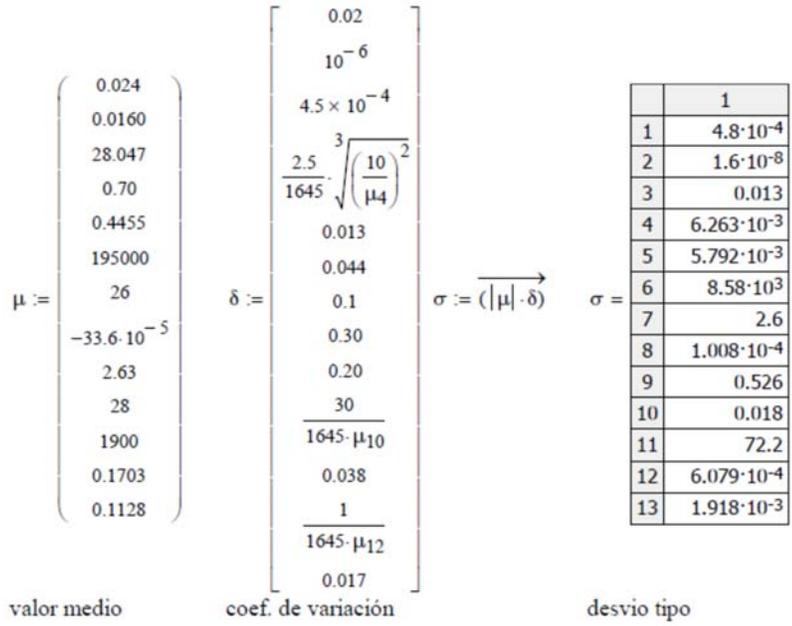
Análisis de la influencia de la variación de "k_p" sobre la dispersión del valor del acortamiento longitudinal total.

k _p	δL _{total} (k _p)	Δ	%V
0	19.9	4.6	23.2
0.1	20.1	4.6	23.3
0.2	20.2	4.7	23.4
0.3	20.3	4.8	23.7
0.4	20.4	4.8	23.9
0.5	20.6	4.9	24
0.6	20.7	5	24.2
0.7	20.8	5	24.3
0.8	20.9	5.1	24.5
0.9	21.1	5.2	24.7
1	21.2	5.2	24.8

$$\%V_{\text{promedio}} := \frac{\sum_{i=1}^{11} EC_{i,4}}{11} \quad \%V_{\text{promedio}} = 24$$



Simulando P_0



```

V :=
  S1w.nEC ← 0
  S2w.nEC ← 0
  S1δL.total ← 0
  S2δL.total ← 0
  for i ∈ 1..N
    γh ← morm(1, μ1, σ1)1
    p ← morm(1, μ2, σ2)1
    Ltensor_equiv ← morm(1, μ3, σ3)1
    ep ← morm(1, μ4, σ4)1
    A ← morm(1, μ5, σ5)1
    Es ← morm(1, μ6, σ6)1
    fcm ← morm(1, μ7, σ7)1
    εcsE ← morm(1, μ8, σ8)1
    ΔφEC ← morm(1, μ9, σ9)1
    l ← morm(1, μ10, σ10)1
    fyT ← morm(1, μ11, σ11)1
    Δ1 ← morm(1, μ12, σ12)1
    I ← morm(1, μ13, σ13)1
    g ← γh · A
    q ← g + p
    Ecm ← 22000 ·  $\left(\frac{f_{cm}}{10}\right)^{0.3}$ 
    αe ←  $\frac{E_s}{1.05 \cdot E_{cm}}$ 
    P0 ←  $\frac{\Delta_1 \cdot E_s \cdot A_s}{L_{tensor\_equiv} \cdot 10000 \cdot cm^2}$ 
    σbzgp ←  $\frac{(g + k_p \cdot p) \cdot l^2 \cdot e_p}{8 \cdot I}$ 
    σbzP0 ←  $\frac{-P_0 \cdot e_p^2}{I} + \frac{-P_0}{A}$ 
    σzP0 ← 0.89 · 0.7 · fyT
    σzφrEC ←  $\frac{\epsilon_{csE} \cdot E_s + \alpha_e \cdot \Delta\phi_{EC} \cdot (\sigma_{bzgp} + \sigma_{bzP0})}{1 - \frac{\alpha_e \cdot \sigma_{bzP0}}{\sigma_{zP0}} \cdot \left(1 + \frac{\Delta\phi_{EC}}{2}\right)}$ 

```

$$\rho_{EC} \leftarrow \left| \frac{\sigma_{z\phi rEC}}{\sigma_{zP0}} \right|$$

$$P_{infEC} \leftarrow P_0 \cdot (1 - \rho_{EC})$$

$$P_{eqEC} \leftarrow \frac{8 \cdot P_{infEC} \cdot e_p}{l^2}$$

$$w_{nEC} \leftarrow \frac{5}{384} \cdot \frac{l^4}{1.05 E_{cm} \cdot I} \left[-P_{eqEC} + q + \left[g + k_p \cdot p - \frac{P_{eqEC}}{2} \cdot \frac{(2 - \rho_{EC})}{(1 - \rho_{EC})} \right] \cdot \Delta\phi_{EC} \right]$$

$$\delta L_{total} \leftarrow \frac{P_0 \cdot (2 - \rho_{EC}) \cdot l}{2 \cdot E_{cm} \cdot A} \cdot (1 + \Delta\phi_{EC})$$

$$S1_{w.nEC} \leftarrow S1_{w.nEC} + w_{nEC}$$

$$S2_{w.nEC} \leftarrow S2_{w.nEC} + w_{nEC}^2$$

$$S1_{\delta L.total} \leftarrow S1_{\delta L.total} + \delta L_{total}$$

$$S2_{\delta L.total} \leftarrow S2_{\delta L.total} + \delta L_{total}^2$$

$$\mu_{w.nEC} \leftarrow \frac{S1_{w.nEC}}{N}$$

$$\sigma_{w.nEC} \leftarrow \sqrt{\frac{S2_{w.nEC}}{N} - \mu_{w.nEC}^2}$$

$$\mu_{\delta L.total} \leftarrow \frac{S1_{\delta L.total}}{N}$$

$$\sigma_{\delta L.total} \leftarrow \sqrt{\frac{S2_{\delta L.total}}{N} - \mu_{\delta L.total}^2}$$

$$V \leftarrow \begin{pmatrix} \mu_{w.nEC} \\ \sigma_{w.nEC} \\ \mu_{\delta L.total} \\ \sigma_{\delta L.total} \end{pmatrix}$$

deflexión

$\mu_{w.nEC} := V_1$	$\mu_{w.nEC} = 20.4 \cdot 10^{-3}$	valor medio
$\sigma_{w.nEC} := V_2$	$\sigma_{w.nEC} = 6.3 \cdot 10^{-3}$	desvío tipo
$\delta_{w.nEC} := \left \frac{\sigma_{w.nEC}}{\mu_{w.nEC}} \right $	$\delta_{w.nEC} = 0.311$	coef. de variación
$q := 0.90$	Para una confianza del 90 % :	

$$\Delta_1 := \sigma_{w.nEC} \cdot \text{qnorm}\left(\frac{q+1}{2}, 0, 1\right) \quad \Delta_1 = 10.4 \cdot 10^{-3} \quad \text{tolerancia}$$

$$w_{nEC.inf} := \mu_{w.nEC} - \Delta_1 \quad w_{nEC.inf} = 10 \cdot 10^{-3}$$

$$w_{nEC.sup} := \mu_{w.nEC} + \Delta_1 \quad w_{nEC.sup} = 30.8 \cdot 10^{-3}$$

acortamiento longitudinal final desde el tesado

$$\mu_{\delta L.total} := V_3 \quad \mu_{\delta L.total} = 20.6 \cdot 10^{-3} \quad \text{valor medio}$$

$$\sigma_{\delta L.total} := V_4 \quad \sigma_{\delta L.total} = 3 \cdot 10^{-3} \quad \text{desvio tipo}$$

$$\delta_{\delta L.total} := \frac{\sigma_{\delta L.total}}{\mu_{\delta L.total}} \quad \delta_{\delta L.total} = 0.146 \quad \text{coef. de variación}$$

q := 0.90 Para una confianza del 90 % :

$$\Delta_2 := \sigma_{\delta L.total} \cdot \text{qnorm}\left(\frac{q+1}{2}, 0, 1\right) \quad \Delta_2 = 5 \cdot 10^{-3} \quad \text{tolerancia}$$

$$\delta L_{total.inf} := \mu_{\delta L.total} - \Delta_2 \quad \delta L_{total.inf} = 15.6 \cdot 10^{-3}$$

$$\delta L_{total.sup} := \mu_{\delta L.total} + \Delta_2 \quad \delta L_{total.sup} = 25.5 \cdot 10^{-3}$$

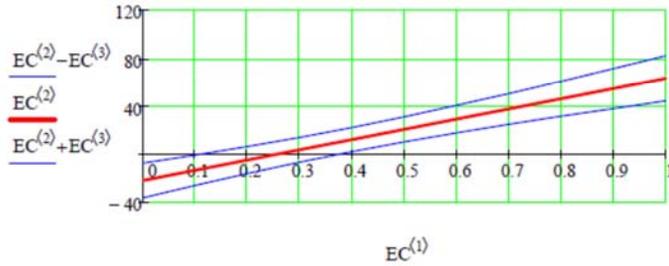
$$\left| \frac{\Delta_1 \cdot 100}{\mu_{w.nEC}} \right| = 51.1 \quad \text{porcentaje de variación respecto a la deflexión media}$$

$$\frac{\Delta_2 \cdot 100}{\mu_{\delta L.total}} = 24.1 \quad \text{porcentaje de variación respecto al acortamiento longitudinal medio}$$

Análisis de la influencia de la variación de "k_p" sobre la dispersión del valor de la deflexión

	k_p	$w_n(k_p)$	Δ	%V	
EC :=	0	-22.1	14.4	66.2	EC :=
	0.1	-13.6	12.6	94.8	
	0.2	-5.1	11.2	228.2	
	0.3	3.4	10.3	292.2	
	0.4	11.9	10	83.5	
	0.5	20.4	10.4	51.1	
	0.6	28.9	11.5	39.5	
	0.7	37.4	12.8	34.5	
	0.8	45.9	14.6	32.1	
	0.9	54.4	16.7	30.9	
	1	62.9	18.8	30.2	

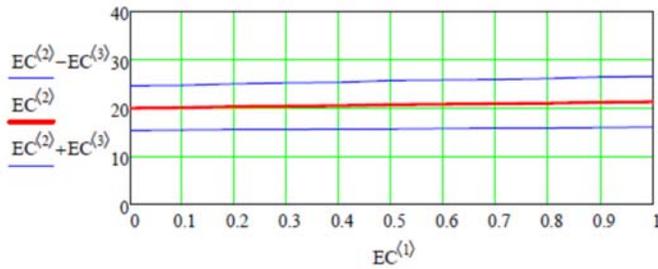
$$\%V_{\text{promedio}} := \frac{\sum_{i=1}^{11} EC_{i,4}}{11} \quad \%V_{\text{promedio}} = 89$$



Análisis de la influencia de la variación de "k_p" sobre la dispersión del valor del acortamiento longitudinal total.

k _p	δL _{total} (k _p)	Δ	%V
0	19.9	4.6	23.1
0.1	20	4.6	23.3
0.2	20.2	4.7	23.5
0.3	20.3	4.8	23.7
0.4	20.4	4.8	23.8
0.5	20.6	5	24.1
0.6	20.7	5	24.2
0.7	20.8	5	24.4
0.8	20.9	5.1	24.5
0.9	21.1	5.2	24.7
1	21.2	5.2	24.9

$$\%V_{\text{promedio}} := \frac{\sum_{i=1}^{11} EC_{i,4}}{11} \quad \%V_{\text{promedio}} = 24$$



Viga de Hormigón Armado

Análisis del efecto causado por la variación propia de:

ORIGIN := 1

$$\begin{array}{ll} E_c \pm 20\% & E_{cm} \pm 20\% \\ f_r \pm 30\% & f_{ctm} \pm 30\% \end{array}$$

Unidades básicas : MN , m

(ver Deflexión Viga T de Hº Aº.xmcd)

$w_n(k_p) :=$	kp	CIRSOC	CEB	ACI	EC	
	0	27	16.9	30.5	17.1	deflexión a tiempo ∞
	0.1	27.9	18.2	32.4	18.1	
	0.2	28.8	19.5	34.2	19.1	
	0.3	29.8	20.8	36	20.2	
	0.4	30.7	22.1	37.8	21.2	
	0.5	31.7	23.4	39.6	22.2	
	0.6	32.6	24.7	41.4	23.2	
	0.7	33.5	25.9	43.2	24.2	
	0.8	34.5	27.2	45	25.2	
	0.9	35.4	28.5	46.8	26.2	
	1	36.4	29.8	48.6	27.2	

$$\nu_{uA} := 1.76$$

Coef. de deformación diferida s/ACI 318-02

$$\epsilon_{sh,uA} := -51.4 \cdot 10^{-5}$$

Contracción de fraguado final s/ACI 318-02

$$\varphi(\infty) := 2.64$$

Coef. de deformación diferida s/EC-02

$$\epsilon_{cs\infty} := -44 \cdot 10^{-5}$$

Contracción de fraguado final s/EC-02

Variables

$$l := 10$$

largo de la viga

$$d := 0.90$$

altura de la viga

$$b_0 := 0.25$$

espesor del alma

$$b_{ACI} := 2.50$$

ancho colaborante del ala según cada disposición reglamentaria

$$b_{EC02} := 3.20$$

$$d_0 := 0.14$$

espesor del ala

$$d_1 := 0.06$$

distancia desde el borde inferior al baricentro de la armadura

$g := 0.026$		carga actuante
$p := 0.050$		sobrecarga actuante
$\beta_s := 420$		resistencia característica de las barras de acero
$\beta_{cN} := 21$		resistencia característica del hormigón
$E_s := 205 \cdot 10^3$		modulo de elasticidad del acero
A_3 (10 a 15 cm)		consistencia del hormigón
$\gamma := 1.75$		coef. de seguridad global s/CIRSOC 201-82
Armadura = 10 ϕ 25	$A_s := \frac{10 \cdot \pi (25 \cdot 10^{-3})^2}{4}$	$A_s = 49.087 \cdot 10^{-4}$ sección de acero dispuesta

Análisis s/ACI 318-02

$k_p := 0.50$		% actuante de la sobrecarga
$\beta_{cNA} := 22.7$		resistencia característica a compresión del hormigón
$q_1 := g + p$		estados de carga analizados
$q_2 := (g + k_p \cdot p) \cdot \frac{0.85}{1 + 50 \cdot \rho} \cdot \nu_{uA}$		
$E_c := 4750 \cdot \sqrt{\beta_{cNA}}$		módulo de elasticidad del hormigón
$f_t := 0.2 \cdot \sqrt{10 \cdot \beta_{cNA}}$		módulo de rotura
$n := \frac{E_s}{E_c}$ n = 9.1		relación entre módulos de elasticidad
$h := d$		
$h_f := d_0$		
$b_w := b_0$		
$\rho' := 0$		cuantía de armadura comprimida
$E_c \pm 20\%$		
	$\delta_{Ec} := \frac{0.20}{1.645}$	$\delta_{Ec} = 0.122$
$f_t \pm 30\%$		
	$\delta_{ft} := \frac{0.30}{1.645}$	$\delta_{ft} = 0.182$

Variables aleatorias :

- $x_1 := E_c$ Módulo de elasticidad del hormigón
- $x_2 := \nu_{uA}$ coef. de deformación diferida
- $x_3 := \epsilon_{sh,uA}$ contracción de fraguado
- $x_4 := \beta_s$ resistencia característica de las barras de acero
- $x_5 := g$ carga actuante
- $x_6 := p$ sobrecarga actuante
- $x_7 := l$ luz entre apoyos
- $x_8 := b_{ACI}$ ancho colaborante del ala según disposición reglamentaria
- $x_9 := b_w$ espesor del alma
- $x_{10} := h$ altura de la viga
- $x_{11} := h_f$ espesor del ala
- $x_{12} := f_t$ Módulo de rotura

$\mu := \begin{pmatrix} 22631 \\ 1.76 \\ -51.4 \cdot 10^{-5} \\ 420 \\ 0.026 \\ 0.05 \\ 10 \\ 2.5 \\ 0.25 \\ 0.90 \\ 0.14 \\ 3.01 \end{pmatrix}$	$\delta := \begin{pmatrix} 0.122 \\ 0.20 \\ 0.35 \\ 0.044 \\ 10^{-6} \\ 10^{-6} \\ 0.00152 \\ 0.0038 \\ 0.018 \\ 0.0076 \\ 0.026 \\ 0.182 \end{pmatrix}$	$\sigma := \frac{\delta}{ \mu } \cdot \delta$	<table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td></td><td>1</td></tr> <tr><td>1</td><td>$2.761 \cdot 10^3$</td></tr> <tr><td>2</td><td>0.352</td></tr> <tr><td>3</td><td>$1.799 \cdot 10^{-4}$</td></tr> <tr><td>4</td><td>18.48</td></tr> <tr><td>5</td><td>$2.6 \cdot 10^{-8}$</td></tr> <tr><td>6</td><td>$5 \cdot 10^{-8}$</td></tr> <tr><td>7</td><td>0.015</td></tr> <tr><td>8</td><td>$9.5 \cdot 10^{-3}$</td></tr> <tr><td>9</td><td>$4.5 \cdot 10^{-3}$</td></tr> <tr><td>10</td><td>$6.84 \cdot 10^{-3}$</td></tr> <tr><td>11</td><td>$3.64 \cdot 10^{-3}$</td></tr> <tr><td>12</td><td>0.548</td></tr> </table>		1	1	$2.761 \cdot 10^3$	2	0.352	3	$1.799 \cdot 10^{-4}$	4	18.48	5	$2.6 \cdot 10^{-8}$	6	$5 \cdot 10^{-8}$	7	0.015	8	$9.5 \cdot 10^{-3}$	9	$4.5 \cdot 10^{-3}$	10	$6.84 \cdot 10^{-3}$	11	$3.64 \cdot 10^{-3}$	12	0.548
	1																												
1	$2.761 \cdot 10^3$																												
2	0.352																												
3	$1.799 \cdot 10^{-4}$																												
4	18.48																												
5	$2.6 \cdot 10^{-8}$																												
6	$5 \cdot 10^{-8}$																												
7	0.015																												
8	$9.5 \cdot 10^{-3}$																												
9	$4.5 \cdot 10^{-3}$																												
10	$6.84 \cdot 10^{-3}$																												
11	$3.64 \cdot 10^{-3}$																												
12	0.548																												
valor medio	coef. de variación		desvio tipo																										

Simulación matemática probabilística

N := 500000 tamaño de la muestra

```

VA := S1 ← 0
        S2 ← 0
        for i ∈ 1..N
            Ec ← momm(1, μ1, σ1)1
            νuA ← momm(1, μ2, σ2)1
            εsh.uA ← momm(1, μ3, σ3)1
            βs ← momm(1, μ4, σ4)1
            g ← momm(1, μ5, σ5)1
            p ← momm(1, μ6, σ6)1
            l ← momm(1, μ7, σ7)1
            bACI ← momm(1, μ8, σ8)1
            bw ← momm(1, μ9, σ9)1
            h ← momm(1, μ10, σ10)1
            hf ← momm(1, μ11, σ11)1
            fr ← momm(1, μ12, σ12)1

            n ←  $\frac{E_s}{E_c}$ 

            yt ← h -  $\frac{(b_{ACI} - b_w) \cdot h_f^2 + b_w \cdot h^2}{2 \cdot [(b_{ACI} - b_w) \cdot h_f + b_w \cdot h]}$ 

            Ig ←  $\frac{(b_{ACI} - b_w) \cdot h_f^3}{12} + \frac{b_w \cdot h^3}{12} + (b_{ACI} - b_w) \cdot h_f \cdot \left(h - y_t - \frac{h_f}{2}\right)^2 + b_w \cdot h \cdot \left(y_t - \frac{h}{2}\right)^2$ 

            MCr ←  $\frac{f_r \cdot I_g}{y_t}$ 

            kd ←  $\frac{\left[ \sqrt{\frac{b_w}{n \cdot A_s} \cdot \left[ 2 \cdot d + h_f \cdot \frac{h_f \cdot (b_{ACI} - b_w)}{n \cdot A_s} \right] + \left[ 1 + \frac{h_f \cdot (b_{ACI} - b_w)}{n \cdot A_s} \right]^2} \dots \cdot n \cdot A_s \right.}{\left. + 0 - \left[ 1 + \frac{h_f \cdot (b_{ACI} - b_w)}{n \cdot A_s} \right] \right]}{b_w}$ 

            Icr ←  $\frac{(b_{ACI} - b_w) \cdot h_f^3}{12} + (b_{ACI} - b_w) \cdot h_f \cdot \left(k_d - \frac{h_f}{2}\right)^2 + \frac{b_w \cdot k_d^3}{3} + n \cdot A_s \cdot (h - d_1 - k_d)^2$ 

            q1 ← g + p

            q2 ←  $(g + k_p \cdot p) \cdot \frac{0.85}{1 + 50 \cdot p} \cdot \nu_{uA}$ 

            Ma1 ←  $\frac{q_1 \cdot l^2}{8}$ 

```

$$M_a \leftarrow \frac{q_2 \cdot l^4}{8}$$

$$I_{e1} \leftarrow \left(\frac{M_{cr}}{M_{a1}} \right)^3 \cdot I_g + \left[1 - \left(\frac{M_{cr}}{M_{a1}} \right)^3 \right] \cdot I_{cr}$$

$$I_e \leftarrow \left(\frac{M_{cr}}{M_a} \right)^3 \cdot I_g + \left[1 - \left(\frac{M_{cr}}{M_a} \right)^3 \right] \cdot I_{cr}$$

$$\rho \leftarrow \frac{A_s \cdot 100}{b_{ACI} h}$$

$$A_{sh} \leftarrow 0.7 \cdot (\rho)^{\frac{1}{3}}$$

$$\Delta_{sh} \leftarrow \frac{-A_{sh} \cdot \epsilon_{sh} \cdot uA}{h} \cdot \frac{l^2}{8}$$

$$\Delta_{cp\infty} \leftarrow \frac{5}{48} \cdot \frac{l^2}{E_c} \cdot \left[\left(\frac{M_{a1}}{I_{e1} \text{ if } I_{e1} \leq I_g} \right) + \left(\frac{M_a}{I_e \text{ if } I_e \leq I_g} \right) \right]$$

$$w_n \leftarrow \Delta_{sh} + \Delta_{cp\infty}$$

$$S_1 \leftarrow S_1 + w_n$$

$$S_2 \leftarrow S_2 + (w_n)^2$$

$$\mu_{wn1} \leftarrow \frac{S_1}{N}$$

$$\sigma_{wn1} \leftarrow \sqrt{\frac{S_2}{N} - (\mu_{wn1})^2}$$

$$V_A \leftarrow \left(\frac{\mu_{wn1}}{\sigma_{wn1}} \right)$$

ACI318 :=

k_p	$w_n(k_p)$	Δ	%V
0	30.4	3.8	12
0.1	32.2	4.2	13
0.2	34.1	4.8	14
0.3	35.9	5.3	15
0.4	37.7	5.9	16
0.5	39.5	6.4	16
0.6	41.3	7.0	17
0.7	43.1	7.6	18
0.8	44.9	8.1	18
0.9	46.7	8.7	19
1	48.5	9.3	19

valores NO CONSIDERANDO la variación propia de f_r y de E_c ($f_r \pm 8\%$; $E_c \pm 8\%$)

$$\begin{aligned} \mu_{wnA} &:= V_{A_1} & \mu_{wnA} &= 0.0395 & \text{valor medio} \\ \sigma_{wnA} &:= V_{A_2} & \sigma_{wnA} &= 0.004 & \text{desvío tipo} \\ \delta_{wnA} &:= \frac{\sigma_{wnA}}{\mu_{wnA}} & \delta_{wnA} &= 0.1 & \text{coef. de variación} \end{aligned}$$

valores CONSIDERANDO la variación propia de f_r y de E_c

$q := 0.90$ Para una confianza del 90 % :

$$\Delta_A := \sigma_{wnA} \cdot \text{qnorm}\left(\frac{q+1}{2}, 0, 1\right) \quad \Delta_A = 0.0065$$

$$\frac{\Delta_A \cdot 100}{\mu_{wnA}} = 16 \quad \text{porcentaje de variación respecto a la deflexión media}$$

ACI318 :=

k_p	$w_n(k_p)$	Δ	%V
0	30.4	3.9	13
0.1	32.3	4.3	13
0.2	34.1	4.9	14
0.3	35.9	5.4	15
0.4	37.7	6.0	16
0.5	39.5	6.5	17
0.6	41.4	7.1	17
0.7	43.2	7.7	18
0.8	44.9	8.2	18
0.9	46.8	8.8	19
1	48.6	9.4	19

valores CONSIDERANDO la variación propia de f_r y de E_c

Análisis s/EC-02

$$\begin{aligned} k_p &:= 0.50 & \text{\% actuante de la sobrecarga} \\ q_1 &:= g + p & \text{Estado de carga 1} \\ q_2(k_p) &:= (g + k_p \cdot p) \cdot \varphi(\infty) & \text{Estado de carga 2} \\ f_{cm} &:= 26 & \text{resistencia media a compresión del hormigón} \\ f_{ck} &:= f_{cm} - 8 & \text{resistencia característica a compresión del hormigón} \\ E_{cm} &:= 22000 \cdot \left(\frac{f_{ck} + 8}{10}\right)^{0.3} & \text{módulo de elasticidad del hormigón} \end{aligned}$$

$$\alpha_e := \frac{E_s \cdot (1 + \varphi(\infty))}{1.05 \cdot E_{cm}} \quad \text{relación entre módulos de elasticidad}$$

$$f_{ctm} := 0.3 \cdot (f_{cm} - 8)^{\frac{2}{3}} \quad f_{ctm} = 2.06 \quad \text{resistencia media a tracción del hormigón}$$

$E_{cm} \pm 20\%$

$$\delta_{Ecm} := \frac{0.20}{1.645} \quad \delta_{Ecm} = 0.122$$

$f_{ctm} \pm 30\%$

$$\delta_{fctm} := \frac{0.30}{1.645} \quad \delta_{fctm} = 0.182$$

Variables aleatorias :

$X_1 := E_{cm}$	Módulo de elasticidad del hormigón
$X_2 := \varphi(\infty)$	coef. de deformación diferida
$X_3 := \varepsilon_{cs\infty}$	contracción de fraguado
$X_4 := \beta_s$	resistencia característica de las barras de acero
$X_5 := g$	carga actuante
$X_6 := p$	sobrecarga actuante
$X_7 := l$	luz entre apoyos
$X_8 := b_{EC02}$	ancho colaborante del ala según disposición reglamentaria
$X_9 := b_w$	espesor del alma
$X_{10} := h$	altura de la viga
$X_{11} := h_f$	espesor del ala
$x_{12} := f_{ctm}$	resistencia media a tracción del hormigón

$\mu := \begin{pmatrix} 29303 \\ 2.64 \\ -44 \cdot 10^{-5} \\ 420 \\ 0.026 \\ 0.05 \\ 10 \\ 3.20 \\ 0.25 \\ 0.90 \\ 0.14 \\ 2.06 \end{pmatrix}$	$\delta := \begin{pmatrix} 0.122 \\ 0.20 \\ 0.30 \\ 0.044 \\ 10^{-6} \\ 10^{-6} \\ 0.00152 \\ 0.0032 \\ 0.018 \\ 0.0076 \\ 0.026 \\ 0.182 \end{pmatrix}$	$\sigma := \sqrt{(\mu \cdot \delta)}$	<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 100px; height: 100px;"> <tr><td></td><td style="text-align: center;">1</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">1</td><td style="text-align: center;">$2.761 \cdot 10^3$</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">2</td><td style="text-align: center;">0.352</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">3</td><td style="text-align: center;">$1.799 \cdot 10^{-4}$</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">4</td><td style="text-align: center;">18.48</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">5</td><td style="text-align: center;">$2.6 \cdot 10^{-8}$</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">6</td><td style="text-align: center;">$5 \cdot 10^{-8}$</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">7</td><td style="text-align: center;">0.015</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">8</td><td style="text-align: center;">$9.5 \cdot 10^{-3}$</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">9</td><td style="text-align: center;">$4.5 \cdot 10^{-3}$</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">10</td><td style="text-align: center;">$6.84 \cdot 10^{-3}$</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">11</td><td style="text-align: center;">$3.64 \cdot 10^{-3}$</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">12</td><td style="text-align: center;">0.548</td></tr> </table>		1	1	$2.761 \cdot 10^3$	2	0.352	3	$1.799 \cdot 10^{-4}$	4	18.48	5	$2.6 \cdot 10^{-8}$	6	$5 \cdot 10^{-8}$	7	0.015	8	$9.5 \cdot 10^{-3}$	9	$4.5 \cdot 10^{-3}$	10	$6.84 \cdot 10^{-3}$	11	$3.64 \cdot 10^{-3}$	12	0.548
	1																												
1	$2.761 \cdot 10^3$																												
2	0.352																												
3	$1.799 \cdot 10^{-4}$																												
4	18.48																												
5	$2.6 \cdot 10^{-8}$																												
6	$5 \cdot 10^{-8}$																												
7	0.015																												
8	$9.5 \cdot 10^{-3}$																												
9	$4.5 \cdot 10^{-3}$																												
10	$6.84 \cdot 10^{-3}$																												
11	$3.64 \cdot 10^{-3}$																												
12	0.548																												
valor medio	coef. de variación		desvio tipo																										

Simulación matemática probabilística

N := 500000

tamaño de la muestra

```

Vc :=
  S1 ← 0
  S2 ← 0
  for i ∈ 1..N
    Ecm ← momm(1, μ1, σ1)1
    φ(∞) ← momm(1, μ2, σ2)1
    εcs∞ ← momm(1, μ3, σ3)1
    βs ← momm(1, μ4, σ4)1
    g ← momm(1, μ5, σ5)1
    p ← momm(1, μ6, σ6)1
    l ← momm(1, μ7, σ7)1
    bEC02 ← momm(1, μ8, σ8)1
    bW ← momm(1, μ9, σ9)1
    h ← momm(1, μ10, σ10)1
    hf ← momm(1, μ11, σ11)1
    fctm ← momm(1, μ12, σ12)1
    αe ←  $\frac{E_s \cdot (1 + \varphi(\infty))}{1.05 \cdot E_{cm}}$ 
    Ach ← bW · h + (bEC02 - bW) · hf + αe · As
  
```

$$v' \leftarrow \frac{\frac{b_w \cdot h^2}{2} + (b_{EC02} - b_w) \cdot \frac{h_f^2}{2} + \alpha_e \cdot [A_s \cdot (h - d_1)]}{A_{ch}}$$

$$I_{ch} \leftarrow \frac{b_w \cdot h^3}{3} + \frac{(b_{EC02} - b_w) \cdot h_f^3}{3} + \alpha_e \cdot A_s \cdot (h - d_1)^2 - A_{ch} \cdot v'^2$$

$$M_{cr} \leftarrow f_{ctm} \cdot \frac{I_{ch}}{h - v'}$$

$$f(x) \leftarrow \frac{b_w \cdot x^2}{2} + [(b_{EC02} - b_w) \cdot h_f + \alpha_e \cdot A_s] \cdot x - \left[(b_{EC02} - b_w) \cdot \frac{h_f^2}{2} + \alpha_e \cdot [A_s \cdot (h - d_1)] \right]$$

$$x_1 \leftarrow \text{root}(f(x), x, 0, h)$$

$$I_{cf} \leftarrow \frac{b_{EC02} \cdot x_1^3}{3} - (b_{EC02} - b_w) \cdot \frac{(x_1 - h_f)^3}{3} + \alpha_e \cdot A_s \cdot (h - d_1 - x_1)^2$$

$$S_I \leftarrow A_s \cdot (h - d_1 - v')$$

$$S_{II} \leftarrow A_s \cdot (h - d_1 - x_1)$$

$$q_1 \leftarrow g + p$$

$$q_2 \leftarrow (g + k_p \cdot p) \cdot \varphi(\infty)$$

$$M_{a1} \leftarrow \frac{q_1 \cdot l^2}{8}$$

$$M_a \leftarrow \frac{q_2 \cdot l^2}{8}$$

$$f_{\infty II} \leftarrow \frac{5}{48} \frac{M_{a1} \cdot l^2}{1.05 E_{cm} \cdot I_{ch}}$$

$$f_{\infty III} \leftarrow \frac{5}{48} \frac{M_{a1} \cdot l^2}{1.05 E_{cm} \cdot I_{cf}}$$

$$f_{\infty I} \leftarrow \frac{5}{48} \frac{M_a \cdot l^2}{1.05 E_{cm} \cdot I_{ch}} + \frac{-l^2 \cdot \epsilon_{cs\infty} \cdot \alpha_e \cdot S_I}{8 \cdot I_{ch}}$$

$$f_{\infty II} \leftarrow \frac{5}{48} \frac{M_a \cdot l^2}{1.05 E_{cm} \cdot I_{cf}} + \frac{-l^2 \cdot \epsilon_{cs\infty} \cdot \alpha_e \cdot S_{II}}{8 \cdot I_{cf}}$$

$$\zeta_1 \leftarrow 1 - 0.5 \cdot \frac{M_{cr}}{M_{a1}}$$

$$\zeta \leftarrow 1 - 0.5 \cdot \frac{M_{cr}}{M_a}$$

$$f_{\infty} \leftarrow \zeta_1 \cdot f_{\infty III} + (1 - \zeta_1) \cdot f_{\infty II} + \zeta \cdot f_{\infty II} + (1 - \zeta) \cdot f_{\infty I}$$

$$S_1 \leftarrow S_1 + f_{\infty}$$

$$S_2 \leftarrow S_2 + (f_{\infty})^2$$

$$\begin{cases} \mu_{f,\infty} \leftarrow \frac{\sigma_1}{N} \\ \sigma_{f,\infty} \leftarrow \sqrt{\frac{S_2}{N} - (\mu_{f,\infty})^2} \\ V_C \leftarrow \begin{pmatrix} \mu_{f,\infty} \\ \sigma_{f,\infty} \end{pmatrix} \end{cases}$$

EC02 :=

k_p	$w_n(k_p)$	Δ	%V
0	17.2	4.3	25
0.1	18.3	4.6	25
0.2	19.3	4.9	25
0.3	20.4	5.1	25
0.4	21.4	5.4	25
0.5	22.5	5.7	26
0.6	23.5	6.1	26
0.7	24.5	6.4	26
0.8	25.5	6.7	26
0.9	26.5	7	27
1	27.5	7.4	27

valores NO CONSIDERANDO la variación propia de f_{ctm} y de E_{cm} ($f_{ctm} \pm 16\%$; $E_{cm} \pm 5\%$)

$\mu_{f,\infty} := V_{C1}$

$\mu_{f,\infty} = 22.5 \cdot 10^{-3}$

valor medio

$\sigma_{f,\infty} := V_{C2}$

$\sigma_{f,\infty} = 3.545 \cdot 10^{-3}$

desvío tipo

valores CONSIDERANDO la variación propia de f_{ctm} y de E_{cm}

$\delta_{f,\infty} := \frac{\sigma_{f,\infty}}{\mu_{f,\infty}}$

$\delta_{f,\infty} = 0.158$

coef. de variación

$q := 0.90$

Para una confianza del 90 % :

$\Delta_{f,\infty} := \sigma_{f,\infty} \cdot qnorm\left(\frac{q+1}{2}, 0, 1\right)$

$\Delta_{f,\infty} = 5.831 \times 10^{-3}$

$\frac{\Delta_{f,\infty} \cdot 100}{\mu_{f,\infty}} = 26$

porcentaje de variación respecto a la deflexión media

EC02 :=

k_p	$w_n(k_p)$	Δ	%V
0	17.3	4.4	25
0.1	18.3	4.6	25
0.2	19.4	4.9	25
0.3	20.4	5.2	26
0.4	21.5	5.5	26
0.5	22.5	5.8	26
0.6	23.5	6.1	26
0.7	24.5	6.5	26
0.8	25.6	6.8	27
0.9	26.6	7.1	27
1	27.6	7.5	27

valores CONSIDERANDO la variación propia de f_{ctm} y de E_{cm}

RAPIDO ENFOQUE DEL TRABAJO.

Tabla de Contenidos

1. Interrogantes que generaron el análisis mediante la aplicación de una Simulación Matemática Probabilística
2. Propuesta de respuesta a los interrogantes planteados
3. Desarrollo del análisis
 - 3.1 Influencias importantes
4. Casos analizados
 - 4.1 Viga de sección transversal tipo T de H°A°
 - 4.2 Viga de sección transversal tipo T de H° Postesado
5. Conclusiones
 - 5.1 Viga de sección transversal tipo T de H°A°
 - 5.2 Viga de sección transversal tipo T de H° Postesado
 - 5.3 Conclusiones generales

1. Interrogantes que generaron el análisis mediante la aplicación de una Simulación Matemática Probabilística

- ¿Qué nivel de confianza tiene el valor calculado (deflexión y/o acortamiento longitudinal)?
- ¿De qué manera influyen sobre el valor calculado las dispersiones de las variables aleatorias intervinientes?
- ¿Las tolerancias usualmente utilizadas para la deflexión o el acortamiento longitudinal son óptimas?
- ¿Qué efecto tienen la dispersión de la deformación diferida y de la contracción de fraguado sobre el valor calculado?, ¿El efecto de alguna de ellas predomina frente a la otra?

2. Propuesta de respuesta a los interrogantes planteados

- Se aplicará **Simulación Matemática Probabilística**, por lo que se asumirá:
 - Un **tamaño muestral (N)**
 - **variables aleatorias** con distribución Normal **simuladas** mediante el Método Monte Carlo
 - un determinado **nivel de confianza**
- Se **obtendrá**:
 - **la media y el desvío tipo** del valor analizado
 - **la tolerancia** del valor analizado
 - **el intervalo de confianza** del valor analizado
- Se analizarán los **valores obtenidos**

3. Desarrollo del análisis

Se planteará el **análisis de la deflexión en vigas tipo T de Hormigón Armado y, de la deflexión y acortamiento longitudinal total en vigas tipo T de Hormigón Postesado con vaina inyectada de tendido parabólico, simplemente apoyadas, con efecto viscoelástico y en ambos casos solicitadas por una carga uniforme, según los modelos provenientes de los Reglamentos y Códigos analizados (CIRSOC 201-82, CEB FIP-90, ACI 318-02 y EC-02).**

Inicialmente, para su cálculo, **se asumirá** que los modelos responden a un **comportamiento determinístico**, adoptándose como valor medio de las variables el dato disponible de cada una de ellas.

Posteriormente, desde un **punto de vista probabilístico**, se evaluará a partir del modelo analizado los **efectos** provocados **en la deflexión y en el acortamiento longitudinal total**, según corresponda, por la dispersión de algunas de las variables **simulando las mismas mediante el "Método Monte Carlo"**.

Como **resultado**, se prevé **determinar la tolerancia del valor determinístico analizado** (deflexión o acortamiento longitudinal total), con valores de máxima y mínima, en función de un determinado nivel de confianza (90%) **a partir de su media y desvío tipo**.

3.1 Influencias importantes

I. Influencia de la permanencia de la sobrecarga en el tiempo

Para que se originen **deflexiones (w_{fms}) por deformación diferida** es necesario que la **carga perdure un cierto tiempo (carga cuasi-permanente)**.

Por convención se adoptó que dicho periodo de tiempo fuese **superior al 50% de la vida útil de cálculo** del elemento analizado, siendo esta, por ejemplo, del orden de 50 años.

Como bien se sabe, **de acuerdo al destino** del elemento analizado, el **porcentaje de la sobrecarga que permanece por un periodo de tiempo mayor al 50% de la vida útil de cálculo es variable**.

Para contemplar dicha variabilidad se **define** en el análisis el **coeficiente "kp"**, que varía entre 0 y 1, o sea, que si no hay sobrecarga que permanezca mas del 50% de la vida útil de cálculo ("0") y si toda la sobrecarga perdura mas del 50% de la vida útil de cálculo ("1").

II. Influencia del tiempo de puesta en carga

El tiempo de puesta en carga influye sobre el valor del Módulo de Elasticidad (E) y sobre el Coeficiente de deformación diferida ($\Delta\phi$).

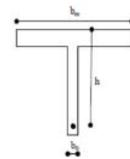
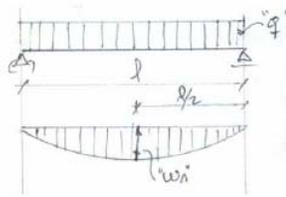
Como el módulo elasticidad (E) es un parámetro estandarizado definido a los 28 días, en caso de cargar el elemento analizado a una edad diferente surgirá una variación que se contemplará adoptando dicho módulo " $E_{(t_0)}$ " a la edad de puesta en carga " (t_0) " del mismo.

En tanto, para las deformaciones diferidas, la edad de puesta en carga se contemplará en la determinación del coeficiente de deformación diferida ($\Delta\phi$).

4. Casos analizados

• 4.1 Viga simplemente apoyada de H°A° con carga uniforme

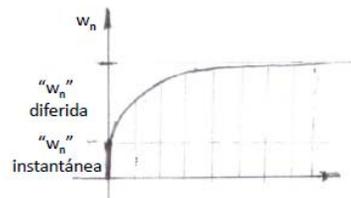
Se planteará el análisis sobre una viga tipo T que presenta las siguientes características:



$l = 10 \text{ m}$
 $d = 0,90 \text{ m}$
 $h = 0,84 \text{ m}$
 $b_0 = 0,25 \text{ m}$
 $d_0 = 0,14 \text{ m}$
 $b_m = \text{variable s/cada Código}$
Edad de puesta en carga 28 días

$$q = g + p$$

q = carga total
 g = carga permanente
 p = sobrecarga
 w_n = deflexión en $l/2$



Edad de cálculo de la estructura
(por ej: 50 años)

Por ej.:

análisis considerando como **variable determinística (fija)** la sección de armadura longitudinal (A_s) y **simulando las siguientes variables (s/CIRSOC 201-82)**

$X_1 := \beta_{cm}$ $X_2 := \Delta\phi_C$ $X_3 := \epsilon_{sC}$ $X_4 := \beta_s$ $X_5 := g$ $X_6 := p$ $X_7 := l$ $X_8 := b_{CIRSOC}$ $X_9 := b_0$ $X_{10} := d$ $X_{11} := d_0$	resistencia media a compresión del hormigón coef. de deformación diferida contracción de fraguado resistencia característica de las barras de acero carga actuante sobrecarga actuante luz entre apoyos ancho colaborante del ala según disposición reglamentaria espesor del alma altura de la viga espesor del ala	$\mu := \begin{pmatrix} 26 \\ 2.8 \\ -35.2 \cdot 10^{-5} \\ 420 \\ 0.026 \\ 0.05 \\ 10 \\ 3.80 \\ 0.25 \\ 0.90 \\ 0.14 \end{pmatrix}$	$\delta := \begin{pmatrix} 0.1 \\ 0.20 \\ 0.35 \\ 0.044 \\ 10^{-6} \\ 10^{-6} \\ \frac{2.5}{1645} \sqrt{\left(\frac{10}{\mu_7}\right)^2} \\ \frac{2.5}{1645} \sqrt{\left(\frac{10}{\mu_8}\right)^2} \\ \frac{2.5}{1645} \sqrt{\left(\frac{10}{\mu_9}\right)^2} \\ \frac{2.5}{1645} \sqrt{\left(\frac{10}{\mu_{10}}\right)^2} \\ \frac{2.5}{1645} \sqrt{\left(\frac{10}{\mu_{11}}\right)^2} \end{pmatrix}$	$\sigma := (\mu \cdot \delta)$	<table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td></td><td>1</td></tr> <tr><td>1</td><td>2.6</td></tr> <tr><td>2</td><td>0.56</td></tr> <tr><td>3</td><td>1.232 · 10⁻⁴</td></tr> <tr><td>4</td><td>18.48</td></tr> <tr><td>5</td><td>2.6 · 10⁻⁶</td></tr> <tr><td>6</td><td>5 · 10⁻⁸</td></tr> <tr><td>7</td><td>0.015</td></tr> <tr><td>8</td><td>0.011</td></tr> <tr><td>9</td><td>4.444 · 10⁻³</td></tr> <tr><td>10</td><td>6.811 · 10⁻³</td></tr> <tr><td>11</td><td>3.663 · 10⁻³</td></tr> </table>		1	1	2.6	2	0.56	3	1.232 · 10 ⁻⁴	4	18.48	5	2.6 · 10 ⁻⁶	6	5 · 10 ⁻⁸	7	0.015	8	0.011	9	4.444 · 10 ⁻³	10	6.811 · 10 ⁻³	11	3.663 · 10 ⁻³
	1																												
1	2.6																												
2	0.56																												
3	1.232 · 10 ⁻⁴																												
4	18.48																												
5	2.6 · 10 ⁻⁶																												
6	5 · 10 ⁻⁸																												
7	0.015																												
8	0.011																												
9	4.444 · 10 ⁻³																												
10	6.811 · 10 ⁻³																												
11	3.663 · 10 ⁻³																												
		valor medio	coef. de variación		desvio tipo																								

En general se tiene:

$$W_{n(k_p, t_0)} = W_{n^{\infty}(k_p, t_0)} + W_{n\epsilon_{s0}}$$

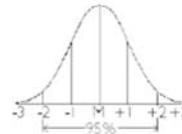
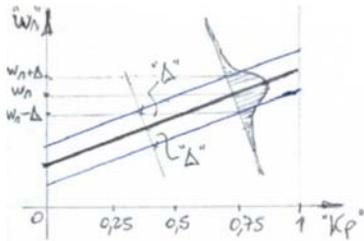
deflexión total a tiempo ∞

$$W_{n^{\infty}(k_p, t_0)} = \frac{5 l^4}{384 E I} \left(\frac{(g+p)E}{E_{(t_0)}} + \Delta\phi(g+k_p p) \right)$$

deflexión debida a las cargas a tiempo ∞

$$W_{n\epsilon_{s0}} = \frac{-\epsilon_s l^2}{8h}$$

deflexión debida a la contracción de fraguado a tiempo ∞



- Al 50% de nivel de confianza $\pm 0.67\sigma$
- Al 80% de nivel de confianza $\pm 1.29\sigma$
- Al 90% de nivel de confianza $\pm 1.64\sigma$
- Al 95% de nivel de confianza $\pm 1.96\sigma$

Tabla 3.3. Viga de sección transversal tipo T de H°A°.

	CIRSOC 201-82	CEB FIP-90	ACI 318-02	EC-2
Luz	10 m	10 m	10 m	10 m
b_m	3,8 m	2,25 m	2,5 m	3,2 m
b₀	0,25 m	0,25 m	0,25 m	0,25 m
d	0,9 m	0,9 m	0,9 m	0,9 m
d₀	0,14 m	0,14 m	0,14 m	0,14 m
h	0,84 m	0,84 m	0,84 m	0,84 m
β_{cm}	26 Mpa	26 Mpa	26 Mpa	26 Mpa
A_s	49,1 cm ²	49,1 cm ²	49,1 cm ²	49,1 cm ²
Δφ	2,8	2,63	1,76	2,64
Δφ₃₆₅ (al año)	2,15	2	1,36	2,02
ε_s	-0,000352	-0,00054	-0,000514	-0,00044
ε_{s28} (a 28 días)	-0,000072	-0,00008	-0,000193	-0,000111
E	30594 MPa	29564 MPa	22631 MPa	29303 MPa

	CIRSOC 201-82	CEB FIP-90	ACI 318-02	EC-02
W_{n(kp)}	valores de la deflexión "W_{n(kp)}" de acuerdo a la reglamentación respectiva			
W_{n(0)}	27 mm	16,9 mm	30,5 mm	17,1 mm
W_{n(0,1)}	27,9 mm	18,2 mm	32,4 mm	18,1 mm
W_{n(0,2)}	28,8 mm	19,5 mm	34,2 mm	19,1 mm
W_{n(0,3)}	29,8 mm	20,8 mm	36 mm	20,2 mm
W_{n(0,4)}	30,7 mm	22,1 mm	37,8 mm	21,2 mm
W_{n(0,5)}	31,7 mm	23,4 mm	39,6 mm	22,2 mm
W_{n(0,6)}	32,6 mm	24,7 mm	41,4 mm	23,2 mm
W_{n(0,7)}	33,5 mm	25,9 mm	43,2 mm	24,2 mm
W_{n(0,8)}	34,5 mm	27,2 mm	45 mm	25,2 mm
W_{n(0,9)}	35,4 mm	28,5 mm	46,8 mm	26,2 mm
W_{n(1)}	36,4 mm	29,8 mm	48,6 mm	27,2 mm

	CIRSOC 201-82	CEB FIP-90	ACI 318-02	EC-02
$W_{n(kp)} \text{ Sim } \pm \Delta$	valores de la deflexión $\pm \Delta$ "$w_{n(kp)} \text{ Sim } \pm \Delta$" de acuerdo a la reglamentación respectiva			
$W_{n(0)} \text{ Sim } \pm \Delta$	27,1 \pm 3,6 mm	16,9 \pm 2,9 mm	30,4 \pm 3,8 mm	17,2 \pm 4,3 mm
$W_{n(0,1)} \text{ Sim } \pm \Delta$	28,1 \pm 3,7 mm	18,2 \pm 3,2 mm	32,2 \pm 4,2 mm	18,3 \pm 4,6 mm
$W_{n(0,2)} \text{ Sim } \pm \Delta$	28,9 \pm 3,7 mm	19,4 \pm 3,6 mm	34,1 \pm 4,8 mm	19,3 \pm 4,9 mm
$W_{n(0,3)} \text{ Sim } \pm \Delta$	29,9 \pm 3,8 mm	20,7 \pm 4 mm	35,9 \pm 5,3 mm	20,4 \pm 5,1 mm
$W_{n(0,4)} \text{ Sim } \pm \Delta$	30,8 \pm 3,9 mm	22 \pm 4,4 mm	37,7 \pm 5,9 mm	21,4 \pm 5,4 mm
$W_{n(0,5)} \text{ Sim } \pm \Delta$	31,8 \pm 3,9 mm	23,3 \pm 4,8 mm	39,5 \pm 6,4 mm	22,4 \pm 5,7 mm
$W_{n(0,6)} \text{ Sim } \pm \Delta$	32,7 \pm 4 mm	24,5 \pm 5,1 mm	41,3 \pm 7 mm	23,4 \pm 6,1 mm
$W_{n(0,7)} \text{ Sim } \pm \Delta$	33,7 \pm 4,1 mm	25,8 \pm 5,5 mm	43,1 \pm 7,6 mm	24,5 \pm 6,4 mm
$W_{n(0,8)} \text{ Sim } \pm \Delta$	34,6 \pm 4,1 mm	27,1 \pm 6 mm	44,9 \pm 8,1 mm	25,5 \pm 6,7 mm
$W_{n(0,9)} \text{ Sim } \pm \Delta$	35,6 \pm 4,2 mm	28,3 \pm 6,4 mm	46,7 \pm 8,7 mm	26,5 \pm 7 mm
$W_{n(1)} \text{ Sim } \pm \Delta$	36,5 \pm 4,3 mm	29,6 \pm 6,8 mm	48,5 \pm 9,3 mm	27,5 \pm 7,4 mm

- De acuerdo a los diferentes Códigos utilizados y al impacto del porcentaje de permanencia de la sobrecarga en el tiempo, se aprecia en la diapositiva siguiente, que la tolerancia de la deflexión definida como porcentaje del valor analizado (%V) se encuentra dentro de los valores estimados usualmente (menores al 30%).

	CIRSOC 201-82	CEB FIP-90	ACI 318-02	EC-02
% de la sobrecarga permanente "p" (100*kp)	valores de la tolerancia "Δ" como % de "$w_{n(kp) Sim}$" en función del % de sobrecarga permanente "p" ($100 * \Delta_{(kp)} / w_{n(kp) Sim}$)			
0	13%	17%	12%	25%
10	13%	18%	13%	25%
20	13%	19%	14%	25%
30	13%	19%	15%	25%
40	12%	20%	16%	25%
50	12%	20%	16%	26%
60	12%	21%	17%	26%
70	12%	21%	18%	26%
80	12%	22%	18%	26%
90	12%	22%	19%	27%
100	12%	23%	19%	27%
promedio de los valores de la tolerancia "Δ" como % de "$w_{n(kp) Sim}$"				
%V promedio	12%	20%	16%	26%

- Los valores utilizados en este trabajo para el módulo de elasticidad y la resistencia a flexotracción fueron calculados con las respectivas fórmulas en función de la resistencia del hormigón a compresión (media o característica, según corresponda), adoptando una tolerancia del orden del 16% para la resistencia a compresión del hormigón. Por lo que, en este trabajo, los valores de la tolerancia (Δ) utilizados para el Código ACI 318-02, tanto para el módulo de elasticidad del hormigón (E_c) como para el módulo de rotura (f_r), son del orden del 8%, en tanto, para el EC-2, son del orden de 5% para el módulo de elasticidad del hormigón (E_{cm}) y del orden del 16% para la resistencia de flexotracción (f_{ctm}).
- En la diapositiva siguiente se aprecia, que para los Códigos ACI 318-02 y EC-2, la adopción de una tolerancia del orden del 20% para los valores del módulo de elasticidad del hormigón (E) y del 30% para los valores del módulo de rotura (f_r) no repercute de manera significativa sobre la deflexión ($w_{n(kp) Sim}$) ni sobre su respectiva tolerancia (Δ).

Por ej.:

análisis considerando como **variable determinística (fija)** la sección del tensor (A_t) y **simulando las siguientes variables** (s/CIRSOC 201-82, Caso 1)

- $X_1 := \gamma_b$ peso específico del hormigón
- $X_2 := p$ sobrecarga
- $X_3 := P_0$ esfuerzo de tesado
- $X_4 := e_p$ excentricidad del tensor
- $X_5 := A$ sección transversal
- $X_6 := E_s$ módulo de elasticidad del tensor
- $X_7 := f_{cm}$ resistencia media a compresión de hormigón
- $X_8 := \epsilon_{sc}$ contracción de fraguado
- $X_9 := \Delta\phi_C$ coef. de deformación diferida
- $X_{10} := l$ luz entre apoyos
- $X_{11} := f_{yr}$ resistencia del acero del tensor
- $X_{12} := I$ momento de inercia de la sección de hormigón

$\mu :=$	$\delta :=$	$\sigma := (\mu \cdot \delta)$	$\sigma =$																										
$\begin{pmatrix} 0.024 \\ 0.0160 \\ 2.818 \\ 0.70 \\ 0.4455 \\ 195000 \\ 26 \\ -14.2 \cdot 10^{-3} \\ 1.75 \\ 28 \\ 1900 \\ 0.1128 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0.02 \\ 10^{-6} \\ 0.04 \\ \frac{2.5}{1645} \sqrt{\frac{10^3}{\mu_4}} \\ 0.013 \\ 0.044 \\ 0.1 \\ 0.30 \\ 0.20 \\ 30 \\ 1645 \mu_{10} \\ 0.038 \\ 0.017 \end{pmatrix}$		<table border="1"> <thead> <tr> <th></th> <th>1</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>1</td><td>$4.8 \cdot 10^{-4}$</td></tr> <tr><td>2</td><td>$1.6 \cdot 10^{-8}$</td></tr> <tr><td>3</td><td>0.113</td></tr> <tr><td>4</td><td>$6.263 \cdot 10^{-3}$</td></tr> <tr><td>5</td><td>$5.792 \cdot 10^{-3}$</td></tr> <tr><td>6</td><td>$8.58 \cdot 10^3$</td></tr> <tr><td>7</td><td>2.6</td></tr> <tr><td>8</td><td>$4.26 \cdot 10^{-5}$</td></tr> <tr><td>9</td><td>0.35</td></tr> <tr><td>10</td><td>0.018</td></tr> <tr><td>11</td><td>72.2</td></tr> <tr><td>12</td><td>$1.918 \cdot 10^{-3}$</td></tr> </tbody> </table>		1	1	$4.8 \cdot 10^{-4}$	2	$1.6 \cdot 10^{-8}$	3	0.113	4	$6.263 \cdot 10^{-3}$	5	$5.792 \cdot 10^{-3}$	6	$8.58 \cdot 10^3$	7	2.6	8	$4.26 \cdot 10^{-5}$	9	0.35	10	0.018	11	72.2	12	$1.918 \cdot 10^{-3}$
	1																												
1	$4.8 \cdot 10^{-4}$																												
2	$1.6 \cdot 10^{-8}$																												
3	0.113																												
4	$6.263 \cdot 10^{-3}$																												
5	$5.792 \cdot 10^{-3}$																												
6	$8.58 \cdot 10^3$																												
7	2.6																												
8	$4.26 \cdot 10^{-5}$																												
9	0.35																												
10	0.018																												
11	72.2																												
12	$1.918 \cdot 10^{-3}$																												
valor medio	coef. de variación		desvío tipo																										

En general se tiene:

$$\sigma_{z\phi r(k_p, t_0)} = \frac{\epsilon_{s(t_0)} E_s + n_{(t_0)} \Delta\phi \left(\sigma_{bzpp(k_p)} + \sigma_{bzP_0} \right)}{1 - \frac{n_{(t_0)} \sigma_{bzP_0}}{\sigma_{zP_0}} \left(1 + \frac{\Delta\phi}{2} \right)}$$

Pérdida de tensión en el tensor

$$\rho_{(k_p, t_0)} = \frac{\sigma_{z\phi r(k_p, t_0)}}{\sigma_{zP_0}} \cdot 100$$

Porcentaje de pérdidas en el tensor

$$P_{inf(k_p, t_0)} = P_0 \left(1 - \rho_{(k_p, t_0)} \right)$$

Esfuerzo de tesado a tiempo infinito

$$P_{eq(k_p, t_0)} = \frac{8 P_{inf(k_p, t_0)} e_p}{l^2}$$

Carga ficticia equivalente

Para tener en cuenta el efecto a tiempo ∞ de la carga ficticia equivalente ($p_{eq(k_p)}$) se adoptará una carga ficticia equivalente promedio entre la producida por el esfuerzo de tesado inicial (P_0) y la producida por el esfuerzo de tesado final (P_{inf})

$$P_{eq(k_p, t_0) \text{ promedio}} = \frac{(P_0 + P_{inf(k_p, t_0)}) e_p \delta}{2 l^2} = \frac{P_{eq(k_p, t_0)}}{2} \left(\frac{1}{(1 - \rho(k_p, t_0))} + 1 \right) = \frac{P_{eq(k_p, t_0)}}{2} \frac{(2 - \rho(k_p, t_0))}{(1 - \rho(k_p, t_0))}$$

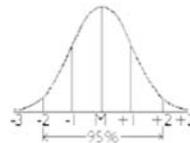
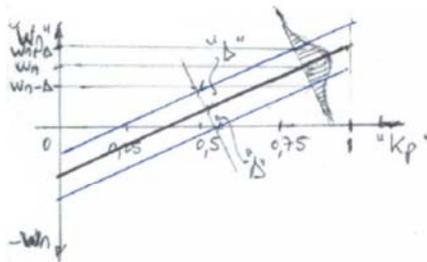
Carga ficticia equivalente promedio

$$w_{a(k_p, t_0)} = \frac{5 l^4 \left[-p_{eq(k_p, t_0)} + q \frac{E}{E_{(t_0)}} + \left[g + k_p p - \frac{P_{eq(k_p, t_0)} (2 - \rho(k_p, t_0))}{2 (1 - \rho(k_p, t_0))} \right] \Delta \phi \right]}{384 E I}$$

Deflexión total a tiempo ∞

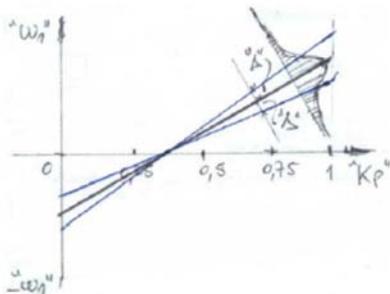
$$\delta L_{total(k_p, t_0)} = \frac{(P_0 + P_{inf(k_p, t_0)}) l}{2 A E} \left(\frac{E}{E_{(t_0)}} + \Delta \phi \right) = \frac{P_0 l (2 - \rho(k_p, t_0))}{2 A E} \left(\frac{E}{E_{(t_0)}} + \Delta \phi \right)$$

Acortamiento longitudinal total a tiempo ∞



- Al 50% de nivel de confianza $\pm 0.67\sigma$
- Al 80% de nivel de confianza $\pm 1.29\sigma$
- Al 90% de nivel de confianza $\pm 1.64\sigma$
- Al 95% de nivel de confianza $\pm 1.96\sigma$
- Al 99% de nivel de confianza $\pm 2.58\sigma$

Si se hubiese considerado la tolerancia (Δ) como un porcentaje de la deflexión (w_{100}) se tendría:



por lo tanto,
NO SE CUMPLE EL SUPUESTO DE USO CORRIENTE,
 o sea, $\Delta \neq \% w_{100}$

Tabla 3.4. Viga de sección transversal tipo T de H° Postesado.

	CIRSOC 201-82	CEB FIP-90	ACI 318-02	EC-2
Luz	28 m	28 m	28 m	28 m
b_m	1 m	1 m	1 m	1 m
b₀	0,14 m	0,14 m	0,14 m	0,14 m
d	1,4 m	1,4 m	1,4 m	1,4 m
d₀	0,20 m	0,20 m	0,20 m	0,20 m
β_{cm}	26 Mpa	26 Mpa	26 Mpa	26 Mpa
A_s	23,8 cm ²	23,8 cm ²	23,8 cm ²	23,8 cm ²
Δφ	1,75	2,63	1,27	2,63
Δφ₃₆₅ (al año)	1,36	1,99	0,98	1,99
ε_{s20}	-0,000173	-0,000489	-0,00038	-0,000395
ε_{s20} (a 20 días)	-0,0000312	-0,000054	-0,000103	-0,000059
E	30594 MPa	29564 MPa	22631 MPa	29303 MPa

- Influencia de la permanencia de la sobrecarga

Dado que se esta analizando la variación de la deflexión producida por las cargas en el tiempo (deformaciones diferidas), además de la carga total actuante ($q - p_{eq(kp)}$) que produce deformación instantánea, lo importante es la fracción de dicha carga que produce deformación diferida, o sea, la carga sostenida en un periodo de tiempo igual o superior al 50% del periodo de referencia o vida útil de la estructura, siendo esta, por ejemplo, del orden de 50 años (carga cuasi-permanente) ($g + kp*p - p_{eq(kp)promedio}$).

- Impacto del porcentaje de permanencia de la sobrecarga en el tiempo

Debido a que la pérdida de tensión en el tesado (σ_{zpr}) es influenciada por el estado de carga existente, y persistente en el tiempo, al variar el coeficiente "k_p" varía también el esfuerzo de tesado final "P_{inf}", y con él, la carga ficticia equivalente (p_{eq}) originándose una variación del estado de carga que no es función lineal de "k_p". Como se aprecia en la diapositiva siguiente, si se hubiese determinado la deflexión considerando que la sobrecarga (p) actúa en su totalidad a lo largo de la vida del elemento en estudio (k_p=1) y en realidad la misma actúa de manera momentánea (k_p=0) esto originaría la incertidumbre de haberse estimado una deflexión positiva cuando en realidad la misma será negativa. Si no se pudiera definir en forma concreta "kp" se tendrá otra fuente de variación del valor de la deflexión en el tiempo.

	CIRSOC 201-82	CEB FIP-90	ACI 318-02	EC-02
$W_n(kp)$	valores de la deflexión " $w_n(kp)$ " de acuerdo a la reglamentación respectiva			
$W_n(0)$	-12,9 mm	-21,3 mm	-3,7 mm	-22,4 mm
$W_n(0,1)$	-7,1 mm	-12,5 mm	1,9 mm	-13,9 mm
$W_n(0,2)$	-1,3 mm	-3,7 mm	7,5 mm	-5,4 mm
$W_n(0,3)$	4,5 mm	5,1 mm	13,2 mm	3,1 mm
$W_n(0,4)$	10,3 mm	13,9 mm	18,8 mm	11,7 mm
$W_n(0,5)$	16,2 mm	22,7 mm	24,4 mm	20,2 mm
$W_n(0,6)$	22 mm	31,5 mm	30 mm	28,7 mm
$W_n(0,7)$	27,8 mm	40,3 mm	35,6 mm	37,2 mm
$W_n(0,8)$	33,6 mm	49,2 mm	41,2 mm	45,7 mm
$W_n(0,9)$	39,4 mm	58 mm	46,8 mm	54,2 mm
$W_n(1)$	45,2 mm	66,8 mm	52,4 mm	62,7 mm

	CIRSOC 201-82	CEB FIP-90	ACI 318-02	EC-02
$W_n(kp) \text{ Sim } \pm \Delta$	valores de la deflexión $\pm \Delta$ " $w_n(kp) \text{ Sim } \pm \Delta$ " de acuerdo a la reglamentación respectiva			
$W_n(0) \text{ Sim } \pm \Delta$	-12,9 \pm 11,6 mm	-21,1 \pm 15,1 mm	-3,5 \pm 11,8 mm	-22,2 \pm 14,6 mm
$W_n(0,1) \text{ Sim } \pm \Delta$	-7 \pm 10,3 mm	-12,3 \pm 13,3 mm	2,1 \pm 10,7 mm	-13,7 \pm 12,8 mm
$W_n(0,2) \text{ Sim } \pm \Delta$	-1,2 \pm 9,3 mm	-3,5 \pm 11,9 mm	7,7 \pm 9,9 mm	-5,2 \pm 11,4 mm
$W_n(0,3) \text{ Sim } \pm \Delta$	4,6 \pm 8,5 mm	5,3 \pm 11 mm	13,3 \pm 9,4 mm	3,4 \pm 10,4 mm
$W_n(0,4) \text{ Sim } \pm \Delta$	10,5 \pm 8,1 mm	14,1 \pm 10,7 mm	18,9 \pm 9,2 mm	11,9 \pm 10 mm
$W_n(0,5) \text{ Sim } \pm \Delta$	16,3 \pm 8,2 mm	22,9 \pm 11,1 mm	24,5 \pm 9,3 mm	20,4 \pm 10,3 mm
$W_n(0,6) \text{ Sim } \pm \Delta$	22,1 \pm 8,6 mm	31,8 \pm 12,1 mm	30,2 \pm 9,9 mm	28,9 \pm 11,2 mm
$W_n(0,7) \text{ Sim } \pm \Delta$	28 \pm 9,5 mm	40,5 \pm 13,6 mm	35,8 \pm 10,6 mm	37,4 \pm 12,6 mm
$W_n(0,8) \text{ Sim } \pm \Delta$	33,8 \pm 10,6 mm	49,4 \pm 15,4 mm	41,4 \pm 11,7 mm	45,9 \pm 14,4 mm
$W_n(0,9) \text{ Sim } \pm \Delta$	39,6 \pm 11,9 mm	58,2 \pm 17,5 mm	47 \pm 12,9 mm	54,4 \pm 16,4 mm
$W_n(1) \text{ Sim } \pm \Delta$	45,5 \pm 13,4 mm	67 \pm 19,8 mm	52,6 \pm 14,3 mm	62,9 \pm 18,6 mm

- En la diapositiva siguiente se aprecia que la tolerancia de la deflexión definida como porcentaje del valor analizado (%V) no se encuentra dentro de los valores estimados usualmente (menores al 30%) sino tan solo para los casos de "kp" cercanos a 1.

	CIRSOC 201-82	CEB FIP-90	ACI 318-02	EC-02
% de la sobrecarga permanente "p" (100*kp)	valores de la tolerancia "Δ" como % de "w_{n(kp)} Sim" en función del % de sobrecarga permanente "p" (100*Δ(kp)/w_{n(kp)} Sim)			
0	90,1%	73%	333%	67%
10	146,7%	111%	523%	96%
20	785,3%	360%	129%	229%
30	183,5%	203%	70%	301%
40	77,4%	76%	48%	84%
50	50,2%	48%	38%	51%
60	39%	38%	33%	39%
70	33,9%	34%	30%	34%
80	31,4%	32%	28%	32%
90	30%	30%	27%	30%
100	29,4%	30%	27%	30%
promedio de los valores de la tolerancia "Δ" como % de "w_{n(kp)} Sim"				
%V_{promedio}	136%	94%	116%	90%

	CIRSOC 201-82	CEB FIP-90	ACI 318-02	EC-02
δL_{total(kp)}	valores del acortamiento longitudinal total "δL_{total(kp)}" de acuerdo a la reglamentación respectiva			
δL_{total(0)}	15 mm	19,6 mm	16,6 mm	19,9 mm
δL_{total(0,1)}	15,1 mm	19,7 mm	16,7 mm	20 mm
δL_{total(0,2)}	15,1 mm	19,8 mm	16,7 mm	20,2 mm
δL_{total(0,3)}	15,2 mm	19,9 mm	16,8 mm	20,3 mm
δL_{total(0,4)}	15,2 mm	20,1 mm	16,9 mm	20,4 mm
δL_{total(0,5)}	15,3 mm	20,2 mm	16,9 mm	20,5 mm
δL_{total(0,6)}	15,4 mm	20,3 mm	17 mm	20,7 mm
δL_{total(0,7)}	15,4 mm	20,4 mm	17,1 mm	20,8 mm
δL_{total(0,8)}	15,5 mm	20,6 mm	17,1 mm	20,9 mm
δL_{total(0,9)}	15,5 mm	20,7 mm	17,2 mm	21 mm
δL_{total(1)}	15,6 mm	20,8 mm	17,3 mm	21,1 mm

	CIRSOC 201-82	CEB FIP-90	ACI 318-02	EC-02
$\delta L_{total(kp) Sim} \pm \Delta$	valores del acortamiento longitudinal total $\pm \Delta$ "$\delta L_{total(kp) Sim} \pm \Delta$" de acuerdo a la reglamentación respectiva			
$\delta L_{total(0) Sim} \pm \Delta$	15 \pm 3,3 mm	19,6 \pm 4,5 mm	16,7 \pm 3,3 mm	19,9 \pm 4,6 mm
$\delta L_{total(0,1) Sim} \pm \Delta$	15,1 \pm 3,3 mm	19,7 \pm 4,6 mm	16,7 \pm 3,4 mm	20,1 \pm 4,6 mm
$\delta L_{total(0,2) Sim} \pm \Delta$	15,2 \pm 3,4 mm	19,8 \pm 4,6 mm	16,8 \pm 3,4 mm	20,2 \pm 4,7 mm
$\delta L_{total(0,3) Sim} \pm \Delta$	15,2 \pm 3,4 mm	20 \pm 4,7 mm	16,9 \pm 3,4 mm	20,3 \pm 4,8 mm
$\delta L_{total(0,4) Sim} \pm \Delta$	15,3 \pm 3,4 mm	20,1 \pm 4,8 mm	16,9 \pm 3,5 mm	20,4 \pm 4,8 mm
$\delta L_{total(0,5) Sim} \pm \Delta$	15,4 \pm 3,5 mm	20,2 \pm 4,9 mm	17 \pm 3,5 mm	20,6 \pm 4,9 mm
$\delta L_{total(0,6) Sim} \pm \Delta$	15,4 \pm 3,5 mm	20,3 \pm 4,9 mm	17,1 \pm 3,5 mm	20,7 \pm 5 mm
$\delta L_{total(0,7) Sim} \pm \Delta$	15,5 \pm 3,5 mm	20,5 \pm 5 mm	17,1 \pm 3,6 mm	20,8 \pm 5 mm
$\delta L_{total(0,8) Sim} \pm \Delta$	15,5 \pm 3,6 mm	20,6 \pm 5 mm	17,2 \pm 3,6 mm	20,9 \pm 5,1 mm
$\delta L_{total(0,9) Sim} \pm \Delta$	15,6 \pm 3,6 mm	20,7 \pm 5,1 mm	17,3 \pm 3,6 mm	21,1 \pm 5,2 mm
$\delta L_{total(1) Sim} \pm \Delta$	15,7 \pm 3,6 mm	20,9 \pm 5,2 mm	17,3 \pm 3,7 mm	21,2 \pm 5,2 mm

- En la diapositiva siguiente se aprecia que la tolerancia del acortamiento longitudinal total definida como porcentaje del valor analizado (%V) se encuentra dentro de los valores estimados usualmente (menores al 30%).

	CIRSOC 201-82	CEB FIP-90	ACI 318-02	EC-02
% de la sobrecarga permanente "p" (100*kp)	valores de la tolerancia "Δ" como % de "$\delta L_{total(kp) Sim}$" en función del % de sobrecarga permanente "p" (100*$\Delta(kp)$ / $\delta L_{total(kp) Sim}$)			
0	22%	23%	20%	23%
10	22%	23%	20%	23%
20	22%	24%	20%	23%
30	22%	24%	20%	24%
40	22%	24%	20%	24%
50	23%	24%	20%	24%
60	23%	24%	21%	24%
70	23%	25%	21%	24%
80	23%	25%	21%	25%
90	23%	25%	21%	25%
100	23%	25%	21%	25%
promedio de los valores de la tolerancia "Δ" como % de "$\delta L_{total(kp) Sim}$"				
%V promedio	23%	24%	21%	24%

5. Conclusiones

5.1 Viga de sección transversal tipo T de H°A°

- El método de análisis aquí planteado, para estimar la deflexión total a tiempo ∞ ($w_{n(kp)}$ $_{sim}$) ocasionada por problemas viscoelásticos en estructuras de hormigón armado permite visualizar la tolerancia (Δ), o sea su rango de variación, en función de un determinado porcentaje de confianza adoptado (q) (en este caso se adoptó 90%).
- De acuerdo a los diferentes Códigos utilizados y al impacto del porcentaje de permanencia de la sobrecarga en el tiempo, la tolerancia de la deflexión definida como porcentaje del valor analizado (%V) se encuentra dentro de los valores estimados usualmente (menores al 30%).

- Variables aleatorias que influyen de manera significativa

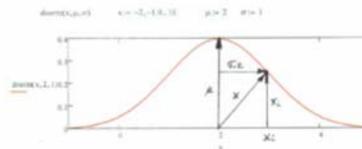
Para los casos analizados, la superposición de los efectos de la dispersión de las distintas variables estando estas distribuidas normalmente, y siendo suficiente una combinación lineal, puede ser tomada en cuenta al determinar el desvío tipo total (σ) como un vector cuyo módulo es igual a la raíz cuadrada positiva de la sumatoria de los cuadrados de los desvíos tipo de las variables intervinientes (σ_i^2) y la misma puede ser representada gráficamente según el Teorema de Pitágoras.

$$i = 1, 2, 3, \dots, n$$

$$\sigma^2 = \sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 + \dots + \sigma_n^2$$



$$\text{si } \sigma \rightarrow 0 \Rightarrow X \rightarrow \mu \quad \text{y} \quad X_1 \rightarrow \mu$$



Usando como base este criterio se deduce, que los esfuerzos a realizar para determinar las variables aleatorias que influyen de manera significativa sobre la dispersión del valor analizado se deberán concentrar en las influencias más esenciales, o sea, las que posean mayor valor de desvío tipo (σ_i) (como ej.: ver las dos diapositivas siguientes). Estas son:

- Módulo de elasticidad del acero
- Resistencia media a compresión del hormigón
- Resistencia del acero del elemento tensor
- Coeficiente de deformación diferida ($\Delta\phi$)
- Longitud entre apoyos, o luz de la viga
- Esfuerzo de tesado

Por ej.:

variables aleatorias básicas para la viga de Hormigón Postesado (s/CIRSOC 201-82, Caso 3)

Variables determinísticas (fijas)		Variables aleatorias	
$A_s := 23.8 \text{ cm}^2$	sección de acero del tensor	$X_1 := E_s$	módulo de elasticidad del tensor
$\gamma_h := 0.024$	peso específico del hormigón	$X_2 := f_{cm}$	resistencia media a compresión del hormigón
$p := 0.016$	sobrecarga	$X_3 := f_{yr}$	resistencia del acero del tensor
$e_p := 0.7$	excentricidad del tensor	$X_4 := \Delta\phi_C$	coef. de deformación diferida
$A := 0.4455$	sección transversal	$X_5 := l$	luz entre apoyos
$\epsilon_{sC} := -14.2 \cdot 10^{-5}$	contracción de fraguado	$X_6 := P_0$	esfuerzo de tesado
$I := 0.1128$	momento de inercia de la sección de hormigón		

$$\mu := \begin{pmatrix} 195000 \\ 26 \\ 1900 \\ 1.75 \\ 28 \\ 2.818 \end{pmatrix} \quad \delta := \begin{pmatrix} 0.044 \\ 0.1 \\ 0.038 \\ 0.2 \\ 30 \\ 1645 \cdot \mu_5 \\ 0.04 \end{pmatrix} \quad \sigma := (\|\mu\| \cdot \delta) \quad \sigma = \begin{pmatrix} 8.58 \times 10^3 \\ 2.6 \\ 72.2 \\ 0.35 \\ 0.018 \\ 0.113 \end{pmatrix}$$

valor medio coef. de variación desvío tipo

Por ej.:

variables aleatorias consideradas para el análisis de la viga de Hormigón Armado (s/CIRSOC 201-82)

$X_1 := f_{cm}$	resistencia media a compresión del hormigón	$\mu := \begin{pmatrix} 26 \\ 2.8 \\ -35.2 \cdot 10^{-5} \\ 420 \\ 0.026 \\ 0.05 \\ 10 \\ 3.80 \\ 0.25 \\ 0.90 \\ 0.14 \end{pmatrix}$	$\delta := \begin{pmatrix} 0.1 \\ 0.20 \\ 0.35 \\ 0.044 \\ 10^{-6} \\ 10^{-6} \\ \frac{2.5}{1645} \sqrt{\left(\frac{10}{\mu_7}\right)^2} \\ \frac{2.5}{1645} \sqrt{\left(\frac{10}{\mu_8}\right)^2} \\ \frac{2.5}{1645} \sqrt{\left(\frac{10}{\mu_9}\right)^2} \\ \frac{2.5}{1645} \sqrt{\left(\frac{10}{\mu_{10}}\right)^2} \\ \frac{2.5}{1645} \sqrt{\left(\frac{10}{\mu_{11}}\right)^2} \end{pmatrix}$	$\sigma := (\ \mu\ \cdot \delta) \quad \sigma = \begin{pmatrix} 1 \\ 2.6 \\ 1.232 \cdot 10^{-4} \\ 18.48 \\ 2.6 \cdot 10^{-8} \\ 5 \cdot 10^{-8} \\ 0.015 \\ 0.011 \\ 4.444 \cdot 10^{-3} \\ 6.811 \cdot 10^{-3} \\ 3.663 \cdot 10^{-3} \end{pmatrix}$	<table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <thead> <tr> <th></th> <th>1</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>1</td><td>2.6</td></tr> <tr><td>2</td><td>0.56</td></tr> <tr><td>3</td><td>1.232 · 10⁻⁴</td></tr> <tr><td>4</td><td>18.48</td></tr> <tr><td>5</td><td>2.6 · 10⁻⁸</td></tr> <tr><td>6</td><td>5 · 10⁻⁸</td></tr> <tr><td>7</td><td>0.015</td></tr> <tr><td>8</td><td>0.011</td></tr> <tr><td>9</td><td>4.444 · 10⁻³</td></tr> <tr><td>10</td><td>6.811 · 10⁻³</td></tr> <tr><td>11</td><td>3.663 · 10⁻³</td></tr> </tbody> </table>		1	1	2.6	2	0.56	3	1.232 · 10 ⁻⁴	4	18.48	5	2.6 · 10 ⁻⁸	6	5 · 10 ⁻⁸	7	0.015	8	0.011	9	4.444 · 10 ⁻³	10	6.811 · 10 ⁻³	11	3.663 · 10 ⁻³
	1																												
1	2.6																												
2	0.56																												
3	1.232 · 10 ⁻⁴																												
4	18.48																												
5	2.6 · 10 ⁻⁸																												
6	5 · 10 ⁻⁸																												
7	0.015																												
8	0.011																												
9	4.444 · 10 ⁻³																												
10	6.811 · 10 ⁻³																												
11	3.663 · 10 ⁻³																												
$X_2 := \Delta\phi_C$	coef. de deformación diferida																												
$X_3 := \epsilon_{sC}$	contracción de fraguado																												
$X_4 := f_s$	resistencia característica de las barras de acero																												
$X_5 := s$	carga actuante																												
$X_6 := p$	sobrecarga actuante																												
$X_7 := l$	luz entre apoyos																												
$X_8 := b_{CIRSOC}$	ancho colaborante del ala según disposición reglamentaria																												
$X_9 := b_0$	espesor del alma																												
$X_{10} := a$	altura de la viga																												
$X_{11} := d_0$	espesor del ala																												

valor medio coef. de variación desvío tipo

5.2 Viga de sección transversal tipo T de H° Postesado

- En principio, no se cumple la premisa supuesta de que la tolerancia (Δ) es un porcentaje del valor medio de la deflexión ($w_{n(kp) \text{ Sim}}$) que ronda entre 20% al 30%.
- De acuerdo a los diferentes Códigos empleados, la tolerancia de la deflexión definida como porcentaje del valor analizado (%V) no se encuentra dentro de los valores estimados usualmente (menores al 30%) sino tan solo para los casos de “kp” cercanos a 1.
- De acuerdo a los diferentes Códigos utilizados, la tolerancia del acortamiento longitudinal total definida como porcentaje del valor analizado (%V) se encuentra dentro de los valores estimados usualmente (menores al 30%).
- Precisión en el valor del esfuerzo de tesado

Del análisis efectuado en el presente trabajo se observó que no repercute de manera significativa sobre los valores de la deflexión total a tiempo ∞ ($w_{n(kp) \text{ Sim}}$), del acortamiento longitudinal total a tiempo ∞ ($\delta L_{\text{total}(kp) \text{ Sim}}$) ni de sus tolerancias (Δ) el hecho de reemplazar el esfuerzo de tesado inicial (P_0) por su valor en función del alargamiento (Δl_{tensor}) que experimenta el tensor de longitud “ $L_{\text{tensor_equiv}}$ ” al tesarlo, y con lectura mínima de dicho alargamiento de ± 1 mm., (o sea, 0.0036% del largo del elemento tensor) por lo que se concluye que dicha precisión en la medición del alargamiento del tensor al tesarlo es por demás suficiente.

Valores s/Caso 1 (P_0 como variable aleatoria)				Valores s/Caso 2 ($P_0 = A_s * E_s * \Delta l_{\text{tensor}} / L_{\text{tensor_equiv}}$)															
CIRSOC :=	k_p	$w_n(k_p)$	Δ	%V	CIRSOC :=	k_p	$\delta L_{\text{total}}(k_p)$	Δ	%V	CIRSOC :=	k_p	$w_n(k_p)$	Δ	%V	CIRSOC :=	k_p	$\delta L_{\text{total}}(k_p)$	Δ	%V
	0	-12.9	11.6	90.1		0	15	3.3	22		0	-12.8	11.6	90.7		0	15	3.3	22.1
	0.1	-7	10.3	146.7		0.1	15.1	3.3	22.1		0.1	-7	10.4	148.9		0.1	15.1	3.4	22.3
	0.2	-1.2	9.3	785.3		0.2	15.2	3.4	22.3		0.2	-1.1	9.4	819.5		0.2	15.2	3.4	22.4
	0.3	4.6	8.5	183.5		0.3	15.2	3.4	22.4		0.3	4.7	8.7	185.5		0.3	15.2	3.4	22.5
	0.4	10.5	8.1	77.4		0.4	15.3	3.4	22.5		0.4	10.5	8.4	79.5		0.4	15.3	3.5	22.6
	0.5	16.3	8.2	50.2		0.5	15.4	3.5	22.7		0.5	16.3	8.5	51.8		0.5	15.4	3.5	22.8
	0.6	22.1	8.6	39		0.6	15.4	3.5	22.8		0.6	22.2	9	40.5		0.6	15.4	3.5	22.9
	0.7	28	9.5	33.9		0.7	15.5	3.5	22.9		0.7	28	9.8	35.1		0.7	15.5	3.6	23
	0.8	33.8	10.6	31.4		0.8	15.5	3.6	23		0.8	33.8	10.9	32.4		0.8	15.5	3.6	23.1
0.9	39.6	11.9	30	0.9	15.6	3.6	23.1	0.9	39.6	12.3	30.9	0.9	15.6	3.6	23.3				
1	45.5	13.4	29.4	1	15.7	3.6	23.3	1	45.4	13.7	30.2	1	15.7	3.7	23.4				

5.3 Conclusiones generales

- Es importante definir en forma concreta “kp”, dado que sino se tendrá otra fuente de variación del valor analizado en el tiempo.
- El método de análisis aquí planteado para estimar la deflexión total a tiempo ∞ ($w_{n(kp)}$ _{sim}) y el acortamiento longitudinal total a tiempo ∞ ($\delta_{Ltotal(kp)}$ _{sim}) ocasionados por problemas viscoelásticos en estructuras de hormigón armado, si bien no proporciona una mayor perfección en la estimación de los mismos, permite visualizar su rango de dispersión y, para ciertos estados de carga, visualizar que la tolerancia usualmente estimada a priori para la deflexión, $\pm 20\%$ al 30% respecto al valor medio, no es tal.
- Se concluye que es más racional especificar la tolerancia (Δ) respecto al desvío tipo (σ) del valor analizado y a un determinado porcentaje de confianza adoptado (q) en vez de la comúnmente empleada como porcentaje del valor medio (μ).

Glosario

RILEM Reunión Internacional de Laboratorios de Ensayos de Materiales

CIRSOC 201-82

CIRSOC	Centro de Investigación de los Reglamentos Nacionales de Seguridad para las Obras Civiles.
t	edad efectiva del hormigón; edad efectiva del hormigón al tiempo " t " estudiada, según el artículo 26.8.6., en días.
t_0	edad efectiva del hormigón al aplicar la tensión; edad efectiva del hormigón en el momento a partir del cual se debe considerar la influencia de la contracción de fraguado.
T_i	temperatura diaria media del hormigón, expresada en °C.
Δt_i	número de días con temperatura media diaria T_i del hormigón.
φ_t	factor de deformación diferida, que contempla el incremento de la deformación producida por la deformación diferida.
σ_0	tensión actuante.
E_b	módulo de elasticidad según (Tabla 44 del CIRSOC 201-82.).
ϵ_k	deformación específica a tensión constante.
φ_{∞}	coeficiente de deformación diferida básico, según la Tabla 46, columna 3.
k_f	coeficiente que contempla la variación de la deformación diferida en el tiempo, en función del espesor ficticio del elemento estructural, del tipo de cemento y de la edad del hormigón.
k_v	coeficiente que contempla la variación del acortamiento elástico diferido en función del tiempo.
ϵ_{s0}	valor básico de la contracción de fraguado, según la Tabla 46, columna 4.
k_s	coeficiente que contempla la variación en el tiempo de la contracción de fraguado, según la figura 61 CIRSOC 201-82.
k_{ef}	coeficiente según la Tabla 46, columna 5, que contempla la influencia de la humedad sobre el espesor ficticio.
d_{ef}	espesor ficticio del elemento constructivo.
A_b	área de la sección total de hormigón.
u	perímetro de la sección expuesto al desecamiento (en vigas cajón se debe tener en cuenta, en general, para el perímetro interior solo la mitad del mismo).
f_{cm}	resistencia media.
I_{II}	momento de inercia de la sección homogeneizada para el Estado II.
b_m	ancho activo del ala secciones tipo T.
x	distancia del eje neutro al borde comprimido.
n	relación entre el módulo de elasticidad del acero y del hormigón empleado.
h	altura útil de la sección.
A_s	sección de armadura longitudinal dispuesta.

w_{ni}	deflexión instantánea.
$w_{n\infty}$	deflexión final debida a la deformación diferida.
$w_{nes\infty}$	deflexión final debida a la contracción de fraguado.
w_n	deflexión total final determinada de forma determinística.
g	peso propio más cargas permanentes.
p	sobrecarga actuante.
k_p	coef. que contempla el porcentaje de la sobrecarga que actúa cuasi-permanentemente, o sea, aproximadamente mayor o igual al 50% del período de referencia o vida útil estructural.
l	distancia entre apoyos, largo de la viga.
E_b	módulo de elasticidad secante del hormigón.
G_b	módulo de elasticidad transversal del hormigón.
$\Delta\phi$	coef. de deformación diferida.
ϵ_s	coef. de contracción de fraguado.
β_{cm}	resistencia media del hormigón.
β_{cn}	resistencia característica del hormigón.
β_s	resistencia característica del acero, o límite de fluencia.
ADN	acero de dureza natural, con límite de fluencia definido.
ADM	acero de dureza mecánica, con límite de fluencia convencional.
%V	valor de la tolerancia " Δ " como % del valor analizado en función de " k_p ".
%V _{promedio}	promedio de los valores de la tolerancia " Δ " como % del valor analizado en función de " k_p ".

CEB FIP-90.

CEB	Comité Europeo del Hormigón.
FIP	Federación Internacional del Pretensado.
$\epsilon_{cs(t,t_s)}$	deformación debida a la contracción de fraguado o hinchamiento.
ϵ_{cs0}	coeficiente básico de contracción de fraguado o hinchamiento.
$\beta_s(t-t_s)$	coeficiente que describe el desarrollo de la contracción de fraguado con el tiempo.
t	edad del hormigón en el instante de evaluación, en días.
t_s	edad del hormigón al comienzo de la contracción de fraguado o del hinchamiento, en días.
f_{cm}	resistencia media a compresión del hormigón a la edad de 28 días, MPa.
f_{cm0}	adopta el valor de 10 MPa.
β_{sc}	coeficiente que depende del tipo de cemento: 4 para cementos de endurecimiento lento. 5 para cementos de endurecimiento normal. 8 para cementos de endurecimiento rápido y alta resistencia.
S	Cemento de endurecimiento lento.
N	Cemento de endurecimiento normal.
R	Cementos de endurecimiento rápido y alta resistencia.
RH	humedad relativa, %.
RH ₀	adopta el valor de 100%.
β_{RH}	coeficiente que depende de la humedad relativa.

h	dimensión básica del elemento, mm. (radio hidráulico).
A_c	sección transversal de hormigón.
A_{ch}	sección transversal homogeneizada.
u	perímetro del elemento en contacto con la atmósfera, mm.
t_1	adopta el valor de 1 día.
h_0	adopta el valor de 100 mm.
$\varphi(t, t_0)$	coeficiente de deformación diferida.
$\varepsilon_{cc}(t, t_0)$	deformación por deformación diferida.
V_s	coeficiente de variación medio para la predicción de la contracción de fraguado.
V_c	coeficiente de variación medio para la predicción de la deformación diferida.
β_{sc}	coeficiente que considera el tipo de cemento.
φ_0	coeficiente básico de deformación diferida.
β_c	coeficiente que describe el desarrollo de la deformación diferida con el tiempo.
t_0	edad del hormigón en el instante de carga de acuerdo al tipo de cemento, días.
$t_{0,T}$	edad del hormigón en el instante de carga, en días.
$t_{1,T}$	tiene valor de 1 días.
α	exponente que depende del tipo de cemento.
E_{ci}	módulo de elasticidad secante (MPa) del hormigón a 28 días.
$E_c(t)$	módulo de elasticidad secante a la edad de t días.
$\beta_E(t)$	coeficiente que depende de la edad del hormigón.
$\beta_{cc}(t)$	coeficiente que depende de la edad del hormigón y del tipo de cemento.
$f_{cm}(t)$	resistencia media a compresión del hormigón a la edad t , días.
f_{cm}	resistencia media a compresión del hormigón a los 28 días.
s	coeficiente que depende del tipo de cemento: 0,38 para cementos de endurecimiento lento. 0,25 para cementos de endurecimiento normal. 0,20 para cementos de endurecimiento rápido.
I_{ch}	momento de inercia de la sección homogeneizada para el Estado I
S_I	momento estático de la armadura longitudinal para el Estado I.
v'	distancia desde el eje baricentrico al borde superior para el Estado I.
n	relación entre el módulo de elasticidad del acero y del hormigón.
d	altura útil de la sección.
A_s	sección de armadura longitudinal dispuesta.
$w_{n\infty}$	deflexión final debida a la deformación diferida.
$w_{n\varepsilon_{cs\infty}}$	deflexión final debida a la contracción de fraguado.
w_n	deflexión total final determinada de forma determinística.
g	peso propio más cargas permanentes.
p	sobrecarga actuante
k_p	coef. que contempla el porcentaje de la sobrecarga que actúa cuasi-permanentemente, o sea, aproximadamente mayor o igual al 50% del periodo de referencia o vida útil estructural.
l	distancia entre apoyos, largo de la viga.
ϕ_∞	coef. de deformación diferida.
$\varepsilon_{cs\infty}$	coef. de contracción de fraguado.

$\%V$	valor de la tolerancia " Δ " como % del valor analizado en función de " k_p ".
$\%V_{\text{promedio}}$	promedio de los valores de la tolerancia " Δ " como % del valor analizado en función de " k_p ".

ACI 318-02/ACI 209R-92.

ACI	Instituto Americano del Concreto.
$\epsilon_{sh,t}$	contracción de fraguado después de 7 días de curado húmedo.
t	edad del hormigón después del curado inicial del mismo; edad del hormigón a partir de la puesta en carga ($t-t_0$), en días.
t_{la}	edad de puesta en carga, en días.
γ_{sh}	coeficiente que representa el producto de todos los factores de corrección aplicables en la determinación de la contracción de fraguado.
γ_c	coeficiente que representa el producto de todos los factores de corrección aplicables en la determinación de la deformación diferida.
γ_{cp}	factor corrector para periodos de curado húmedo diferentes a los 7 días.
γ_λ	factor corrector para la humedad relativa.
γ_{vs}	factor corrector para el tamaño de la pieza.
γ_s	factor corrector para la consistencia del hormigón.
γ_ψ	factor corrector para el contenido de árido fino.
γ_c	factor corrector para el contenido de cemento.
γ_a	factor corrector para el contenido de aire.
γ_{la}	factor corrector para la edad a la cual se aplica la carga.
γ	humedad relativa en porcentaje.
$h=4v/s$	espesor medio de la pieza.
v	volumen de la pieza, mm^3 .
s	sección de la pieza, mm^2 ; asentamiento del hormigón, en mm.
c	contenido de cemento en kg/m^3 .
a	contenido de aire, en %.
v_t	coeficiente de deformación diferida.
v_u	coeficiente de deformación diferida última "2.35".
Ψ	relación, en porcentaje, entre el peso de árido fino y el peso total de los áridos.
E_c	módulo de elasticidad secante del hormigón utilizado, en MPa.
f'_c	resistencia a compresión del hormigón, en MPa.
I_g	momento de inercia de la sección de hormigón.
I_{cr}	momento de inercia de la sección homogeneizada para el Estado II.
I_e	momento de inercia efectivo $\leq "I_g"$.
y_t	distancia desde el borde inferior de la viga hasta el eje neutro para el Estado I.
f_r	resistencia a flexo-tracción o módulo de rotura.
M_{cr}	momento crítico, o de fisuración.
M_a	momento producido por las cargas de servicio.
$w_{n\infty}$	deflexión final debida a la deformación diferida.

$w_{nsh\infty}$	deflexión final debida a la contracción de fraguado.
w_n	deflexión total final determinada de forma determinística.
g	peso propio más cargas permanentes.
p	sobrecarga actuante.
k_p	coef. que contempla el porcentaje de la sobrecarga que actúa cuasi-permanentemente, o sea, aproximadamente mayor o igual al 50% del período de referencia o vida útil estructural.
l	distancia entre apoyos, largo de la viga.
λ_{cp}	coef. de deformación diferida.
ϵ_{shu}	coef. de contracción de fraguado.
A_{sh}	coef. que contempla el efecto de la existencia de armadura longitudinal.
$\%V$	valor de la tolerancia " Δ " como % del valor analizado en función de " k_p ".
$\%V_{promedio}$	promedio de los valores de la tolerancia " Δ " como % del valor analizado en función de " k_p ".

Eurocódigo 2 (EC-2).

t_T	edad efectiva del hormigón, sustituye a " t " y " t_0 " en las expresiones correspondientes.
n	cantidad de periodos considerados.
Δ_{ti}	número de días de cada periodo, en que la temperatura media diaria del ambiente se mantiene constante e igual a " $T(\Delta_{ti})$ ".
$T(\Delta_{ti})$	temperatura media diaria del ambiente en el periodo " Δ_{ti} ", en °C.
$t_{0,T}$	edad de puesta en carga a la temperatura " T ".
α	coeficiente que depende del tipo de cemento: -1 para cemento de clase S. 0 para cemento de clase N. 1 para cemento de clase R.
ϵ_{cs}	deformación por contracción de fraguado total.
ϵ_{cd}	deformación por contracción de fraguado por secado.
ϵ_{ca}	deformación por contracción de fraguado autógena.
$\epsilon_{cd,0}$	deformación por contracción de fraguado por secado básica.
f_{cm}	resistencia media a compresión a los 28 días, MPa.
$f_{cm}(t)$	resistencia media a compresión a la edad " t ", MPa.
f_{ck}	resistencia característica a compresión, MPa. " $f_{cm} - 8$ " para $3 < t < 28$ días " f_{ck28} " para " $t \geq 28$ días
f_{cm0}	10 MPa.
$\beta_{cc}(t)$	coef. que estima la " f_{cm} " a la edad " t ", diferente a 28 días.
S	clase para cementos tipo CEM 32,5N.
N	clase para cementos tipo CEM 32,5R, CEM 42,5N.
R	clase para cementos del tipo CEM 42,5R, CEM 52,5N, CEM 52,5R.
α_{ds1}	coeficiente que depende del tipo de cemento: 3 para cemento de clase S. 4 para cemento de clase N.

	6 para cemento de clase R.
α_{ds2}	coeficiente que depende del tipo de cemento: 0,13 para cemento de clase S. 0,12 para cemento de clase N. 0,11 para cemento de clase R.
RH	humedad relativa del ambiente, en %.
RH ₀	humedad relativa del 100%.
s	coef. que tiene en cuenta el tipo de cemento utilizado: 0.38 para cemento de clase S. 0.35 para cemento de clase N. 0.20 para cemento de clase R.
t	edad del hormigón en el momento considerado, en días.
t _s	edad del hormigón, en días, cuando comienza la contracción de fraguado de secado (o hinchamiento). Esto es normalmente cuando se termina el periodo de curado.
h ₀	espesor efectivo, mm, de la sección.
A _c	sección transversal de hormigón.
A _{ch}	sección transversal homogeneizada.
u	perímetro de la parte de la sección expuesta al secado.
φ_0	coeficiente básico de deformación diferida.
φ_{RH}	coeficiente de influencia de la humedad relativa “HR”
$\beta_{fm}(f_{cm})$	factor que permite tener en cuenta el efecto de la resistencia media del hormigón a los 28 días en el coeficiente básico de deformación diferida.
$\beta_{(t_0)}$	factor que contempla la influencia de la edad de puesta en carga del hormigón en el coeficiente básico de deformación diferida.
$\beta_c(t, t_0)$	función que describe el desarrollo de la deformación diferida en el tiempo considerado, o sea, en el lapso comprendido entre “t ₀ ” y “t”.
$\varphi_k(\infty, t_0)$	coeficiente de deformación diferida efectivo, que substituye a “ $\varphi(\infty, t_0)$ ”.
k _{σ}	relación tensión/resistencia, “ $\sigma_c/f_{cm}(t_0)$ ”.
σ_c	tensión de compresión aplicada.
f _{cm} (t ₀)	resistencia media del hormigón a tiempo “t ₀ ”, o sea, cuando se lo carga.
I _{ch}	momento de inercia de la sección homogeneizada para el Estado I.
I _{cf}	momento de inercia de la sección homogeneizada para el Estado II
S _I	momento estático de la armadura longitudinal para el Estado I.
S _{II}	momento estático de la armadura longitudinal para el Estado II.
v’	distancia desde el borde superior hasta el eje baricentrico para el Estado I.
x ₁	distancia desde el borde superior hasta el eje neutro para el Estado II
h	altura de la sección.
d	altura efectiva de la sección.
α_e	relación entre el módulo de elasticidad del acero y del hormigón empleado.
f _{ctm}	resistencia a flexo-tracción.
M _{cr}	momento crítico, o de fisuración.
M _a	momento producido por las cargas de servicio.
w _{noel}	deflexión final debida a la deformación diferida para el Estado I.

$W_{n\infty II}$	deflexión final debida a la deformación diferida para el Estado II.
$W_{n\infty I}$	deflexión final debida a la contracción de fraguado para el Estado I.
$W_{n\infty II}$	deflexión final debida a la contracción de fraguado para el Estado II.
W_n	deflexión total final determinada de forma determinística.
g	peso propio más cargas permanentes.
p	sobrecarga actuante.
k_p	coef. que contempla el porcentaje de la sobrecarga que actúa cuasi-permanentemente, o sea, aproximadamente mayor o igual al 50% del periodo de referencia o vida útil estructural.
l	distancia entre apoyos, largo de la viga.
E_{cm}	módulo de elasticidad secante del hormigón.
E_c	módulo de elasticidad tangente.
ϕ_∞	coef. de deformación diferida.
$\epsilon_{cs\infty}$	coef. de contracción de fraguado.
A_s	sección de armadura longitudinal dispuesta.
ζ	coef. de distribución.
$\%V$	valor de la tolerancia " Δ " como % del valor analizado en función de " k_p ".
$\%V_{promedio}$	promedio de los valores de la tolerancia " Δ " como % del valor analizado en función de " k_p ".

Conceptos de Estadística.

s^2	varianza muestral.
σ^2	varianza poblacional.
X_i	valor de cada variable aleatoria discreta.
\bar{X}	valor medio, o media de las " n " variables aleatorias discretas.
μ	media poblacional.
f_i	la frecuencia absoluta, o sea, que la suma de todas las frecuencias absolutas es igual al tamaño de la población de la muestra.
n	numero de variables aleatorias discreta, o tamaño de la población muestral.
s	desvío estándar muestral.
δ	coef. de variación.
P	probabilidad de éxito.
α	riesgo o probabilidad de falla.
β	Indice de Confiabilidad de Cornell.

Bibliografía

1. ACI Committee 209, Prediction of Creep, Shrinkage, and Temperature Effects in Concrete Structures (ACI 209R-92), American Concrete Institute, 1992.
2. Al-Manaseer, A. - Lam, J.P., Statistical evaluation of shrinkage and creep models, ACI Materials Journal, vol. 102 (2005), no. 3.
3. Branson, D.E., Instantaneous and Time-Dependent Deflections on Simple and Continuous Reinforced Concrete Beams, HPR Report, No. 7, parte 1, págs. 1-78, Alabama Highway, Department, Bureau of Public Roads, agosto de 1965.
4. Branson, D.E. - Christianson, M.L., Time-dependant Concrete Properties Related to Design-Strength and Elastic Properties, Creep and Shrinkage, SP 27-13, 257-277.
5. Cabrera O. A., Seminario Diseño de Programas Experimentales de Ingeniería Estructural, Maestría en Ing. Estructural UTN, 2009.
6. Centeno W. R., Inspección y Control de Obras Civiles, Editorial Técnica Vega, 1982.
7. Coss Bú R., Simulación - Un enfoque práctico, Editorial Limusa, 1993.
8. Dto. Técnico de Acindar, 2014.
9. Eurocode 2, Design of concrete structures, CEN/TC 250, 2004.
10. Evans J. R. - Olson D. L., Simulation an Risk Analysis, Prentice Hall, 1998.
11. Ferguson P. M., Fundamentos del concreto reforzado, CECSA, 1983.
12. Hammersley J. M. - Handscomb D. C., Monte Carlo Methods, Londres, Methuen and Co., 1964.

13. Hantao Zhang, A Random Jump Strategy For Combinatorial Search, Computer Science Department The University of Iowa, Iowa City.
14. Hormigonera Transmix, 1998.
15. Jouette A., El Secreto de los Números, Ediciones Robinbook, Barcelona.
16. Landsberger A.G., Estudio sobre la aplicabilidad de los modelos de cálculo de la fluencia y retracción al hormigón autocompactable, Tesis Doctoral, 2008.
17. Leonhardt F., Estructuras de H^o A^o, Tomo I a IV, Editorial El Ateneo, 1993.
18. Malkawi Husein A.I. - Hassan W.F. - Sarma S.K, An Efficient Search Method for Finding the Critical Circular Slip Surface Using The Monte Carlo Technique, Canadian Geotechnical Journal, Vol 38 n° 5, Pág. 1081 a 1089, Octubre 2001.
19. Martín Serrá I., Estudio experimental del comportamiento de vigas de hormigón armado descimbradas a temprana edad, Tesis Doctoral, 1994.
20. Neville A.M. - Brooks J.J., Tecnología del Concreto, Editorial Trillas, 1998.
21. Páez Balaca A. - Torroja E., La Determinación del Coeficiente de Seguridad en las Distintas Obras, Instituto Técnico de la Construcción y del Cemento, 1949.
22. Parzen E., Teoría Moderna de Probabilidades y sus aplicaciones, Editorial Limusa, 1976.
23. Puppo A. H., Seminario Análisis Probabilístico de la Seguridad Estructural, Maestría en Ing. Estructural UTN, 2008.
24. Puppo A. H., Seminario Mecánica del Sólido, Maestría en Ing. Estructural UTN, 2008.

25. Reglamento ACI 318-89, 1989.
26. Reglamento CIRSOC 201-82, Tomo I y II, INTI, 1993.
27. Rüsç H., Hormigón Armado y Hormigón Pretensado, Tomo I y II, Editorial CECSA, 1987.
28. Shubik, M., Simulation of the Industry and the Firm, American Economic Review, L, n° 5, pág. 909.
29. Velenik Velleni E. - Taus D. - Starowicz M. - Sangriboli C., Trabajo de Investigación Desarrollado por Grupo de Becarios del LEME, UTN FRA, 1995-1996.
30. Velenik Velleni E., Armadura mínima de tracción en secciones de H°A° solicitadas a flexión, Trabajo final integrador para la obtención del título Especialista en Ingeniería Estructural, Maestría en Ing. Estructural UTN, 2009.