

***Universidad Tecnológica Nacional – Facultad Regional Neuquén***

***Grupo de Investigación en Robótica Aplicada***

***Tipo de Proyecto: (PID UTN) CON INCORPORACION  
EN PROGRAMA INCENTIVOS***

***PID: Estudio y Desarrollo de Modelos y Esquemas de control de dispositivos  
robóticos industriales en base al soporte de Sistemas Mecatrónicos***

***Director: Dr. Ing. Alejandro Armando Hossian***

# Aspectos Introdutorios

*El grupo de investigación en “Robótica aplicada a la Ingeniería” desarrolla un modelo de proceso de investigación en base a 3 fases para optimizar el diseño de un manipulador robótico industrial.*

La **1<sup>RA</sup> Fase** corresponde a la Cinemática del Robot para la obtención de los Modelos Cinemático Directo e Inverso y del Modelo Diferencial de los manipuladores robóticos industriales.

La **2<sup>DA</sup> Fase** corresponde a la Dinámica del Robot que se aplica a la obtención del Modelo Dinámico de estos brazos.

La **3<sup>RA</sup> Fase** vincula los aspectos que hacen al Control del Robot cuyos algoritmos permiten mejorar las características de velocidad y precisión.

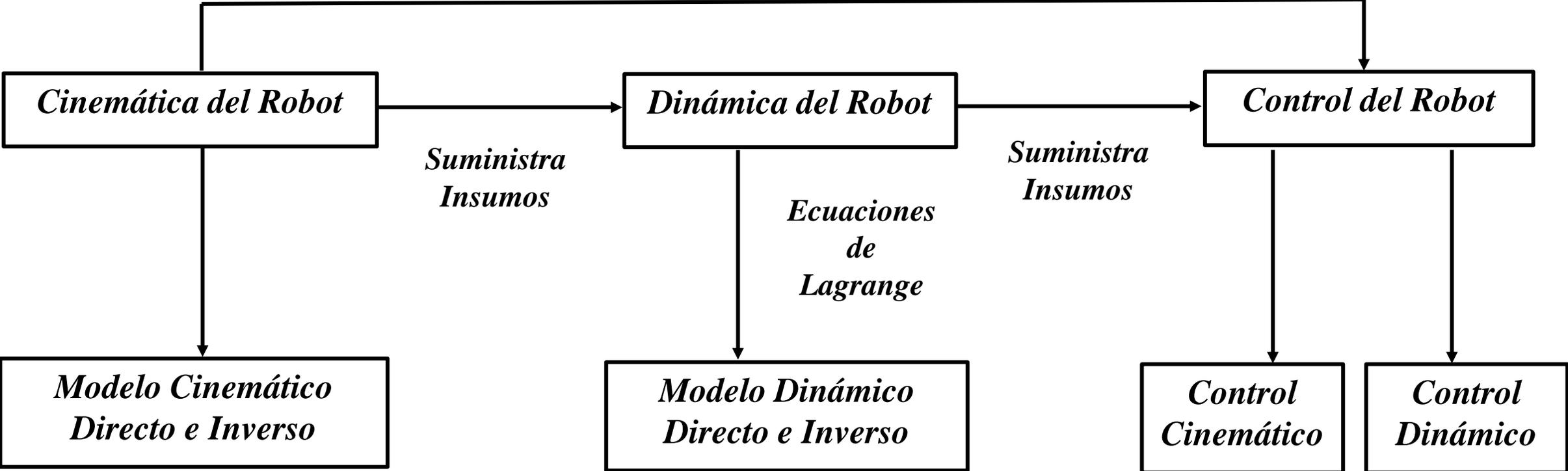
El problema que se analiza en este artículo se encuadra dentro de la **3<sup>RA</sup> Fase** del modelo de proceso de investigación, correspondiente a la

***Control del Robot.***

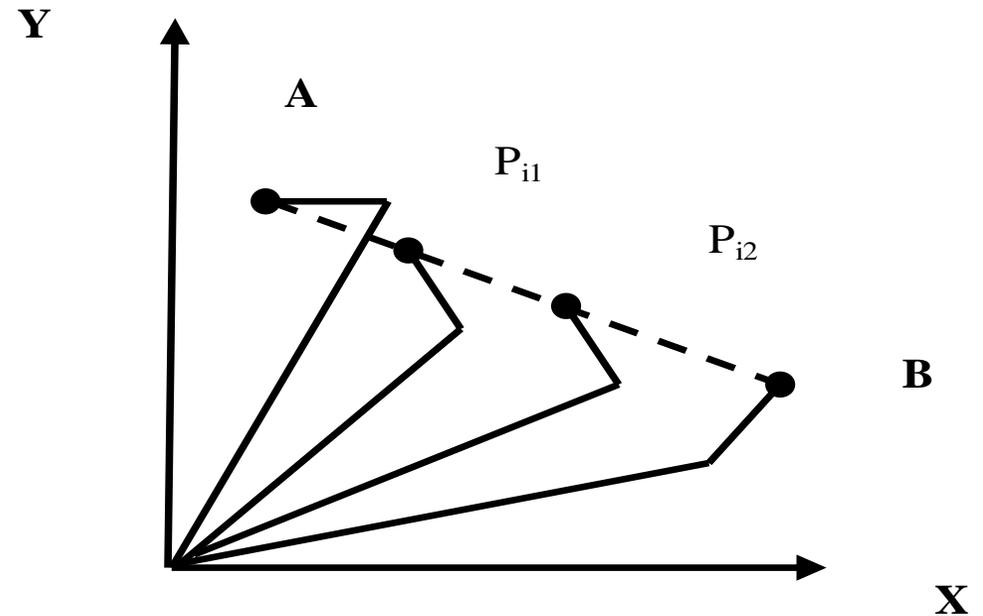
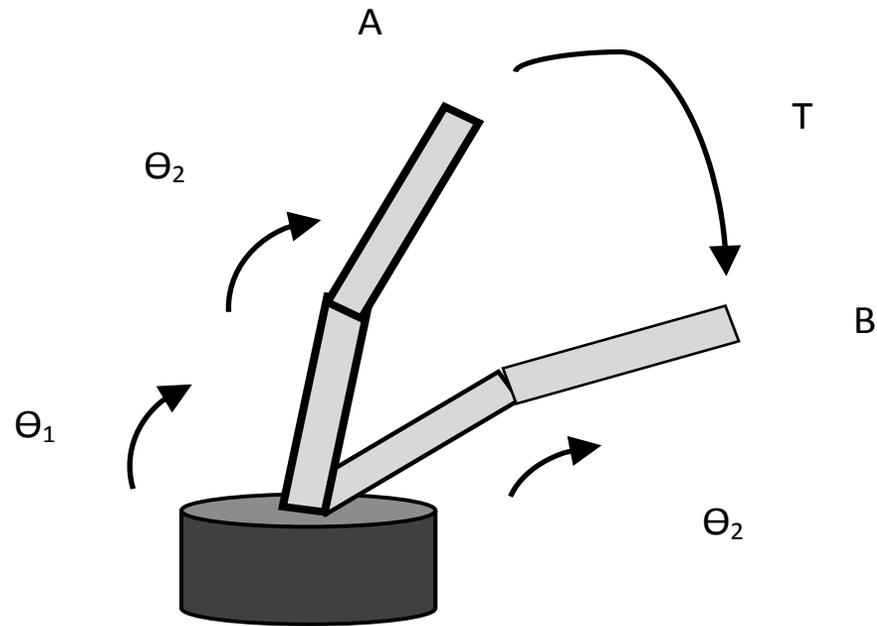
*Proceso de Investigación*



*Suministra Insumos*



La **1<sup>RA</sup> Fase** se basa en el estudio y aplicación de las diversas herramientas pertenecientes al campo de la matemática y la mecánica que permitan abordar la investigación y el desarrollo de diferentes modelos matemáticos, mediante los cuales se obtienen los modelos cinemático para diferentes tipos de manipuladores robóticos industriales. Se elaboran las matrices de transformación homogénea para obtener las diferentes posiciones del extremo del robot en su espacio de trabajo. Se construyen las matrices jacobianas para obtener las distintas velocidades del efector terminal.



*La 2<sup>DA</sup> Fase se basa en el estudio y aplicación de las diversas herramientas pertenecientes al campo de la matemática y la mecánica analítica que permitan abordar la investigación y el desarrollo de diferentes modelos dinámicos para diferentes tipos de manipuladores robóticos industriales. Se formulan las ecuaciones de Newton – Euler y de Lagrange de la mecánica para así obtener los pares y/o fuerzas que deben actuar en las articulaciones, de manera que el extremo del robot cumpla los requisitos de la 1<sup>RA</sup> fase y desarrolle las trayectorias que le son requeridas por el usuario.*

Matriz de Transformación Homogénea cuya última columna indica las componentes (x, y) del vector posición del extremo del robot, respecto al sistema de referencia asociado a la base

$$S_0 (X_0, Y_0)$$

*Se abrevia  $\cos (q_1) = C_1$ ,  $\cos (q_2) = C_2$ ,  
 $\cos (q_1 + q_2) = C_{12}$ ,  $\sen (q_1) = S_1$  &  
 $\sen (q_1 + q_2) = S_{12}$*

$$\begin{pmatrix} c_{12} & -s_{12} & 0 & l_1 c_1 + l_2 c_{12} \\ s_{12} & c_{12} & 0 & l_1 s_1 + l_2 s_{12} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

# Proceso de obtención del modelo dinámico de un robot manipulador en base a la Formulación Lagrangiana

*Insumos de  
Entrada*

*Parámetros Dinámicos (masas, longitudes y momentos de inercia de eslabones)*

*Matriz de Transformación Homogénea suministrada por modelo cinemático directo (posición y orientación cartesiana del extremo final del manipulador)*

*Productos  
de Salida*

*Fuerzas y Pares de Torsión (que se aplican en cada articulación ajustados a las trayectorias articulares que se proponen)*

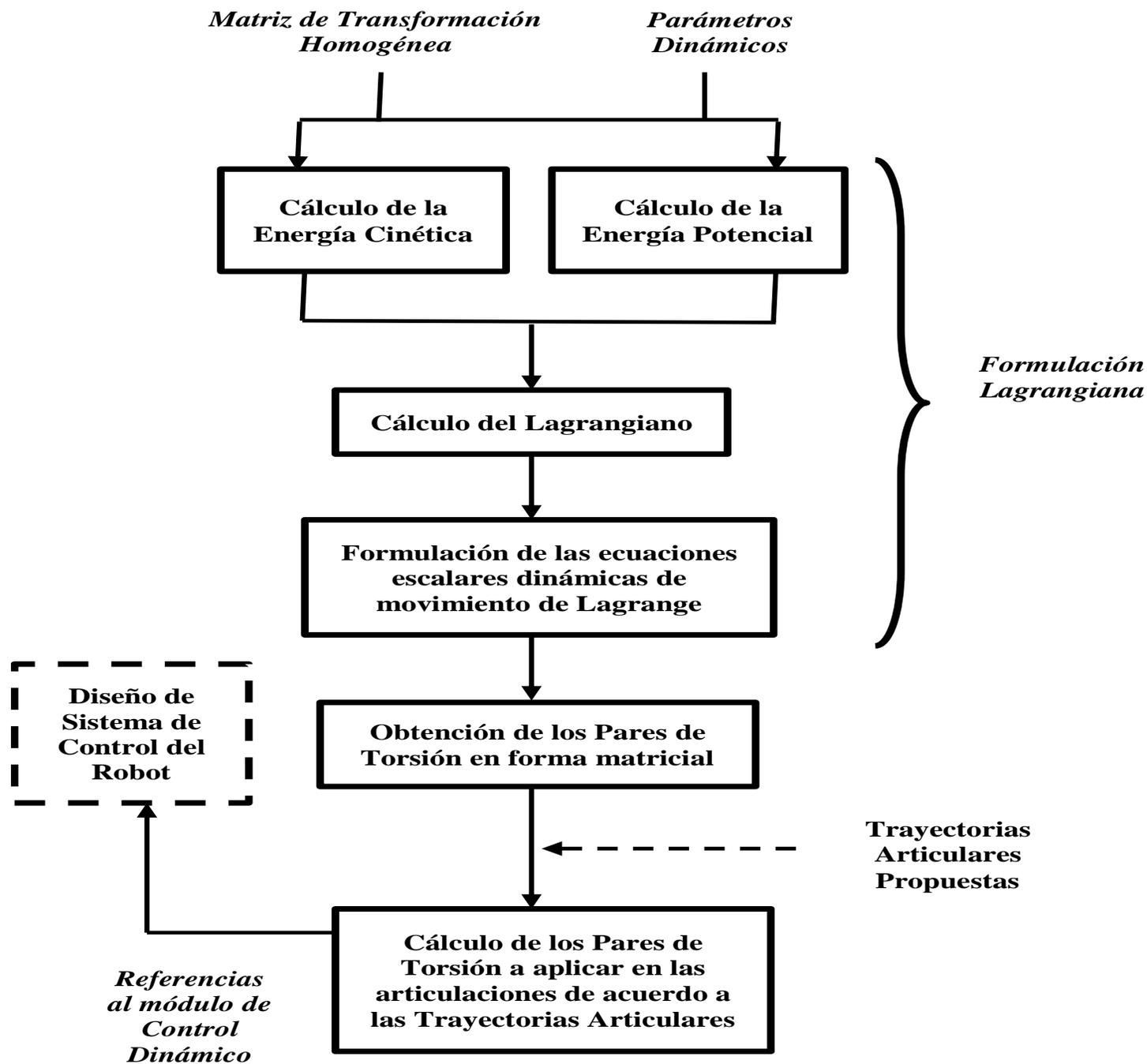
*3 Tres  
Etapas*

*1<sup>RA</sup> : Formulación Lagrangiana (A. B. C & D)*

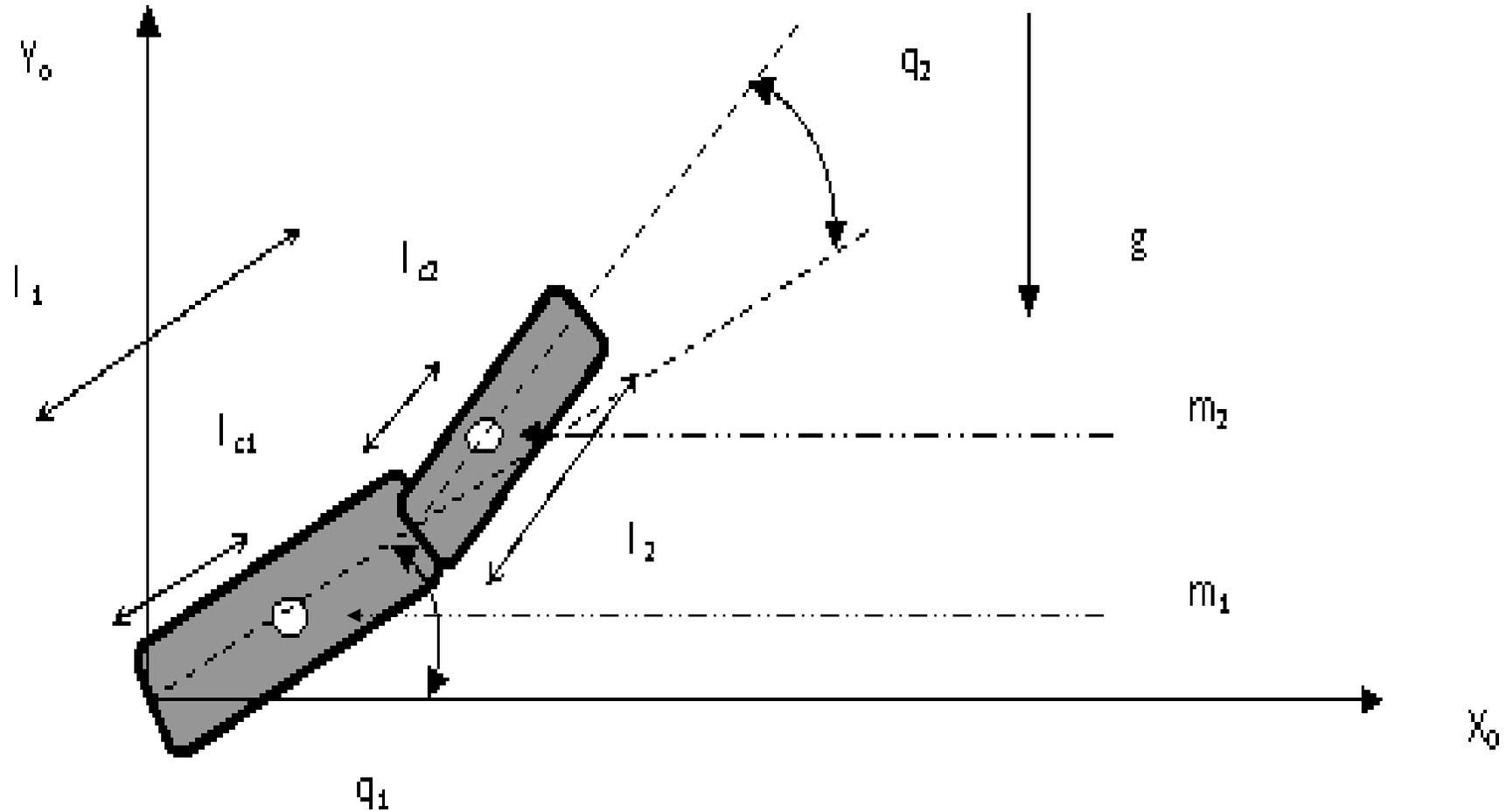
*2<sup>DA</sup> : Obtención de los Pares de Torsión en forma Matricial*

*3<sup>RA</sup> : Cálculo de los pares de torsión que se aplican en cada articulación ajustados a las trayectorias articulares que se proponen*

*Los resultados obtenidos constituyen importantes referencias hacia el módulo de control dinámico, siendo sustanciales en el diseño del sistema de control del robot*



## Robot planar experimental de 2 (gdl) con dos articulaciones rotacionales

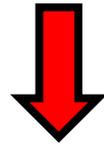


*El problema de control consiste en hacer pasar el efector terminal del manipulador por dicha trayectoria tan cerca como sea posible*



*En este sentido:*

*El problema de control descrito en estos términos se denomina “control de movimiento” de robots; el cual consiste en la obtención de los pares  $\tau$  aplicados a los servos actuadores que forman las articulaciones, a los efectos de que las posiciones asociadas a las coordenadas articulares del manipulador  $q(t)$  sigan con la mayor precisión posible a la posición articular deseada  $q_d(t)$ .*



*Un caso especial de control de movimiento es el de control de posición*

*El problema de control de posición tiene como objetivo hallar una ley de control  $\tau$  (función vectorial) que suministre los pares que se deben aplicar a las articulaciones para que  $q(t)$  se aproxime asintóticamente a  $q_d$  y la velocidad articular a cero  $\dot{q} = 0$ , sin importar las condiciones iniciales.*

*El problema de control en función del vector de errores de posicionamiento se plantea como:*

$$\square \quad \mathbf{q}(t) = \mathbf{q}_d - \mathbf{q}(t)$$

*El objetivo del control de posición se cumple si el vector de error de posicionamiento y el de velocidad articular tienden a cero*

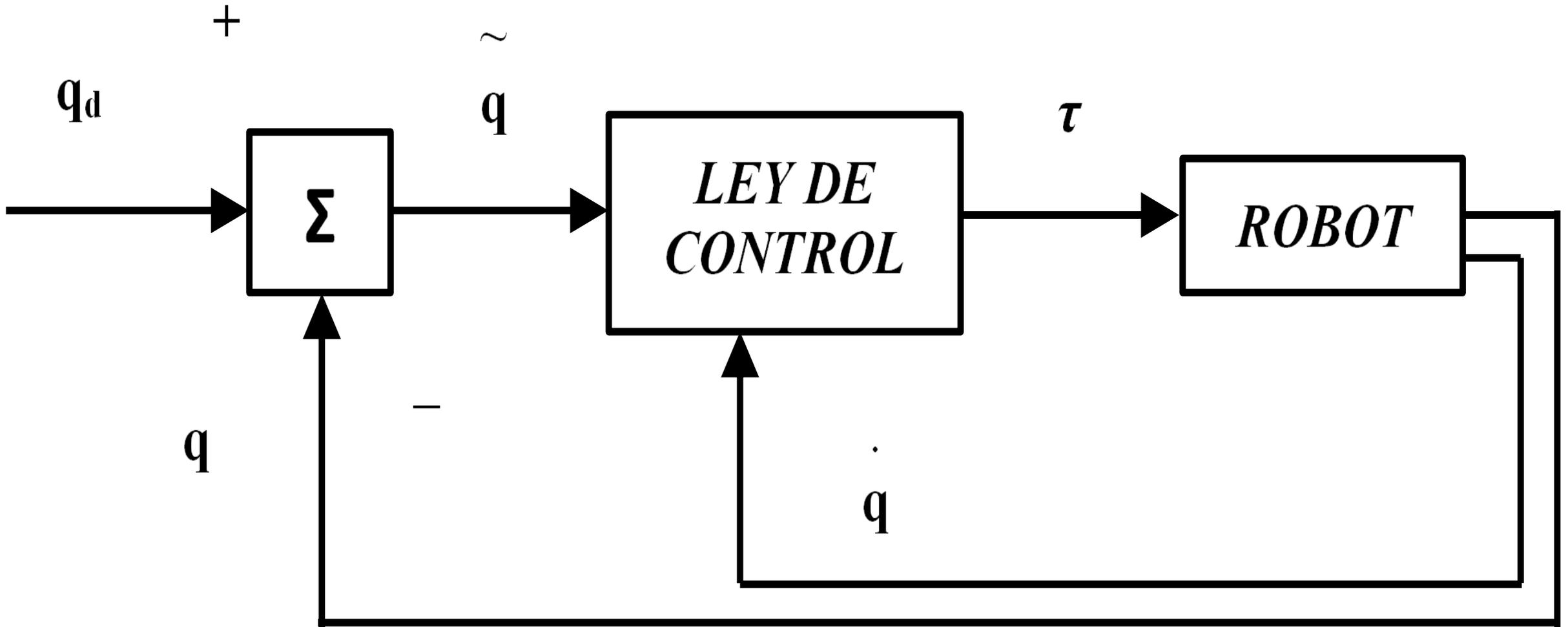
$$\lim_{t \rightarrow \infty} \begin{bmatrix} \square \\ \mathbf{q}(t) \\ \square \\ \dot{\mathbf{q}}(t) \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \forall t \geq 0$$

*En la siguiente figura se ilustra el diagrama de bloques para un sistema de control de posición en lazo cerrado de un robot, donde la variable  $\tau$  representa la señal de control.*



*Donde:*

*La posición instantánea del robot la suministra el sensor encoder y por diferenciación numérica se puede obtener la velocidad articular.*



*Diagrama de bloques para control de posición en lazo cerrado*

### *C. Sistemas Dinámicos*

*Los sistemas dinámicos son modelos matemáticos con ecuaciones diferenciales que describen los fenómenos físicos presentes en el manipulador.*

*En robótica es habitual transformar el modelo dinámico a una ecuación diferencial de primer orden (ode), haciendo uso de la representación en variables de estado.*

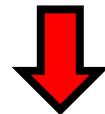


*Ecuación diferencial ordinaria de primer orden:*

$$\dot{x} = f(x) \quad (I)$$

*Donde  $x \in R^n$  es la variable de estado fase que suministra información interna acerca de la dinámica del sistema mecánico.*

*La función  $f(x)$  es un mapeo vectorial  $f: R^n \rightarrow R^n$  en la variable de estado  $x(t)$ .*



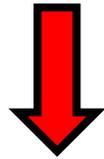
*Donde:*

*$x(t)$  &  $\dot{x}(t)$  son continuas en el tiempo*

## Control PD en Robots Manipuladores

*La ecuación en lazo cerrado conformada por el modelo dinámico del robot y la estructura matemática del control proporcional derivativo (PD) con compensación de gravedad posee un origen asintóticamente estable en forma global en términos del vector de estados:*

$$\begin{bmatrix} \square \\ q^T, \dot{q}^T \end{bmatrix}^T$$

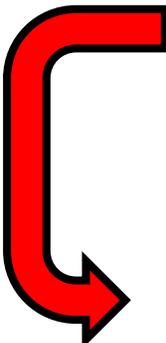


*Combinando las ecuaciones del modelo dinámico del robot y de la ley de control PD con compensación de gravedad:*

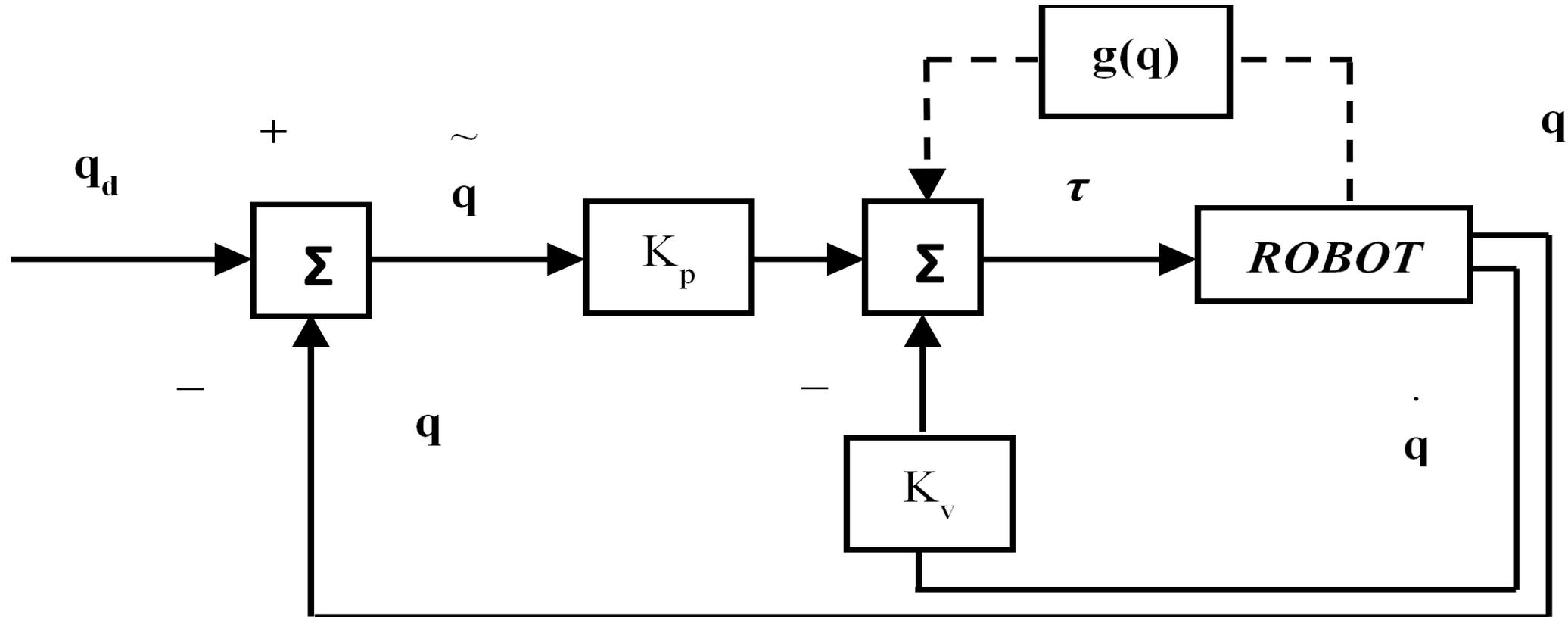
$$\tau(t) = M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q)$$

$$\tau(t) = K_p \square q - K_v \dot{q} + g(q)$$

*Se obtiene la ecuación en lazo cerrado (II) en variables de estado que precisan el problema de control de posición:*


$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \square \\ q \\ \dot{q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\square} \\ -q \\ M(q)^{-1} \left[ K_p \square q - K_v \dot{q} - C(q, \dot{q}) \dot{q} \right] \end{bmatrix} \quad (II)$$

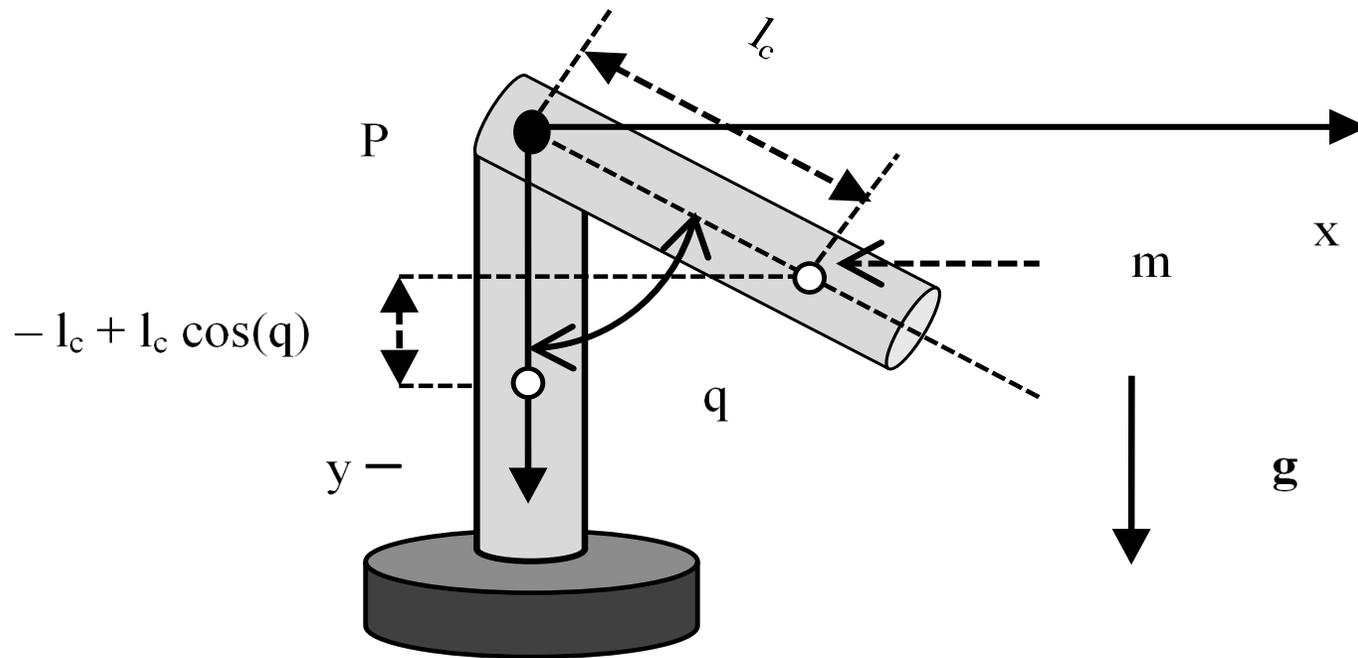
## *Control PD en Robots Manipuladores*



*Diagrama de bloques de control PD con compensación de gravedad*

*El término de compensación de gravedad  $g(q)$  junto con las condiciones establecidas para las matrices  $K_p$  y  $K_v$ , es fundamental para garantizar la unicidad del punto de equilibrio.*

## Caso de Estudio



$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_c \sin(q) \\ -l_c \cos(q) \end{bmatrix}; v = \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_c \cos(q) \dot{q} \\ l_c \sin(q) \dot{q} \end{bmatrix}$$

$$U(q) = mgl_c(1 - \cos(q))$$

$$K(q(t), \dot{q}(t)) = \frac{1}{2} [v^T v + I\dot{q}^2] = \frac{1}{2} [ml_c^2 + I]\dot{q}^2$$

$$L(q, \dot{q}) = K(q, \dot{q}) - U(q) = \frac{1}{2} [ml_c^2 + I]\dot{q}^2 - mgl_c(1 - \cos(q))$$

$$\tau = \frac{d}{dt} \left[ \frac{\partial L(q, \dot{q})}{\partial \dot{q}} \right] - \frac{\partial L(q, \dot{q})}{\partial q} + b\dot{q}$$

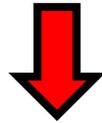
*Se obtiene el modelo dinámico:*



$$\tau = [ml_c^2 + I]\ddot{q} + b\dot{q} + mgl_c \sin(q) \quad (III)$$

***El problema se focaliza en posicionar el brazo en un punto deseado  $q_d$  desde una inicial como  $q = 0$ . El modelo de control PD más compensación gravitatoria para este robot lo da la ecuación IV:***

$$\tau = k_p \overset{\square}{q} - k_v \overset{\bullet}{q} + mgl_c \text{sen}(q) \quad (\text{IV})$$



Combinando III y IV se obtiene la ecuación en lazo cerrado V:

$$\underbrace{\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \overset{\square}{q} \\ \overset{\bullet}{q} \\ q \end{bmatrix}}_{\overset{\bullet}{x}} = \underbrace{\begin{bmatrix} \overset{\bullet}{-q} \\ \frac{1}{(ml_c^2 + I)} \left[ k_p \overset{\square}{q} - k_v \overset{\bullet}{q} - b \overset{\bullet}{q} \right] \end{bmatrix}}_{f(x)} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ \frac{k_p}{(ml_c^2 + I)} & -\frac{(k_v + b)}{(ml_c^2 + I)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \overset{\square}{q} \\ \overset{\bullet}{q} \\ q \end{bmatrix} \quad (\text{V})$$

(VI)

*Artículos más importantes publicados en 2023*

**3rd International Conference on Electrical, Computer,  
Communications and Mechatronics Engineering  
(ICECCME)  
Julio 2023**

**VIII Congreso Argentino de Ingeniería Mecánica  
(CAIM 2023)**

**III Congreso Argentino de Ingeniería Ferroviaria  
(CAIFE 2023)  
Setiembre 2023**

**MUCHAS GRACIAS!!**